

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Jan Beran

Naměřeno: 22. března 2018

Obor: FU

Skupina: F2180/06

Testováno:

Úloha . 4: Měření gravitační konstanty a tíhového zrychlení
 $T = 21,3\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $p = 977\text{ hPa}$
 $\varphi = 20,0\text{ }^{\circ}$

1. Teorie

1.1. Tíhové zrychlení

Tíhové zrychlení g na zemském povrchu je definováno jako zrychlení volného pádu ve vakuu a má v daném místě stejnou hodnotu pro všechno těleso o jakýchkoli hmotnostech. Jednotkou gravitačního zrychlení je m s^{-2} .

1.2. Měření tíhového zrychlení reverzním kyvadlem

Reverzní kyvadlo je fyzické kyvadlo tvořené tyčí se dvěma osami O_1 a O_2 , které tvoří pevné břity obrácené ostrím k sobě. Kyvadlo můžeme převracet a nechat ho kývat kolem osy O_1 , nebo osy O_2 . Závaží můžeme na tyči posouvat a měnit tak polohu těžiště. Tím pádem se mění i doba kmitu kolem os O_1 a O_2 a samozřejmě i vzdálenost závaží od konce tyče. Dobu kmitu pro malý rozkvy můžeme určit podle vztahu (1), kde J je moment setrvačnosti kyvadla, l je vzdálenost osy od těžiště.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} \quad (1)$$

Za určitých podmínek je možné vztah zjednodušit. Říká se mu pak vztah pro matematické kyvadlo, který je dán vztahem (2). Podmínky za kterých tento vztah funguje jsou uvažování hmotného bodu zavěšeného na tuhém závěsu o zanedbatelné hmotnosti.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

Nyní můžeme ze vztahu (2) vyjádřit gravitační konstantu. Tím dostaneme vztah (3).

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (3)$$

2. Postup měření

Závaží jsem umístil do nejmenší vzdálenosti od jednoho břitu. (Vzdálenost od břitu označím jako y .) Proměřil jsem dobu kyvu kyvadla. Následně jsme posouval závaží do největší možné hodnoty y zhruba po 1cm a měřil pro každou polohu dobu jednoho kyvu. Po proměření všech vzdáleností jsem reverzní

kyvadlo otočil „vzhůru nohama“ a proměřil jsem znovu dobu kyvu pro polohy od největší vzdálenosti od břitu, po nejmenší vzdálenost od břitu.

Vytvořil jsem graf 1 pomocí programu *QtiPlot*, na kterém jsem odečetl hodnotu, kde se proložené křivky protnuly. Pro velice blízkou hodnotu jsem proměřil dobu kyvů kyvadla.

3. Naměřené hodnoty

Naměřená délka závěsu 98,8 cm.

y [cm]	$T_{1/2}$ [s]
12,940	$1,0728 \pm 2,4700 \cdot 10^{-5}$
11,972	$1,0499 \pm 2,8780 \cdot 10^{-5}$
10,400	$1,0173 \pm 1,6849 \cdot 10^{-5}$
9,152	$0,99478 \pm 2,1775 \cdot 10^{-5}$
7,812	$0,96773 \pm 2,8883 \cdot 10^{-5}$
6,768	$0,94745 \pm 1,6478 \cdot 10^{-5}$
5,420	$0,93433 \pm 9,6406 \cdot 10^{-6}$

y [cm]	$T_{1/2}$ [s]
4,786	$0,98058 \pm 7,5931 \cdot 10^{-6}$
6,29	$0,98626 \pm 1,9430 \cdot 10^{-5}$
7,58	$0,99154 \pm 1,7280 \cdot 10^{-5}$
9,022	$0,99721 \pm 7,2336 \cdot 10^{-6}$
10,25	$1,0023 \pm 1,3283 \cdot 10^{-5}$
11,76	$1,0084 \pm 1,6392 \cdot 10^{-5}$
13,248	$1,0141 \pm 9,0621 \cdot 10^{-6}$

(a) Periody pro různé vzdálenosti od 1. břitu

(b) Periody pro různé vzdálenosti od 2. břitu

Tabulka 1: Periody pro různé vzdálenosti od břitu

Hodnota, kde se protnuly křivky na grafu 1 je 9,452 cm

	y [cm]	$T_{1/2}$ [s]
1	9,414	$0,9535 \pm 1,3362 \cdot 10^{-5}$
	9,414	$0,9608 \pm 1,3999 \cdot 10^{-5}$
2	9,414	$0,99901 \pm 2,5745 \cdot 10^{-6}$
	9,414	$0,99905 \pm 2,3334 \cdot 10^{-6}$

Tabulka 2: Naměřené periody kyvů pro y_0 pro první i druhou „pozici“ kyvadla.

4. Zpracování měření

Střední hodnotu určíme jako aritmetický průměr z naměřených hodnot.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

4.1. Obecné vztahy pro zpracování měření

Zákon přenášení nejistot.

$$u_c(f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot u_c^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot u_c^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \cdot u_c^2(x_n)} \quad (5)$$

4.2. Konkrétní vztahy pro zpracování měření v této úloze

Pro měření periody sečteme doby kyvů.

$$T = T_{1/2} + T_{2/2} \quad (6)$$

Chyby v měření periody sám vyhodnotil počítač a tudíž je jsou již uvedeny v naměřených hodnotách.

Chyba v měření délky l jsem použil svinovací metr. Nejistotu svinovacího metru, vzhledem na délku, kterou jsem měřil, odhadnu na 0,5 mm.

Nejistota měření, při měření vzdálenosti ... od břitů je rovna nejistotě měřený posuvného měřidla, která je rovna 0,1 mm.

Ze zákona přenášení nejistot určíme nejistotu měření periody kyvadla podle vztahu (5)

$$u_c(T_i) = \sqrt{u(T_{1/2})^2 + u(T_{2/2})^2} \quad (7)$$

Ze zákona přenášení nejistot určíme nejistotu průměru period kyvadla.

$$u_c(T) = \sqrt{\frac{1}{4}u_c(T_1)^2 + \frac{1}{4}u_c(T_2)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{u_c(T_1)^2 + u_c(T_2)^2} \quad (8)$$

Ze zákona přenášení nejistot určíme celkovou nejistotu měření podle vztahu (9).

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 \cdot u_c(l)^2 + \left(\frac{8\pi^2 l}{T^3}\right)^2 \cdot u_c(T)^2} \quad (9)$$

4.3. Dosazení hodnot do vztahů

$$T_1 = T_{1/2} + T_{2/2} = 0,9535 + 0,9608 = 1,9143 \text{ s}$$

$$T_2 = T_{1/2} + T_{2/2} = 0,99901 + 0,99905 = 1,99806 \text{ s}$$

$$u_c(T_1) = \sqrt{(1,3362 \cdot 10^{-5})^2 + (1,3999 \cdot 10^{-5})^2} = 1,935239 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$u_c(T_2) = \sqrt{(2,5745 \cdot 10^{-6})^2 + (2,3334 \cdot 10^{-6})^2} = 0,347459 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$u_c(T) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(1,935239 \cdot 10^{-5})^2 + (0,347459 \cdot 10^{-5})^2} = 9,83091 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

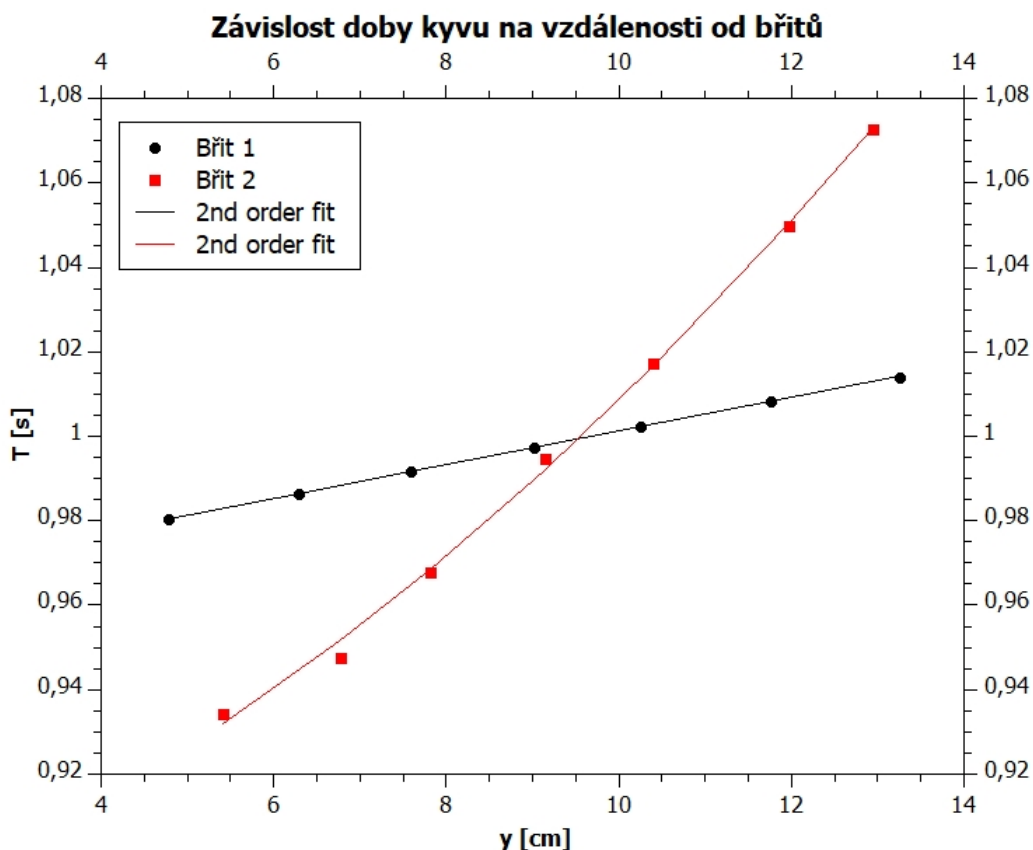
$$\bar{T} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 T_i = \frac{1}{2} (1,9143 + 1,99806) = 1,95618 \text{ s}$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 98,8 \cdot 10^{-2}}{1,95618^2} = 10,01155623 \text{ ms}^2$$

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{\bar{T}^2}\right)^2 \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2 + \left(\frac{8\pi^2 \cdot 98,8 \cdot 10^{-2}}{\bar{T}^3}\right)^2 \cdot (9,83091 \cdot 10^{-6})^2} = 0,005066676 \text{ ms}^2$$

5. Výsledky měření

$$g = (10,012 \pm 0,005) \text{ ms}^2 \quad (10)$$



Obrázek 1: Závislosti doby kyvů na vzdálenosti od břitů proložené polynomy druhého stupně. Hodnota y kde se grafy polynomů protínají je hledané místo y_0 .

6. Závěr

Pro město Brno má gravitační zrychlení hodnotu $9,809 \text{ ms}^{-2}$. Je jasné vidět, že moje naměřená hodnota je o $0,2 \text{ ms}^{-2}$. Takto velká chyba, kterou nemám určenou nejistotou měření byla nejspíše způsobena těmito nepřesnostmi měření:

1. Měření posuvným měřidlem a to zvláště v situaci, kdy bylo závaží na horní straně bylo značně obtížné. Je pravděpodobné, že jsem posuvné měřidlo neudržel v jedné rovině s reverzním kyvadlem.
2. Z grafu se nedala přesně odečíst hodnota y_0 . Dala se určit jenom přibližně s nástrojem „odečítání z grafu“, který je samozřejmě nepřesný.
3. Nejde prakticky provést dokonalé nastavení vzdálenosti y_0 .

Je dosti pravděpodobné, že tyto chyby vedli k špatně naměřené hodnotě periody. Pokud by hodnota periody byla o $0,02 \text{ s}$ více, byla by hodnota gravitačního zrychlení přibližně $9,812$, což je hodnota mnohem přesnější.

Tím, že nebyli tyto chyby započítány do nejistoty měření, tak je zřejmé, že nejistota vyšla velmi malá. Počítač, který sám vyhodnocuje nejistotu měření totiž měření s velmi velkou přesností.