Požadavky k SZZ - Obecná matematika

Požadavky platné pro studenty imatrikulované od podzimního semestru 2012

Zpět

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby bakalářské práce a z ústní zkoušky.

Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním bakalářské práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby bakalářské práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na jisté odborné úrovni. Cílem ústní zkoušky není opakovat zkoušky z jednotlivých předmětů a zkoušet detailní znalost teorie a důkazů. Smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých oborů a širších souvislostech mezi nimi.

Technická realizace

U ústní zkoušky student obdrží dvě otázky z níže uvedených tématických okruhů.

Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

1. Vektorové prostory a lineární zobrazení
   - Vektorový prostor, vektorový podprostor, lineární obal množiny vektorů, lineární nezávislost, Steinitzova věta, báze, dimenze, souřadnice, matice přechodu od jedné báze k druhé. Průnik a součet podprostorů. Lineární zobrazení (homomorfismus), jeho jádro a obraz. Lineární izomorfismus. Matice lineárního zobrazení v daných bazích.
2. Soustavy lineárních rovnic, matice a determinanty
   - Gaussova eliminace, operace s maticemi, hodnost matice, věty o struktuře řešení soustav lineárních rovnic, Frobeniova věta. Permutace, definice a vlastnosti determinantu. Laplaceův rozvoj. Výpočet inverzní matice, Cramerovo pravidlo. Numerické metody řešení soustav lineárních rovnic. Symetrické, ortogonální a unitární matice.
3. Prostory se skalárním součinem a lineární operátory na nich
   - Skalární součin, ortonormální báze, ortogonální doplněk, kolmá projekce. Ortogonální a unitární operátory, jejich vlastní čísla a vektory. Samoadjungované operátory a jejich vlastní čísla a vektory. Souvislost se symetrickými bilineárními formami. Příklady těchto operátorů.
4. Vlastní čísla a vektory, Jordanův kanonický tvar
   - Definice, charakteristický polynom, algebraická a geometrická násobnost vlastního čísla, vlastní podprostor. Podobnost matic. Jordanova buňka. Věta o Jordanově charakteristickém tvaru.
5. Bilineární a kvadratické formy
   - Definice, matice bilineární formy. Diagonalizace symetrické bilineární formy. Silvestrova věta o setrvačnosti pro reálné kvadratické formy. Signatura. Pozitivně definitní, negativně definitní a indefinitní kvadratické formy. Souvislost s hledáním extrémů funkcí více proměnných.
6. Afinní a euklidovská geometrie
   - Definice afinního prostoru a podprostoru, parametrický popis afinních podprostorů, afinní podprostory a soustavy rovnic. Vzájemná poloha afinních podprostorů. Afinní zobrazení. Euklidovský afinní prostor, vzdálenost a odchylka afinních podprostorů v euklidovkém prostoru.
7. Kuželosečky a kvadriky
   - Projektivní prostor, komplexifikace, kvadriky v projektivním a afinním prostoru. Pojem polární sdruženosti. Projektivní klasifikace. Tečny, asymptoty, střed. Afinní klasifikace. Osové roviny, osové přímky, vrcholy. Metrická klasifikace. Souvislost jednotlivých klasifikací s projektivní, afinní

a ortogonální afinní grupou.

8. Základy obecné algebry
   - Grupa, podgrupa, homomorfismus, izomorfismus a součin grup. Grupa permutací, grupa zbytkových tříd a další příklady grup. Lagrangeova věta a její důsledky. Klasifikace konečných komutativních grup. Okruh, těleso, homomorfismus okruhů. Svaz jako uspořádaná množina. Úplný svaz a důležité příklady úplných svazů.
9. Polynomy
   - Polynomy, ireducibilní polynomy a kořeny polynomů. Numerické metody hledání kořenů polynomů. Násobné kořeny polynomů nad C a racionální kořeny polynomů nad Q. Základní věta algebry a charakterizace ireducibilních polynomů nad R. Konstrukce konečných těles.
10. Metrické prostory
    - Metrika, příklady různých metrik. Otevřené, uzavřené množiny, uzávěr množiny, vnitřek množiny. Limita posloupnosti bodů, limita funkce mezi metrickými prostory. Spojitost funkce v bodě. Spojitost funkce na celém prostoru. Kompaktní množiny v metrických prostorech. Úplný metrický prostor. Banachova věta o kontrakci.
11. Derivace, parciální derivace a diferenciál
    - Definice, geometrický význam, význam pro vyšetřování průběhu funkce a hledání extrémů. Věta o střední hodnotě, l'Hospitalovo pravidlo pro výpočet limit. Aproximace funkce Taylorovým polynomem, numerické metody řešení nelineárních rovnic. Věta o implicitní funkci.
12. Extrémy reálných funkcí jedné a více proměnných
    - Postačující a nutné podmínky pro existenci extrémů funkcí jedné i více proměnných na otevřené množině. Vázané extrémy.
13. Neurčitý integrál a Riemannův integrál v R
    - Primitivní funkce, integrace metodou per partes, integrace podle věty o substituci. Definice Riemannova integrálu pomocí dělení intervalů, výpočet Riemannova integrálu pomocí primitivní funkce.
14. Obyčejné diferenciální rovnice
    - Existence a jednoznačnost řešení. Metody řešení rovnic 1. řádu: separované proměnné, homogenní, lineární. Lineární rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty, variace konstant, speciální pravé strany.
15. Číselné řady a řady funkcí
    - Kriteria konvergence řad s nezápornými členy, absolutně a neabsolutně konvergentní číselné řady, komutativní zákon pro číselné řady. Mocninné řady, poloměr konvergence, Taylorův polynom a Taylorova řada, derivování a integrování mocninných řad, Fourierovy řady.
16. Integrální počet v R^n
    - Fubiniho věta, věta o transformaci integrálu, geometrické aplikace integrálu, křivkový a plošný integrál I. a II. druhu, Greenova věta, Gauss-Ostrogradského věta, Lebesgueův integrál.
17. Základy analýzy v komplexním oboru
    - Holomorfní funkce, Cauchyova věta a Cauchyův vzorec. Elementární funkce v komplexním oboru. Izolované singularity, výpočty pomocí reziduí.
18. Základy pravděpodobnosti
    - Kolmogorova axiomatická definice pravděpodobnosti; podmíněná pravděpodobnost: vzorec pro úplnou pravděpodobnost, Bayesův vzorec; nezávislost.
19. Náhodné veličiny a vektory
    - Definice náhodných veličin a vektorů, diskrétní a absolutně spojité náhodné veličiny, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota, příklady diskrétních a spojitých rozdělení; číselné charakteristiky náhodných veličin a vektorů: střední hodnota, rozptyl, kvantily, kovariance, korelace; asymptotické vlastnosti náhodných veličin: zákon velkých čísel, centrální limitní věta.
20. Základy statistiky
    - Náhodný výběr a statistiky jako odhady parametrických funkcí, jejich vlastnosti: nestrannost a konzistence; konstrukce bodových odhadů: metoda maximální věrohodnosti; intervalové odhady; testy o parametrech normálního rozdělení.