

PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

3. února 2025

1. V oboru \mathbb{R} řešte rovnici $|x - 3| + |x + 2| - |x - 4| = x + 3$. (5b)
2. Určete definiční obor a pak vyřešte: $\log_{\frac{x+15}{4}} \left(\frac{3(x+29)}{2(22-x)} \right) \leq 1$. (5b)
3. V 1.A třídě je ve třech řadách po n lavicích (kde $n \geq 2$ je daný počet), v každé lavici jsou dvě sedadla. Máme do nich posadit $3n$ žáků a $3n$ žákyň za podmínky, že chlapci mohou sedět spolu pouze v prvních lavicích u tabule. Určete, kolik je všech takových zasedacích pořádků, při kterých lavice se dvěma chlapci a) není žádná, b) jsou tři (tj. všechny možné).
Pak ukažte, že nalezené počty jsou v poměru $64 : \binom{3n-3}{3}$. (5b)
4. V kartézské soustavě Oxy vypočtete souřadnice vrcholů trojúhelníku ABC , znáte-li průsečík $V[-1, 2]$ jeho výšek, patu $B_0[1, 1]$ výšky z vrcholu B a víte-li, že strana AB leží na přímce $c: x + 7y - 23 = 0$. (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $1 + (1 + \cos x) \cos 2x = \cos 3x + 2 \cos^3 x$.
(Návod: K pravé straně rovnosti $\cos 3x = \cos(2x + x)$ užití součtový vzorec a další úpravy s užitím vzorců pro $\cos 2x$ a $\sin 2x$ směřujte k zavedení substituce $t = \cos x$.) (5b)
6. Vně čtverce $ABCD$ o středu S jsou dány dva různé body K a L . Sestrojte přímku p jdoucí bodem S , která protne hranici čtverce v bodech, jež lze označit X a Y tak, aby přímky KX a LY byly rovnoběžné. Zapište rozbor úlohy a postup konstrukce hledané přímky p . Pak rozhodněte, kolik může mít úloha řešení a ke každému počtu načrtněte (stačí od ruky) příklad takové situace. Může mít úloha nekonečně mnoho řešení, když ne každá přímka p jdoucí bodem S je vyhovující? (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, ani SŠ tabulky ani žádná jiná literatura. Zadání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas na vypracování: 3 hodiny

PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

23. června 2025

1. V oboru \mathbb{R} řešte rovnici $3 \cdot \sqrt{25 - x^2} + |x + 1| = 14$. (5b)
2. Určete definiční obor a pak vyřešte nerovnici $\log_{\frac{4}{|x|}} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{12} \right) \geq 0$. (5b)
3. Určete počet všech pětímístných přirozených čísel, která jsou dělitelná čtyřmi a mají ve svém dekadickém zápisu lichý počet lichých číslic. Výsledek zapište jedním číslem, nikoli jako číselný výraz. (Návod: rozdělte vyhovující čísla do dvou skupin podle toho, zda mají na místě desítek lichou, nebo sudou číslici.) (5b)
4. V rovnoramenném lichoběžníku $ABCD$ označme O střed delší základny AB a $2c$ délku kratší základny CD . Předpokládejme, že kružnice k se středem O a poloměrem, který označíme r , se dotýká všech tří stran BC , CD , DA . Dokažte, že body jejího dotyku s rameny BC , DA mají vzdálenost $\frac{4r^2c}{r^2 + c^2}$. (Návod: Uvažte kartézskou soustavu s počátkem ve středu O a body A, B na ose x ; neznámé souřadnice $[u, v]$ bodu $X \in k \cap BC$ vypočtete ze soustavy dvou rovnic, z nichž jedna vyjadřuje podmínku $X \in k$ a druhá podmínku $\overrightarrow{OX} \perp \overrightarrow{CX}$.) (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos 2x = 1$. (5b)
6. Ve vnitřní oblasti kružnice k o středu S je dán bod A . Sestrojte kosočtverec $ABCD$ tak, aby jeho vrcholy B, C, D ležely na kružnici k . Zapište rozbor, postup konstrukce a proveďte diskusi o počtu řešení. (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, ani SŠ tabulky ani žádná jiná literatura. Zadání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas na vypracování: 3 hodiny