

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

## Fyzikální praktikum 1

**Zpracoval:** Jan Beran

**Naměřeno:** 22. října 2018

**Obor:** UF

**Skupina:** F3240/01

**Testováno:**

### Úloha . 5: Magnetické pole

$$T = 23,2\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 985\text{ hPa}$$

$$\varphi = 42\text{ }^{\circ}$$

## 1. Povinná část

- Změřte výchylku střelky v obou Gaussových polohách magnetu pro tři různé vzdálenosti  $r$  od středu magnetu. Maření provádějte na obě strany od magnetu a také pro magnet otočený o  $180^{\circ}$ .
- Změřte periodu kmitů magnetu v magnetickém poli Země, rozměry a hmotnost magnetu.
- Určete velikost horizontální složky magnetické pole Země pomocí vztahů.

### 1.1. Teorie

Princip metody měření Gaussovým magnetometrem spočívá v porovnání intenzity zemského magnetického pole s intenzitou permanentního magnetu pomocí magnetické střelky, jako detektoru směru lokálního magnetického pole. Přibližně se dá vypočítat magnetické pole nahrazením tyčového magnetu dvěma fiktivními magnetickými monopoly o magnetickém množství  $+p$  a  $-p$  ve vzdálenosti  $l$  od sebe, jako je znázorněné na obrázku 1. První Gaussova poloha označuje případ, kdy měříme pole v ose permanentního magnetu. Magnetická intenzita je pro úpravě v bodě  $P_1$  rovná

$$H_1 = \frac{2M}{4\pi\mu_0 r^3 (1 - \lambda^2)^2}, \quad (1)$$

kde  $\lambda = l/2r$  a  $M = pl$  je magnetický moment magnetu.

Magnetická intenzita v druhé Gaussově poloze lze vypočítat jako

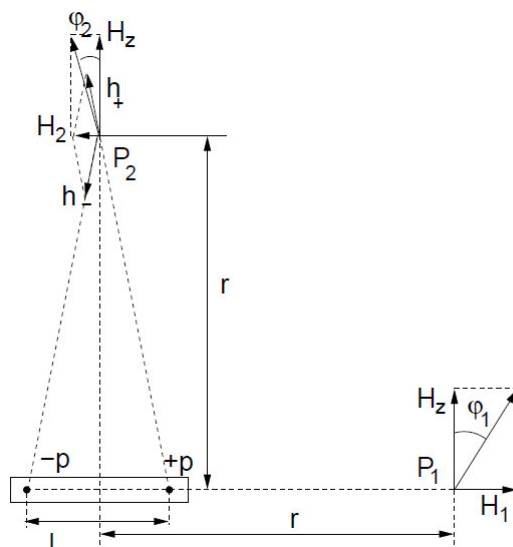
$$H_2 = \frac{M}{4\pi\mu_0 r^3 (1 - \lambda^2)^{3/2}} \quad (2)$$

Magnet je umístěn tak, aby jeho osa směřovala kolmo ke směru pólu Země. Výchylka magnetky v první Gaussově poloze z jejího původního směru k magnetickému pólu Země je  $\varphi_1$ , přičemž platí

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{H_1}{H_2} = \frac{2M}{4\pi\mu_0 H_z r^3 (1 - \lambda^2)^2} \quad (3)$$

Podobně můžeme spočítat úhel  $\varphi_2$  v místě  $P_2$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{M}{4\pi\mu_0 H_z r^3 (1 - \lambda^2)^{3/2}} \quad (4)$$



Obrázek 1: Schéma experimentálního uspořádání. Magnetické pole v Gaussových polohách ( $P_1$  první Gaussova poloha,  $P_2$  druhá) v okolí permanentního magnetu a jeho skládání s magnetickým polem Země.

Úpravou těchto vztahů a splněním předpokladu, že měření je ve vzdálenosti o hodně větší, než je délka samotného magnetu, tedy platí  $r \gg l$  a  $\lambda^4 \ll 1$ , můžeme napsat, že platí:

$$\frac{M}{H_z} = 4\pi\mu_0 r^3 \sqrt{\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{2}\right)^3 \cdot \operatorname{tg}^4 \varphi_1} \quad (5)$$

Pakliže budeme na odmocninu na pravé straně rovnice (5) jako na geometrický průměr, můžeme ho nahradit průměrem aritmetickým a tím dostaneme vztah:

$$\frac{M}{H_z} = \frac{4\pi\mu_0 r^3}{7} \left( \frac{3 \operatorname{tg} \varphi_1}{2} + 4 \operatorname{tg} \varphi_2 \right). \quad (6)$$

Magnetický moment magnetu určíme z periody kmitů magnetu v magnetickém poli Země jako

$$MH_z = \frac{4\pi^2 J}{T^2}, \quad (7)$$

kde  $J$  je moment setrvačnosti válce (protože náš magnet má tvar válce), který má tvar

$$J = \frac{m}{4} \left( \frac{D^2}{4} + \frac{l^3}{3} \right), \quad (8)$$

$T$  je perioda kmitů,  $m$  je hmotnost magnetu,  $D$  je jeho průměr a  $l$  je jeho délka. Vztahy (6) a (7) udávají veličiny  $A = M/H_z$  a  $B = MH_z$ . Z těchto veličin určíme velikost horizontální složky intenzity magnetického pole Země jako:

$$H_z = \frac{B}{A} \quad (9)$$

## 1.2. Postup měření

Změřil jsem výchylku střílky v obou Gaussových polohách pro tři různé vzdálenosti  $r$  od středu magnetu. Hodnoty úhlů jsem zaznamenával do tabulky.

Změřil jsem periodu kmitů magnetu v magnetickém poli země, tak že jsem magnet zavěsil na tenké lanko a stopoval periodu kmitů magnetu. Pomocí posuvného měřidla jsem změřil rozměry magnetu. Pomocí vah jsem změřil hmotnost magnetu.

### 1.3. Naměřené hodnoty

Tabulka 1: Naměřené hodnoty výchylky

r [cm]	$\varphi_1$				$\varphi_2$			
$(50 \pm 0, 1)$	35	35	35	35	11	30	0	7
$(40 \pm 0, 1)$	54	50	50	55	23	42	42	23
$(30 \pm 0, 1)$	74	70	70	75	45	62	57	48

Tabulka 2: Naměřené hodnoty fyzikálních vlastností magnetu.

č.m.	T [s]	l [cm]	D [cm]	m [g]
1	11,76	12,25	2,03	298,15
2	10,37	12,3	2,08	
3	10,16	12,33	2	
4	10,34	12,31	2,01	
5	10,45	12,25	2,15	
6	10,35	12,265	2,1	
7	10,28	12,27	2,05	

### 1.4. Zpracování měření

Určíme průměrné hodnoty pro vlastnosti magnetu i s nejistotami podle běžných pravidel pro Gaussovo rozdělení. (Pro hmotnost magnetu určíme nejistotu měření jako 0,1 g.)

Tabulka 3: Spočtené vlastnosti magnetu.

T	$(10,53 \pm 0,55)$ s
l	$(12,28 \pm 0,03)$ cm
D	$(3,06 \pm 0,05)$ cm
m	$(298,15 \pm 0,1)$ g

Veličinu  $A$  spočteme ze vztahu (6) a její nejistotu určíme podle vztahu

$$\mu(A_i) = \sqrt{\left(\frac{3A}{r_i}\mu(r_i)\right)^2 + \left(\frac{4\pi r_i^3}{7}\right)^2 \left[\left(\frac{3}{2}\mu(\text{tg } \varphi_{1i})\right)^2 + 16\mu(\text{tg } \varphi_{2i})^2\right]} \quad (10)$$

Moment setrvačnosti spočteme z rovnice (8) a nejistotu měření momentu setrvačnosti spočteme jako

$$\mu(J) = \sqrt{\left(\frac{J\mu(m)}{m}\right)^2 + \frac{m^2}{16} \left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 \mu(D)^2 + \left(\frac{2l}{3}\right)^2 \mu(l)^2\right]} \quad (11)$$

Tabulka 4: Vypočtené hodnoty funkce tangens pro úhly  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$  a vypočtená veličina  $A$ .

$\text{tg } \varphi_1$	$\text{tg } \varphi_2$	$A [10^{-6} \text{NA}^{-2} \text{m}^3]$
$(0, 70 \pm 0, 19)$	$(0, 21 \pm 0, 23)$	$(0, 64 \pm 0, 07)$
$(1, 29 \pm 0, 24)$	$(0, 64 \pm 0, 19)$	$(0, 68 \pm 0, 05)$
$(3, 12 \pm 0, 22)$	$(1, 33 \pm 0, 14)$	$(0, 62 \pm 0, 09)$

Veličinu  $B$  spočteme z rovnice (7) a její nejistotu spočteme jako

$$\mu(B) = B \sqrt{\left(\frac{\mu(J)}{J}\right)^2 + \left(\frac{2\mu(T)}{T}\right)^2} \quad (12)$$

Tabulka 5: Vypočtené hodnoty  $J$  a  $B$

$J [10^{-4} \text{kgm}^2]$	$(3, 827 \pm 0, 002)$
$B [10^{-4} \text{Nm}]$	$(1, 362 \pm 0, 002)$

A horizontální složky magnetického pole spočteme podle vztahu (9) a její nejistotu jako

$$\mu(H_z) = \sqrt{\frac{B\mu(A_i)^2}{4A_i^3} + \frac{\mu(B)^2}{4A_iB}} \quad (13)$$

Tabulka 6: Vypočtené hodnoty horizontální složky intenzity magnetického pole Země.

$r = 50 \text{ cm}$	$H_{z1} [\text{Am}^{-1}]$	$(14, 6 \pm 0, 8)$
$r = 40 \text{ cm}$	$H_{z2} [\text{Am}^{-1}]$	$(14, 2 \pm 0, 5)$
$r = 30 \text{ cm}$	$H_{z3} [\text{Am}^{-1}]$	$(14, 8 \pm 1, 1)$

## 2. Povinně volitelná varianta A

- Zapojte obvod podle schématu.
- Z osciloskopu odečtěte napětí odpovídající koercitivnímu poli, remanentní a saturační magnetizaci.
- Změřte rozměry jádra transformátoru.
- Určete velikost koercitivního pole, saturační a remanentní magnetizace pro zadaný materiál podle vztahů.

### 2.1. Teorie

Vztah mezi magnetickou intenzitou  $\vec{H}$  a magnetickou indukcí  $\vec{B}$  je daný vztahem

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}, \quad (14)$$

kde  $\vec{M}$  je vektor magnetizace, který udává objemovou hustotu magnetického momentu. Základní odlišnost feromagnetických materiálů od ostatních je schopnost vykazovat magnetizaci bez vnějšího

magnetického pole. Maximální magnetizace, kdy jsou přítomny magnetické momenty orientované stejným směrem se nazývá saturační (nasycená)  $M_s$ . Po odstranění vnějšího magnetického pole zůstává v materiálu remanentní (zbytková) magnetizace  $M_r$ . Hysterézní křivku dále popisuje koercitivní síla  $H_c$ , která udává velikost vnějšího pole, při kterém je celková magnetická indukce v materiálu nulová.

Hodnota magnetické indukce v toroidu je rovna

$$H(t) = \frac{N_1}{2\pi r R_1} U_1(t). \quad (15)$$

Pakliže jsou rozdíly vnitřního a vnějšího poloměru malé můžeme poloměr  $r$  vypočítat jako průměr těchto dvou poloměrů, tedy jako

$$r = \frac{a + b}{2}, \quad (16)$$

kde  $a$  je vnitřní průměr a  $b$  je vnější průměr.

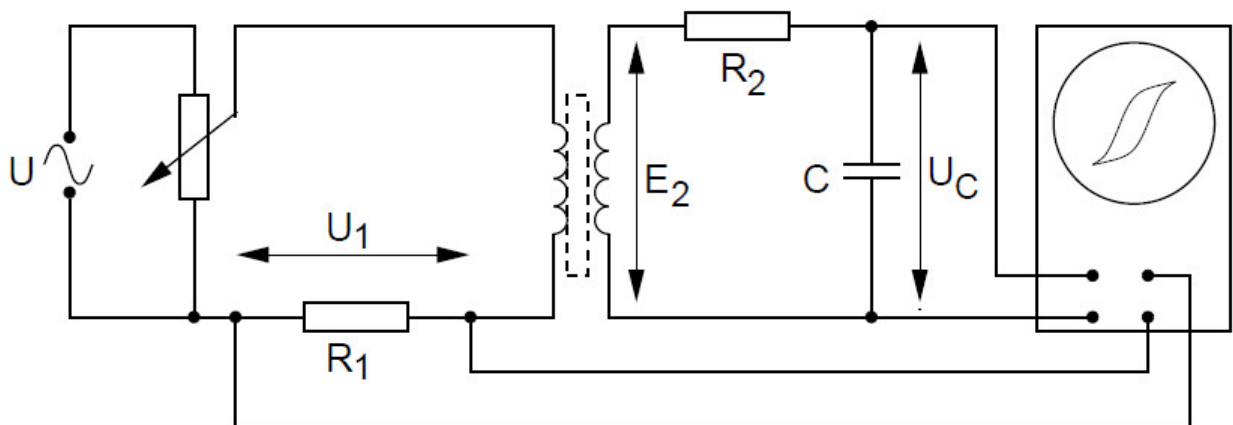
Magnetická indukce v toroidu je

$$B(t) = \frac{RC}{N_2 S} U_c(t), \quad (17)$$

kde

$$S = \frac{b - a}{2} \cdot v, \quad (18)$$

kde  $v$  je výška toroidu.



Obrázek 2: Schéma obvodu pro měření magnetického pole ve feromagnetu.

## 2.2. Postup měření

Zapojil jsem obvod podle schématu na obrázku 2. Z osciloskopu jsem naměřil napětí odpovídající koercitivnímu poli, saturační a remanentní magnetizaci. Změřil jsem rozměry jádra transformátoru pomocí posuvného měřidla.

### 2.3. Naměřené hodnoty

Tabulka 7: Naměřené parametry toroidu.

Č. měření	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$v$ [mm]
1	19,29	29,72	7,97
2	19,98	29,64	7,99
3	19,37	29,63	7,79
4	19,64	29,63	7,98
5	19,51	29,62	7,99
6	19,41	29,63	8,01
7	19,41	29,73	8,04
8	19,51	29,63	8,00
9	19,44	29,61	7,99
10	19,63	19,62	7,98

Tabulka 8: Naměřené hodnoty vlastností dalších součástek obvodu z obrázku 2, naměřené hodnoty napětí a použitá konstanta  $\mu_0$

$N_1$	260
$N_2$	900
$R_1$	83 $\Omega$
$R_2$	120 k $\Omega$
$C$	1,0 $\mu$ F
$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Hm $^{-1}$
$U_1$	(0,88 $\pm$ 0,00004) V
$U_{CR}$	(0,05 $\pm$ 0,00004) V
$U_{CS}$	(0,088 $\pm$ 0,00004) V

## 2.4. Zpracování měření

Nejistotu měření  $r$ ,  $S$ ,  $H_C$ ,  $B_i$ ,  $M_1$  spočteme jako

$$\mu(r) = \sqrt{\frac{\mu(a)^2}{16} + \frac{\mu(b)^2}{16}} \quad (19)$$

$$\mu(S) = \sqrt{\left(\frac{\mu(a)v}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu(b)v}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu(v)S}{v}\right)^2} \quad (20)$$

$$\mu(H_C) = H_C \sqrt{\left(\frac{\mu(U)}{U}\right)^2 + \left(\frac{\mu(r)}{r}\right)^2} \quad (21)$$

$$\mu(B_i) = B_i \sqrt{\left(\frac{\mu(S)}{S}\right)^2 + \left(\frac{\mu(U_i)}{U_i}\right)^2} \quad (22)$$

$$\mu(M_1) = \sqrt{\left(\frac{\mu(B_i)}{\mu_0}\right)^2 + \mu(H_C)^2} \quad (23)$$

Tabulka 9: Vypočtené hodnoty veličin.

$a$	$(19,42 \pm 0,06) \text{ mm}$
$b$	$(29,66 \pm 0,02) \text{ mm}$
$v$	$(7,992 \pm 0,007) \text{ mm}$
$r$	$(12,27 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$S$	$(40,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-2}$

Tabulka 10: Hodnoty velikosti koercitivního pole, saturační magnetizace a remanentní magnetizace.

$H_C$	$(35,78 \pm 0,06) \text{ Am}^{-1}$
$M_S$	$(230 \pm 20) \cdot 10^{-3} \text{ Am}^{-1}$
$M_R$	$(129,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-3} \text{ Am}^{-1}$

## 3. Závěr

V povinné části úlohy jsem měřil horizontální složku magnetického pole země. Tabelovaná hodnota je udána jako  $H_z = 16,189 \text{ Am}^{-1}$ . Od mých naměřených a vypočtených hodnot se tedy liší o (pokliže budu počítat s nejlepší možnou chybou) o  $0,5 \text{ Am}^{-1}$ , což není tak mnoho, ovšem ona hodnota stále nespadá do mnou určeného intervalu hodnoty  $H_z$ . Tato nezapočítaná chyba byla nejspíše způsobena nepřesným měřením s kompasem a tedy zjišťováním správného úhlu v Gaussových polohách.

Ve volitelné části jsem zjistil velikost koercitivního pole  $H_C = (35,76 \pm 0,06) \text{ Am}^{-1}$ , remanentní magnetizace  $M_R = (129,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-3} \text{ Am}^{-1}$  a saturační magnetizace  $M_S = (230 \pm 20) \cdot 10^{-3} \text{ Am}^{-1}$ .