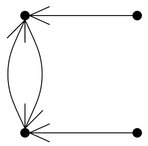
1. ZÁPOČTOVÝ TEST - CVIČENÍ ALGEBRA II 97/98

Skupina A

1. Určete stupeň rozšíření rozkladového tělesa polynomu $x^4 + x^3 - 3x - 3$ nad $\mathbb{Q}$.
2. Popište prvky hlavního ideálu $\mathcal{I}$ generovaného prvkem $x + 1 + (x^2 - 1)$ v okruhu $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 1)$. Nalezněte nějaký surjektivní homomorfismus, jehož jádrem je $\mathcal{I}$.
3. Popište svaz $\mathcal{L}$ podokruhů okruhu $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_8$. Dále popište svaz podsvazů svazu $\mathcal{L}$.
4. Dokažte, že konvexní podmnožiny vektorového prostoru $\mathbb{R}^n$ pro $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tvoří úplný svaz vzhledem k inkluzi. Je tento svaz modulární? Je distributivní? (množina M je konvexní, jestliže $\forall\, x, y \in M, 0 \leq \lambda \leq 1 : \lambda x + (1 - \lambda)y \in M$)
5. Popište svaz kongruencí 1-unární algebry

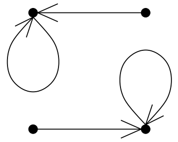


Rozložte tuto algebru na podpřímý součin podpřímo nerozložitelných algeber.

1. ZÁPOČTOVÝ TEST - CVIČENÍ ALGEBRA II 97/98

Skupina B

1. Určete stupeň rozšíření rozkladového tělesa polynomu $x^4 - 2x^3 - 2x + 4$ nad $\mathbb{Q}$.
2. Popište prvky hlavního ideálu $\mathcal{I}$ generovaného prvkem $x - 1 + (x^2 - 1)$ v okruhu $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 1)$. Nalezněte nějaký surjektivní homomorfismus, jehož jádrem je $\mathcal{I}$.
3. Popište svaz $\mathcal{L}$ podokruhů okruhu $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$. Dále popište svaz podsvazů svazu $\mathcal{L}$.
4. Dokažte, že konvexní podmnožiny vektorového prostoru $\mathbb{R}^n$ pro $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tvoří úplný svaz vzhledem k inkluzi. Je tento svaz modulární? Je distributivní? (množina M je konvexní, jestliže $\forall\, x, y \in M, 0 \leq \lambda \leq 1 : \lambda x + (1 - \lambda)y \in M$)
5. Popište svaz kongruencí 1-unární algebry

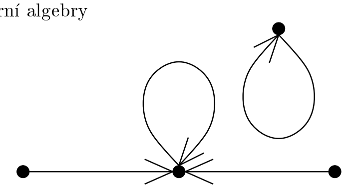


Rozložte tuto algebru na podpřímý součin podpřímo nerozložitelných algeber.

2. ZÁPOČTOVÝ TEST - CVIČENÍ ALGEBRA II 97/98

Skupina A

1. Určete stupeň rozšíření rozkladového tělesa polynomu $x^4 - 4$ nad $\mathbb{Q}$.
2. Popište prvky hlavního ideálu $\mathcal{I}$ generovaného prvkem $(2, 5)$ v okruhu $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$. Nalezněte nějaký surjektivní homomorfismus, jehož jádrem je $\mathcal{I}$.
3. Popište svaz $\mathcal{L}$ podokruhů okruhu $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}$. Dále popište všechny svazové homomorfismy $\mathcal{L} \times \mathcal{L} \to \mathcal{L}$.
4. Nechť A je množina a B nějaká její podmnožina. Dokažte, že uspořádaná množina $\mathcal{L} = (\{X \subseteq A \mid X \cap B = \emptyset \Rightarrow X = \emptyset\}, \subseteq)$ je úplný svaz. Popište všechna suprema a infima v $\mathcal{L}$.
5. Popište svaz kongruencí 1-unární algebry

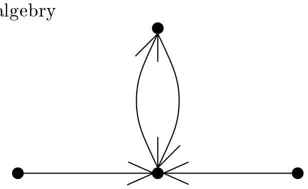


Rozložte tuto algebru na podpřímý součin podpřímo nerozložitelných algeber.

2. ZÁPOČTOVÝ TEST - CVIČENÍ ALGEBRA II 97/98

Skupina B

1. Určete stupeň rozšíření rozkladového tělesa polynomu $x^4 - 9$ nad $\mathbb{Q}$.
2. Popište prvky hlavního ideálu $\mathcal{I}$ generovaného prvkem $(2, 3)$ v okruhu $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$. Nalezněte nějaký surjektivní homomorfismus, jehož jádrem je $\mathcal{I}$.
3. Popište svaz $\mathcal{L}$ podokruhů okruhu $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_7$. Dále popište všechny svazové homomorfismy $\mathcal{L} \times \mathcal{L} \to \mathcal{L}$.
4. Nechť A je množina a B nějaká její podmnožina. Dokažte, že uspořádaná množina $\mathcal{L} = (\{X \subseteq A \mid X \cap B = \emptyset \Rightarrow X = \emptyset\}, \subseteq)$ je úplný svaz. Popište všechna suprema a infima v $\mathcal{L}$.
5. Popište svaz kongruencí 1-unární algebry



Rozložte tuto algebru na podpřímý součin podpřímo nerozložitelných algeber.