

<embed/it>

## Výpočet RPSN pro anuitní splácení úvěrů

EmbedIT  
7.11.2013  
Tomáš Hanžl

# Obsah

- < Co je to RPSN ?
- < Příklady
- < Matematická definice RPSN
- < RPSN pro anuitní splácení úvěrů
- < Výpočet RPSN
- < Shrnutí

# Co je to RPSN?

## < Roční Procentní Sazba Nákladů

- < Udává efektivní úrokovou sazbu - procento z dlužné částky, které musí spotřebitel zaplatit za období jednoho roku v souvislosti s úvěrem či půjčkou (tj. splátky, ale i veškeré další náklady, které jsou s tou kterou půjčkou spojeny)

## < Role RPSN

- < Umožňuje spotřebiteli lépe vyhodnotit výhodnost úvěru a umožnit srovnání mezi nabídkami s různými parametry
- < Zohledňuje všechny „skryté“ poplatky
- < V ČR je RPSN ze zákona povinný údaj, který musí uvádět banky a splátkové instituce v reklamách a smluvních dokumentech (Zákon č. 145/2010)

# Příklady RPSN

## < Půjčka na rok

- < Půjčka 1.000 Kč
- < Jediná splátka za rok, ve výši 1.500 Kč
- < RPSN = ...

## < Půjčka na týden

- < Půjčka 1.000 Kč
- < Jediná splátka za týden, ve výši 1.050 Kč
- < RPSN = ...

## < Desetina

- < Zboží za 1.000 Kč;
- < 100 Kč dám ihned, dalších 10 měsíců budu splácet 100
- < RPSN = ...

## < Hypotéka

- < Půjčka 1.000.000 Kč
- < Splácena 10 let po 10.000 Kč (přeplatek 200.000 Kč)
- < RPSN = ...

# Příklady RPSN - řešení

## < Půjčka na rok

- < Půjčka 1.000 Kč
- < Jediná splátka za rok, ve výši 1.500 Kč
- < RPSN = 50% = úroková sazba = navýšení

## < Půjčka na týden

- < Půjčka 1.000 Kč
- < Jediná splátka za týden, ve výši 1.050 Kč
- < navýšení = 5%, RPSN = 1273,1%,

## < Desetina

- < Zboží za 1.000 Kč;
- < 100 Kč dám ihned, dalších 10 měsíců budu splácet 100
- < navýšení = 11,1%, RPSN = 26,3%,

## < Hypotéka

- < Půjčka 1.000.000 Kč
- < Splácena 10 let po 10.000 Kč (přeplatek 200.000 Kč)
- < navýšení = 20%, RPSN = 3,8%

# Matematická definice RPSN

ZÁKLADNÍ ROVNICE VYJADŘUJÍCÍ EKVIVALENT PŮJČEK NA JEDNÉ STRANĚ A SPLÁTEK A POPLATKŮ NA STRANĚ DRUHÉ

$$\sum_{K=1}^{K=m} \frac{A_K}{(1+i)^{t_K}} = \sum_{K'=1}^{K'=m'} \frac{A'_{K'}}{(1+i)^{t_{K'}}$$

Význam písmen a symbolů:

$K$  je číslo půjčky

$K'$  je číslo splátky nebo platby poplatků

$A_K$  je částka čísla půjčky  $K$

$A'_{K'}$  je částka čísla splátky  $K'$

$\Sigma$  a představuje sčítání

$m$  je číslo poslední půjčky

$m'$  je číslo poslední splátky nebo platby poplatků

$t_K$  je interval, vyjádřený v rocích a zlomcích roku, mezi datem půjčky č. 1 a daty následujících půjček č. 2 až  $m$

$t_{K'}$  je interval, vyjádřený v rocích a zlomcích roku, mezi datem půjčky č. 1 a dat splátek nebo plateb poplatků č. 1 až  $m$

$i$  je sazba v procentech, kterou lze vypočítat (algebraicky, postupnými aproximacemi nebo pomocí počítačového programu) v případech, kdy jsou ostatní položky v rovnici známé z dohody nebo jinak.

< zdroj: SMĚRNICE EVROPSKÉHO PARLAMENTU A RADY 98/7/ES

# RPSN pro anuitní splácení úvěrů

< V anuitním (splátkovém) způsobu splácení úvěrů předpokládáme:

- < půjčka je realizována jednorázově, a to v čase  $t_0 = 0$
- < výše půjčky i jednotlivé úhrady jsou kladná čísla
- < jednotlivé splátky jsou hrazeny v po dvou různých časech, větších než  $t_0$ .

< Tj. úlohu nalezení RPSN lze vyjádřit jako úlohu nalezení nulového bodu funkce

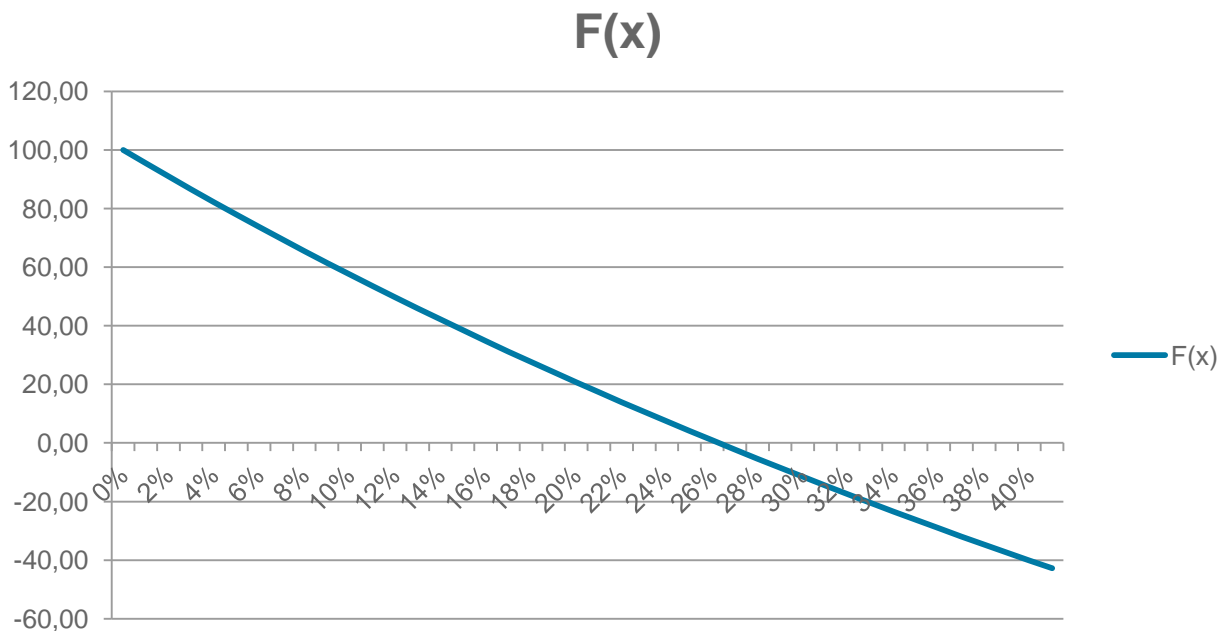
$$f(x) = \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{(1+x)^{s_j}} - A$$

< Za uvedených podmínek má úloha nalezení RPSN na intervalu  $(-1, \infty)$  právě jedno řešení

# Analýza funkce f

## < Analýza funkce f

- < spojitá, dokonce se spojitými derivacemi všech řádů
- < klesající, konvexní

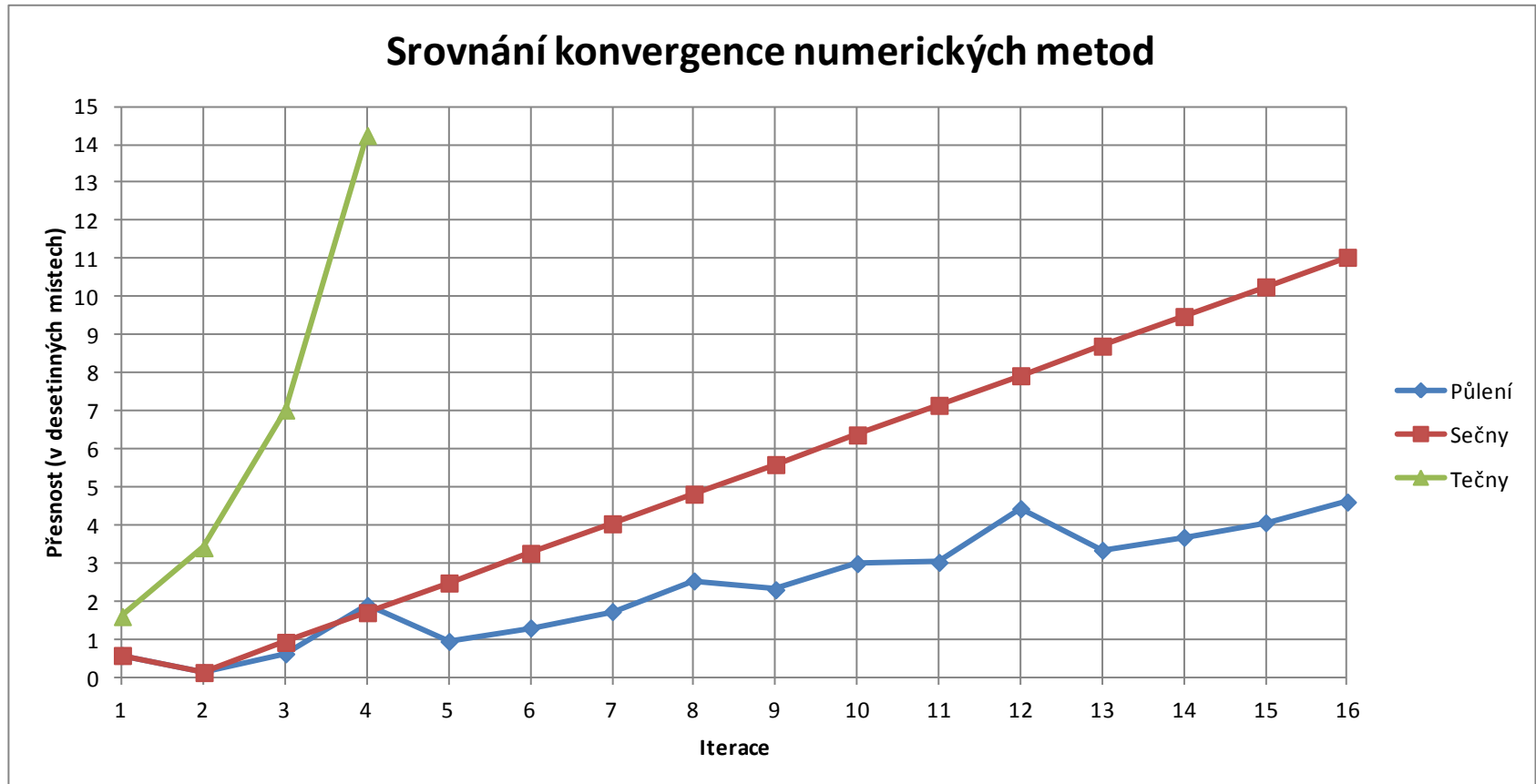




# Výpočet RPSN

- < **V obecném případě (ani v praxi) nelze najít nulový bod funkce  $f$  analyticky, je nutné použít numerické metody**
  - < Zákon nestanovuje použití konkrétní metody,
  - < Některé zdroje doporučují „půlení intervalu“, což je také asi nejčastější implementace (webové kalkulačky, ...)
  - < Nepředepisují se ani iniciační aproximace
- < **Vlastnosti funkce dovolují použít i jiné numerické metody**
  - < Metoda sečen
  - < Metoda tečen

# Srovnání metod výpočtu RPSN



# Počáteční aproximace

## < Půlení intervalu a metoda sečen

< Dostatečně „extrémní“ hodnoty: např. 0% a 1000%

## < Metoda tečen

< Např.  $x_0 = \left(\frac{An \cdot Pn}{Ca}\right)^{\frac{24}{Pn}} - 1$ , kde

<  $A_n$  je anuita (měsíční splátka)

<  $P_n$  je počet splátek, předpokládáme měsíční splácení

<  $C_a$  je výše úvěru

< Např. pro „Desetinu“ je  $x_0 = 28,8\%$  (RPSN = 26,3%)

# Další optimalizace výpočtu

## < Další optimalizace výpočtu (SW implementace)

### < Umocňování na racionální exponent

$$x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$$

*q* nabývá typicky hodnot 12, 360, 365

*Je výrazně efektivnější jednorázově spočítat  $x^{1/q}$  a tuto hodnotu teprve mocnit na  $p$ .*

### < Datové typy

*Je vhodné používat pro ukládání primitivní (neobjektové) datové typy*

## Shrnutí

- < RPSN je užitečný nástroj pro měření a srovnávání výhodnosti úvěrů, nicméně je dobré zvážit i další aspekty včetně konkrétní situace
- < Zákon nestanovuje způsob, jak RPSN počítat; Pro anuitní splácení úvěrů se ukazuje jako velmi efektivní Newtonova metoda tečen.
- < V praxi (informační systém pro firmy Home Credit Group) vedla implementace Newtonovy metody ke zrychlení až 10x. Ve spojení s dalšími optimalizacemi bylo celkové zrychlení cca 100x.