

PÍSEMNÁ ČÁST SZZ Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

4. února 2022

1. V oboru \mathbb{R} řešte rovnici $\sqrt{4 + 2x - x^2} = 2 - |x|$. (5b)
2. V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici $\log_{(1+3 \cdot 2^x)}(3 + 6 \cdot 2^x + 4 \cdot 16^x) > 2$. (Návod: Uvažte, jaká je velikost základu logaritmu a znaménko logaritmovaného výrazu.) (5b)
3. Určete počet všech sedmimístných přirozených čísel, která jsou dělitelná čtyřmi a která ve svém dekadickém zápise mají zastoupeny všechny číslice od 1 do 7 (každou tedy právě jednou). Výsledek zapište jedním číslem, nikoliv číselným výrazem s faktoriály nebo kombinačními čísly. (5b)
4. Vypočtěte kartézské souřadnice vrcholů trojúhelníku ABC , znáte-li střed $K[1, 2]$ strany BC a víte-li, že strana AC leží na přímce $b: 4x + y - 11 = 0$ a že výška z vrcholu C leží na přímce $v: 3x - 2y - 11 = 0$. (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 2x$. (Návod: obě strany nejprve vydělte číslem $\sqrt{2}$ a levou stranu pak zapište ve tvaru $\sin(x + a)$ s vhodným číslem a .) (5b)
6. V rovině jsou dány dvě nesoustředné kružnice $k_1(S_1, r_1)$, $k_2(S_2, r_2)$ a bod S , který neleží na přímce S_1S_2 . Sestrojte kružnici k se středem S , která protíná každou z kružnic k_1 , k_2 ve dvou bodech tak, že společná tětiva kružnic k , k_1 je shodná se společnou tětivou kružnic k , k_2 . Zapište jen rozbor úlohy a postup konstrukce kružnice k . (Návod: Uvažte vhodné otočení se středem S .) (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadáání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas vypracování: 3 hodiny

PÍSEMNÁ ČÁST SZZ Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

15. června 2022

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici $\frac{x^2 + 3}{|2x - 3|} = x + 1$. (5b)
2. Stanovte def. obor a pak vyřešte nerovnici $1 + \log_{(x-1)} \frac{x - 20}{x^2 - 64} \geq 0$. (5b)
3. Určete počet všech pětímístných přirozených čísel, která jsou dělitelná číslem 25 a která jsou zapsána pěti různými číslicemi. Výsledek запиšte jedním číslem, nikoliv číselným výrazem s faktoriály nebo kombinačními čísly. (5b)
4. V trojúhelníku ABC platí $c = 3$ cm, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ a $a + b = 6$ cm. Vypočtete přesné délky stran a , b . Návod: Užijte kosinovou větu a rozlište, zda $\alpha < 90^\circ$, nebo $\alpha > 90^\circ$. (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $\cos x = \sin 3x + \sin x$. (5b)
6. Ve vnitřní oblasti kružnice $k(S, r)$ jsou dány body K a L , které neleží se středem S na jedné přímce. Sestrojte pravoúhelník $ABCD$ s vrcholy na kružnici k tak, aby bod K ležel na straně AB a bod L ležel na straně CD . Zapište jen rozbor úlohy a popis konstrukce. (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadáání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas vypracování: 3 hodiny