

Topologie – jaro 2008 – vzorová písemka

1. Napište definici topologického prostoru pomocí vlastností uzávěru, definujte pomocí uzávěru uzavřené množiny a ukažte, že takto definované uzavřené množiny splňují požadavky kladené v definici topologického prostoru pomocí uzavřených množin.
2. Definujte součin libovolného systému topologických prostorů. Dále definujte pojem rektaktu. Dokažte, že všechny projekce z libovolného součinu neprázdných prostorů jsou retrakce.
3. Nechť $U \subseteq X$ je okolí bodu x v topologickém prostoru X . Nechť dále V je okolí bodu x v podprostoru U prostoru X . Dokažte, že potom je V okolím bodu x v prostoru X .
4. Určete, které z následujících vlastností má Cantorovo diskontinuum: T_0 , T_1 , T_2 , T_3 , $T_{3\frac{1}{2}}$, T_4 , metrizovatelnost, kompaktnost, souvislost, křivková souvislost, lokální souvislost, totální nesouvislost. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.
5. (a) Dejte příklad topologického prostoru, který je jednoduše souvislý, ale není stažitelný.
(b) Dejte příklad topologického prostoru, který je souvislý, ale má nekonečně mnoho komponent křivkové souvislosti.

Zdůvodněte, že vámi uvedené prostory skutečně splňují požadované podmínky.