

**PÍSEMNÁ ČÁST SZZ Z DIDAKTIKY MATEMATIKY**

7. února 2023

1. V oboru všech reálných čísel řešte nerovnici

$$\frac{x+1}{|x-2|-3} \leq 7. \tag{5b}$$

2. Stanovte definiční obor funkce  $f$  zadané předpisem

$$f(x) = \log_{\left(\frac{1}{6} \cdot \sqrt{3x}\right)} \left(\frac{x-2}{2}\right)$$

a pak určete všechna ta  $x$ , pro která platí  $f(x) = 1$ . (Závorky v předpisu vymezují základ logaritmu a logaritmovaný výraz.) (5b)

3. V každém ze čtyř pěticiferných čísel 25 225, 33 333, 70 007, 11 888 se každá z jeho číslic vyskytuje více než jednou. Najděte počet všech takových pěticiferných přirozených čísel. (5b)

4. Určete rovnici přímky procházející bodem  $[2, -1]$ , jejíž průsečíky s přímkami o rovnicích  $x - y + 5 = 0$  a  $x - y - 2 = 0$  jsou dva body, které mají vzdálenost rovnu 5. Najděte všechna řešení. (Návod: Nejprve ukažte, že přímka bez směrnice nevyhovuje. Pak pomocí neznámé směrnice  $k$  hledané přímky vyjádřete souřadnice obou průsečíků a z podmínky úlohy sestavte rovnici. Úpravou dostanete kvadratickou rovnici s dvěma racionálními kořeny.) (5b)

5. V oboru  $\langle 0, 2\pi \rangle$  řešte rovnici  $\operatorname{tg} x + \sin(\pi + x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ . (5b)

6. Dané kružnice  $k$  a  $m$  leží uvnitř opačných polorovin vyřatých danou přímkou  $p$ . Sestrojte kosočtverec  $KLMN$ , jehož úhlopříčka  $LN$  leží na přímce  $p$ , vrchol  $K$  leží na kružnici  $k$ , vrchol  $M$  na kružnici  $m$  a jehož vnitřní úhly u vrcholů  $L$  a  $N$  mají velikost  $45^\circ$ . Zapište rozbor úlohy, postup konstrukce a pak rozhodněte, kolik může mít úloha řešení, když na výměnu označení vrcholů  $L$  a  $N$  nebereme zřetel. (Návod: Využijte vhodnou souměrnost.) (5b)

*Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.*

Čas vypracování: 3 hodiny

**PÍSEMNÁ ČÁST SZZ Z DIDAKTIKY MATEMATIKY**

12. června 2023

1. V oboru reálných čísel vyřešte rovnici  $|1 - x| + |1 + x| = \frac{2x}{|x|}$ . (5b)
2. Stanovte definiční obor funkce  $f$  dané předpisem  $f(x) = \log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right)$  a pak najděte všechna reálná čísla  $x$ , pro něž platí  $f(x) \leq x - 2$ . (5b)
3. Z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6 jsme vytvořili všech  $6!$  ( $= 720$ ) šestimístných čísel (bez opakování číslic v jednom čísle) a zapsali jsme je v rostoucím pořadí:  
$$\begin{array}{ccccccc} 123456, & 123465, & 123546, & \dots, & 654321 \\ \text{1.} & \text{2.} & \text{3.} & & \text{720.} \end{array}$$
(pod čísla jsou uvedena jejich pořadová čísla). Určete:  
a) pořadové číslo čísla 542631,  
b) číslo s pořadovým číslem 333.  
(Návod: Uvědomte si nejprve, kolik z uvažovaných čísel začíná stejnou číslicí – kupř. číslicí 1, kolik z nich začíná stejným dvojčíslím – kupř. dvojčíslím 51, kolik stejným trojčíslím – kupř. trojčíslím 541, apod.) (5b)
4. V trojúhelníku  $ABC$  při obvyklém označení platí  $a = 4$  cm,  $c = 6$  cm a  $\cos \gamma = -\frac{11}{24}$ . Určete přesnou délku strany  $b$ . (5b)
5. V oboru  $\langle 0, 2\pi \rangle$  řešte rovnici  $\sin 3x + \sin 5x = \sin(\pi + 4x)$ . (5b)
6. Je dán rovnoběžník  $ABCD$ . Sestrojte čtverec  $KLMN$  tak, aby jeho vrcholy  $K, L, M, N$  ležely po řadě na přímkách  $AB, BC, CD, DA$ . Vypracujte pouze rozbor úlohy a postup konstrukce. (Návod: V rozboru nejprve určete a zdůvodněte, kde musí ležet střed hledaného čtverce.) (5b)

*Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadáání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.*

Čas na vypracování: 3 hodiny