# Požadavky k písemné přijímací zkoušce z matematiky do navazujícího magisterského studia programů Matematika a Aplikovaná matematika

Zkouška ověřuje znalost základních pojmů, porozumění teorii a schopnost aplikovat teorii při řešení početních úloh. Písemka se skládá ze tří částí (část A, část B, část C), jejichž obsah je upřesněn níže. Doba trvání zkoušky je dvě hodiny.

## Část A

### 1. Vektorové prostory a lineární zobrazení

Vektorový podprostor, lineární obal množiny vektorů, lineární nezávislost, báze, dimenze, souřadnice, matice přechodu od jedné báze k druhé. Průnik a součet podprostorů. Lineární zobrazení (homomorfismus), jeho jádro a obraz. Lineární izomorfismus. Matice lineárního zobrazení v daných bázích.

### 2. Soustavy lineárních rovnic, matice a determinanty

Gaussova eliminace, operace s maticemi, hodnost matice, věty o struktuře řešení soustav lineárních rovnic, Frobeniova věta. Permutace, definice a vlastnosti determinantu. Laplaceův rozvoj. Výpočet inverzní matice, Cramerovo pravidlo. Symetrické, ortogonální a unitární matice.

### 3. Prostory se skalárním součinem a lineární operátory na nich

Skalární součin, ortonormální báze, ortogonální doplněk, kolmá projekce. Ortogonální a unitární operátory, jejich vlastní čísla a vektory. Samoadjungované operátory a jejich vlastní čísla a vektory. Příklady těchto operátorů.

**4. Vlastní čísla a vektory, Jordanův kanonický tvar**

Definice, charakteristický polynom, algebraická a geometrická násobnost vlastního čísla, vlastní podprostor. Podobnost matic. Jordanova buňka. Věta o Jordanově charakteristickém tvaru.

**5. Bilineární a kvadratické formy**

Definice, matice bilineární formy. Diagonalizace symetrické bilineární formy. Silvestrova věta o setrvačnosti pro reálné kvadratické formy. Signatura. Pozitivně definitní, negativně definitní a indefinitní kvadratické formy. Souvislost s hledáním extrémů funkcí více proměnných.

**6. Afinní a euklidovská geometrie**

Afinní podprostory, zaměření, vzájemná poloha afinních podprostorů. Vzdálenost a odchylka afinních podprostorů v euklidovském prostoru.

**Část B**

**7. Spojitost, limita, metrické prostory.**

Limita posloupnosti, limita a spojitost reálných funkcí. Metrický prostor. Otevřené a uzavřené množiny, uzávěr a vnitřek. Spojitost zobrazení mezi metrickými prostory. Souvislost, kompaktnost a úplnost metrických prostorů. Banachova věta o kontrakci.

**8. Derivace, parciální derivace a diferenciál**

Definice, geometrický význam, význam pro vyšetřování průběhu funkce a hledání extrémů. Věta o střední hodnotě, l'Hospitalovo pravidlo pro výpočet limit. Aproximace funkce Taylorovým polynomem. Věta o implicitní funkci.

**9. Extrémy reálných funkcí jedné a více proměnných**

Postačující a nutné podmínky pro existenci extrémů funkcí jedné i více proměnných na otevřené množině. Vázané extrémy.

**10. Neurčitý integrál a Riemannův integrál v R**

Primitivní funkce, integrace metodou per partes, integrace podle věty o substituci. Definice Riemannova integrálu pomocí dělení intervalů, výpočet Riemannova integrálu pomocí primitivní funkce.

**11. Obyčejné diferenciální rovnice**

Metody řešení diferenciálních rovnic 1. řádu: separované proměnné, homogenní, lineární. Lineární rovnice 2. a vyšších řádů s konstantními koeficienty, variace konstant, speciální pravé strany.

**12. Číselné řady a řady funkcí**

Kriteria konvergence řad s nezápornými členy, absolutně a neabsolutně konvergentní číselné řady, komutativní zákon pro číselné řady. Mocninné řady, poloměr konvergence, Taylorův polynom a Taylorova řada, derivování a integrování mocninných řad, Fourierovy řady.

### 13. Integrální počet v $R^n$

Fubiniho věta, věta o transformaci integrálu, geometrické aplikace integrálu. Křivkový a plošný integrál I. a II. druhu, Greenova věta, Gauss-Ostrogradského věta.

## Část C

### 14. Základy pravděpodobnosti

Kolmogorova axiomatická definice pravděpodobnosti. Klasická a geometrická pravděpodobnost. Podmíněná pravděpodobnost: vzorec pro úplnou pravděpodobnost, Bayesův vzorec, nezávislost.Â

### 15. Náhodné veličiny a vektory

Definice náhodných veličin a vektorů, diskrétní a absolutně spojité náhodné veličiny, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota, příklady diskrétních a spojitých rozdělení. Číselné charakteristiky náhodných veličin a vektorů: střední hodnota, rozptyl, kvantily, kovariance, korelace. Čebyševova nerovnost. Asymptotické vlastnosti náhodných veličin: zákon velkých čísel, centrální limitní věta.

### 16. Základy statistiky

Náhodný výběr a statistiky jako odhady parametrických funkcí, jejich vlastnosti: nestrannost a konzistence. Konstrukce bodových odhadů: intervalové odhady, testy o parametrech normálního rozdělení.