

PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

12. února 2024

1. a) Bez kalkulačky vysvětlete, proč $\log_3 2 < \frac{2}{3}$.
b) V oboru \mathbb{R} vyřešte nerovnici $\log_3(3^x - 8) \leq 2 - x$. Jediný nevyčíslený logaritmus v přesném výsledku smí být $\log_3 2$. (5b)
2. Určete, kolik tříprvkových podmnožin množiny $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ má tu vlastnost, že součet všech tří jejích prvků je dělitelný třemi? Výsledek запиšte jedním číslem, nikoliv číselným výrazem s faktoriály nebo kombinačními čísly. (Návod: Najděte nejprve všechny (čtyři) vyhovující tříprvkové kombinace zbytků sčítaných čísel při dělení třemi.) (5b)
3. Pomocí délek odvěsen $a = |BC|$ a $b = |AC|$ pravoúhlého trojúhelníku ABC vyjádřete délku úsečky CD , kde D je průsečík přepony AB s osou vnitřního úhlu ACB . Řešte buďto analyticky (pomocí vhodných souřadnic), nebo úvahou o obsazích trojúhelníků či užitím sinové věty. (5b)
4. Součet všech tří rozměrů daného kváдру je 13 cm, jeho povrch je 78 cm^2 . Jak velký je jeho objem, tvoří-li rozměry kváдру tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti? (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $\sin\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + 2 \sin 2x \cdot \cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) = 0$. (5b)
6. Uvnitř strany AB daného trojúhelníku ABC je dán bod K . Sestrojte pravoúhlý trojúhelník KLM s pravým úhlem u vrcholu K , vrcholem L na straně BC a vrcholem M na straně AC , aby jeho přepona LM byla rovnoběžná se stranou AB . Zapište rozbor a postup konstrukce. (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadáání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas na vypracování: 3 hodiny

PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

4. června 2024

1. V oboru \mathbb{R} řešte rovnici $\sqrt{x+1} = \sqrt{9-x} + 2$. (5b)
2. V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3(5 - 2|x - 3|)) \geq 0$. (5b)
3. Ve třídě, ve které je 12 dvojmístných lavic, máme rozesadit 21 žáků. Určítí dva žáci mají sedět (z výchovně psychologických důvodů) spolu v jedné ze tří lavic u tabule. Žádná lavice ve třídě nemá zůstat prázdná. Kolika způsoby je možné žáky rozesadit? Odpověď zapište ve tvaru součinu $a \cdot b!$ s vhodnými čísly a a b , kde b je přitom největší možné. (5b)
4. Sestavte rovnice těch tečen ke kružnici $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0$, které jsou rovnoběžné s přímkou $2x + y - 7 = 0$. (5b)
5. V oboru $\langle 0, 2\pi \rangle$ řešte rovnici $7 \cos x - \cos 2x = 4$. (5b)
6. Uvnitř trojúhelníku ABC je dán bod S . Sestrojte pravoúhlý trojúhelník KLM s vrcholy K, L, M po řadě na stranách AB, BC, AC tak, aby jeho přepona LM měla střed v bodě S . Zapište rozbor a postup konstrukce. Pak určete, kolik může mít úloha řešení (uvedte jen možné počty, příslušné podmínky pro ně nevypisujte, jen od ruky načrtněte příklady). (5b)

Postupy řešení objasněte didakticky vhodným slovním komentářem (4 body bude hodnocena matematická správnost každého řešení, 1 bodem odpovídající slovní komentář). Popis konstrukce u příkladu 6 formalizujte do přesné posloupnosti kroků (základních konstrukcí), rýsovat řešení sami nemusíte. Nejsou povoleny elektronické pomůcky s výjimkou kalkulačky, SŠ tabulky, ani žádná jiná literatura. Zadání písemky neodnášejte, ponechte uvnitř dvojlistu.

Čas na vypracování: 3 hodiny