

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Jan Beran

Naměřeno: 26. dubna 2018

Obor: UF

Skupina: F2180/06

Testováno:

Úloha . 9: Měření elektrického napětí a proudu

$$T = 22,13\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 982\text{ hPa}$$

$$\varphi = 46\text{ \%}$$

Analogová část

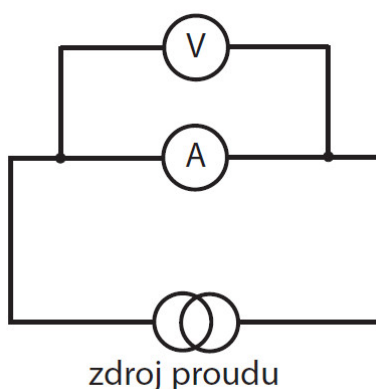
1. Teorie

1.1. Měření odporu ampérmetru

1.1.1 Měření odporu ampérmetru z Ohmova zákona

Odpor ampérmetru můžeme stanovit přímo z Ohmova zákona, který má tvar

$$U = RI \Leftrightarrow R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

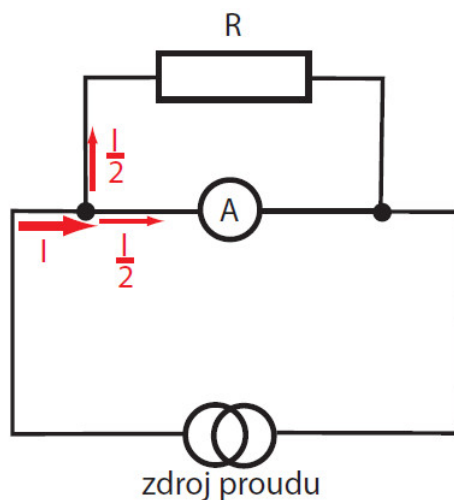


Obrázek 1: Měření vnitřního odporu ampérmetru z Ohmova zákona.

1.1.2 Měření odporu ampérmetru substituční metodou

Odpor ampérmetru můžeme naměřit také pomocí tzv. odporové dekády. Což je nastavitelný odpor. Zapojení je podobné jako v předchozím případě jen voltmetr vyměníme za odporovou dekádu jak ukázáno na obrázku 2.

Princip spočívá v tom, že na zdroji nastavíme nějaký proud, čímž bude ampérmetr ukazovat určitou výchylku. (Ideální výchylka na ampérmetru je výchylka maximální.) Následně připojíme dekádu a snažíme se nastavením hodnoty jejího odporu dosáhnout poloviční výchylky na ampérmetru.



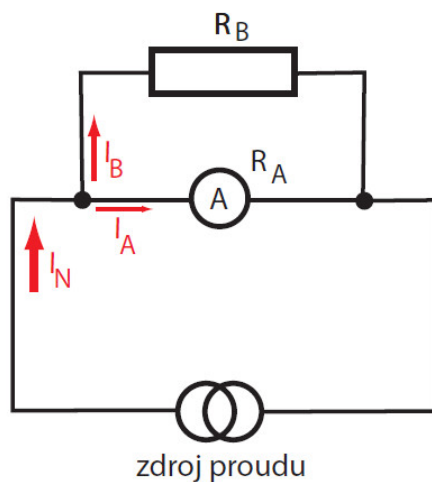
Obrázek 2: Měření vnitřního odporu ampérmetru pomocí odporové dekády

1.2. Zvětšení rozsahu ampérmetru pomocí odporové dekády

Rozsah přístroje můžeme zvětšit. Proud rozdělíme do dvou větví. Do první větve zapojíme měřicí přístroj a do druhé větve odpor vhodné velikosti, tzv. bočníků, tak jak je zakresleno na obrázku 3. Pakliže si označíme I_N jako proud, který chceme, aby tekł ampérmetrem a I_A označíme maximální proud bude odpor bočníků R_B roven

$$R_B = \frac{R_A}{\frac{I_N}{I_A} - 1} \quad (2)$$

kde R_A je odpor ampérmetru.



Obrázek 3: Zapojení bočníků

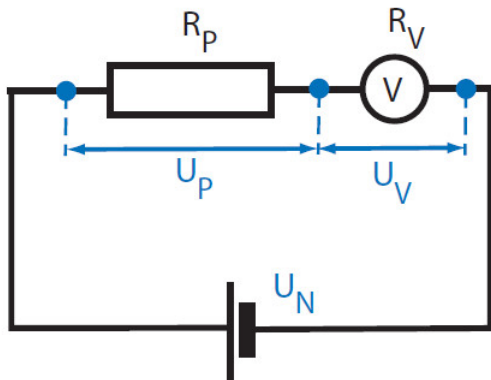
1.3. Změna rozsahu voltmetru pomocí předřadníků

Namísto paralelně zapojeného bočníku můžeme zapojit odpor sériově před voltmetr jak je ukázáno na obrázku 4. Měřicí přístroj a předřadník pak spolu tvoří napěťový dělič tak, aby při celkovém napětí rovném novému rozsahu bylo na měřicím přístroji napětí shodné s jeho původním rozsahem.

Odpor předřadníku R_P je roven

$$R_P = \left(\frac{U_N}{U_V} - 1 \right) \cdot R_V \quad (3)$$

kde U_N je nový rozsah napětí, U_V je původní rozsah napětí a R_V je odpor voltmetru.



Obrázek 4: Zapojení předřadníků

1.4. Obecné vztahy pro zpracování měření

Zákon přenášení nejistot.

$$u_c(f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \cdot u_c^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \cdot u_c^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \cdot u_c^2(x_n)} \quad (4)$$

Nejistotu typu B u elektrických digitálních měřidel stanovíme jako

$$u_B = \pm(x \text{ \% of reading} + \text{count}) \quad (5)$$

kde reading je hodnota na displeji a count je příspěvek k nejistotě udaný v jednotkách nejnižšího zobrazeného místa (digit/resolution).

Nejistotu typu B elektrických analogových měřidel určíme jako

$$u_B = \frac{a \cdot \kappa}{100} \quad (6)$$

kde a je třída přesnosti a κ je rozsah měřicího přístroje.

2. Úkoly

2.1. Měření odporu ampérmetru dvěma metodami

2.1.1 Měření odporu z Ohmova zákona

Sestavil jsem obvod podle obrázku 1. Proud jsem nastavil na 0.1 mA a změřil jsem napětí na voltmetru. Dosadil do Ohmova zákona a spočetl odpor ampérmetru.

I [mA]	U [mV]
0,1	182,74

Tabulka 1: Naměřené hodnoty napětí a proudu pro odpor ampérmetru

Odpor spočteme z Ohmova zákona jako

$$R = \frac{U}{I} = \frac{182,74 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{0,1 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1827 \Omega$$

Chybu tohoto měření určíme ze zákona přenášení nejistot, tedy podle rovnice (4) můžeme psát

$$u_c(R) = \sqrt{\frac{U^2 \cdot u_c(I) + I^2 \cdot u_c(U)^2}{I^4}}$$

Protože můžeme považovat proud za přesný, tak bude

$$u_c(I) = 0 \text{ A}$$

což znamená, že se nám vztah ze zákona přenášení nejistot „zredukuje“ na

$$u_c(R) = \sqrt{\frac{I^2 \cdot u_c(U)^2}{I^4}}$$

Pro nejistotu měření napětí platí

$$u_c(U) = 0,012 \cdot 10^{-2} \cdot U + 5 \cdot 100 \mu\text{V}$$

kde U je hodnota na displeji voltmetru. Po dosazení z tabulky 1 dostaneme nejistotu měření napětí jako

$$u_c(U) = 0,012 \cdot 10^{-2} \cdot 182,74 \cdot 10^{-3} \text{ V} + 5 \cdot 100 \mu\text{V} \doteq 0,0005219 \text{ V}$$

Pro celkovou

$$u_c(R) = \sqrt{\frac{I^2 \cdot u_c(U)^2}{I^4}} = \sqrt{\frac{(0,1 \cdot 10^{-3})^2 \text{ A}^2 \cdot 0,5219^2 \text{ V}^2}{(0,1 \cdot 10^{-3})^4 \text{ A}^4}} \doteq 5,219 \Omega$$

Naměřený odpor tedy je

$$R = (1827 \pm 5) \Omega \quad (7)$$

2.1.2 Měření odporu ampérmetru substituční metodou

U této metody jsme nejprve nastavili protékající proud ampérmetrem na $100 \mu\text{A}$, tedy na maximální výchylku přístroje. Poté jsme paralelně připojil odporovou dekádu, tak jak je zakresleno na obrázku 2, aby výchylka ampérmetru klesla na polovinu V tuto chvíli protékal jak ampérmetrem, tak odporovou dekádou stejný proud a tudíž musí mít tedy stejný odpor.

Takto jsme naměřil odpor

$$R = 1820 \Omega$$

Chybu tohoto měření je poměrně složité určit. Protože stanovujeme hodnotu odporu, kdy bude ručička přesně uprostřed stupnice, tak za nějakou chybu bude zodpovědně naše oko. Co můžeme určit poměrně přesně je chyba naměřeného proudu, za předpokladu bezchybnosti oka, který určíme podle rovnice (6). Rozsah κ je v tomto případě $100 \mu\text{A}$ a třída přesnosti a je 2,5 dostáváme

$$u_B(I) = \frac{a \cdot \kappa}{100} = \frac{2,5 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{100} = 0,0025 \text{ A} = 2,5 \mu\text{A}$$

Tento výsledek je ovšem, jak už jsme se zmínili kvůli našemu oku, zkreslený. Podle toho, že přístroj sám o sobě se dopouští chyby v řádech jednotek procent bude na místě stejné hodnoty použít i pro odpor. Odhadněme tedy na základě těchto úvah nejistotu naměřeného odporu jako 10Ω .

Výsledek této úlohy je tedy

$$R = (1820 \pm 10) \Omega \quad (8)$$

2.2. Použití bočníků pro rozsah ampérmetru

Zapojili jsme odporovou dekádu zdroj a ampérmetr jako na obrázku 3. Ampérmetr měl rozsah 100 μA . Tento rozsah jsem potřebovali zvětšit na 0,5 mA a 1 mA a 2 mA. Pomocí rovnice (2) a výsledku (7). Výpočty jsme tedy provedli takto

$$\begin{aligned}R_B &= \frac{R_A}{\frac{I_N}{I_A} - 1} = \frac{1827}{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-3}} - 1} \doteq 457 \, \Omega \\R_B &= \frac{R_A}{\frac{I_N}{I_A} - 1} = \frac{1827}{\frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-3}} - 1} \doteq 203 \, \Omega \\R_B &= \frac{R_A}{\frac{I_N}{I_A} - 1} = \frac{1827}{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-3}} - 1} \doteq 96 \, \Omega\end{aligned}$$

Správnost jsem ověřil pomocí nastavení proudu, kdy mi ampérmetr ukazoval správnou hodnotu proudu. Tedy například mi při bočniku na odpor 457 Ω a při nastavení proudu 0,5 mA ukazoval maximální výchylku.

2.3. Změna rozsahu voltmetru pomocí předřadníků

Zapojili jsme obvod podle obrázku 4. Předřadník jsme realizovali pomocí odporové dekády. Odpor, který jsem měli nastavit na odporové dekádě pro napětí 5 V a 10 V jsme dopočítali z rovnice (3). Výpočet jsme tedy provedli takto

$$\begin{aligned}R_P &= \left(\frac{U_N}{U_V} - 1 \right) \cdot R_V = \left(\frac{5}{182,74 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) \cdot 1827 \doteq 47977 \, \Omega \\R_P &= \left(\frac{U_N}{U_V} - 1 \right) \cdot R_V = \left(\frac{10}{182,74 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) \cdot 1827 \doteq 97775 \, \Omega\end{aligned}$$

Nastavili jsme hodnotu odporu předřadníku podle těchto výpočtů a zkontrolovali jsme jejich správnost podle zdroje napětí analogicky jako v minulém případě.

3. Závěr

3.1. Měření odporu ampérmetru

Při měření odporu ampérmetru jsme využili jak metodou zakládající se přímo na měření odporu z Ohmova zákona, tak jsme využili metody využití bočníků. Výsledky popisují rovnice (7) a (8) tedy pro měření z Ohmova zákona byl výsledek $R = (1827 \pm 5) \, \Omega$ a při metodě bočníků je výsledek měření $R = (1820 \pm 10) \, \Omega$. Jak je vidět, tak existuje průnik těchto dvou intervalů, který je $[1822, 1830] \, \Omega$.

3.2. Použití bočníků pro rozsah ampérmetru

Protože tato úloha navazovala na úlohu minulou, byla to i jakási kontrola úlohy předchozí. Odpor ampérmetru měřený v minulé úloze totiž byl použit do výpočtů, kterých jsme použili k určení odporu bočníků realizovaných odporovou dekádou. Vzhledem k tomu, že jsem kontrolovali v úloze i správnost nastavení odporu na dekádách, tak jsem zkontrolovali i naměřený odpor ampérmetru v minulé úloze. I když jsem v minulé úloze stanovovali nejistotu měření, mohli jsem se dopustit *hrubé* chyby, kterou bychom našimi metodami nedokázali zjistit. Tato úloha tedy poskytla i vynikající nástroj, jak by odhalit nedostatky z úlohy první.

Protože výsledek byl prakticky vždy ověřen uvedeme zde jen výsledky našich výpočtů v tabulce 2.

I_N	R_B
0,5 mA	457 Ω
1 mA	203 Ω
2 mA	96 Ω

Tabulka 2: Výsledné odpory bočníků

3.3. Změna rozsahu voltmetru pomocí předřadníků

Tato úloha stejně jako úloha druhá navazovala na úlohu první. To jest, že také poskytla kontrolu k první úloze. Vzhledem k tomu, že jsme také ověřovali správnost řešení uvedeme zde jen vypočtené a zkontrolované odpory předřadníků, které byli realizovány odporovou dekádou, v tabulce 3.

U_N	R_P
5 V	47 977 Ω
10 V	97 775 Ω

Tabulka 3: Výsledné odpory předřadníků

Digitální část

1. Teorie

Rozsah převodníku $r(n)$ určíme podle vzorce

$$r(n) = 2^n \quad (9)$$

kde n je počet bitů. Reálný napěťový rozsah spočteme jako

$$U_c = U_M - U_0 \quad (10)$$

kde U_M je maximální hodnota napětí a U_0 je minimální hodnota napětí. Ideální kvantizační krok spočteme jako U_q spočteme jako

$$U_q = \frac{U_r}{2^n - 1} \quad (11)$$

kde U_r je nominální napěťový rozsah. Ve jmenovateli odečítáme od rozsahu jedničku kvůli tomu, že počítač počítá i s číslem nula. Reálný kvantizační krok U_Q spočteme jako

$$U_Q = \frac{U_c}{2^n - 1} \quad (12)$$

Pro chybu offsetu δ_0 (nuly) a chybu měřítka δ_m platí vztahy

$$\delta_0 = \frac{\Delta U_0}{U_r} \quad (13)$$

$$\delta_m = \frac{\Delta U_m - \Delta U_0}{U_r} \quad (14)$$

kde ΔU_0 je odchylka minimální hodnoty napětí, od její nominální hodnoty, a ΔU_m je odchylka maximální hodnoty napětí od její nominální hodnoty. V praxi jsme používali D/A převodník čtyřkanálový šestnáctibitový USB-9263 s typickým nominálním rozsahem -10,7 V až 10,7 V a osmibitový D/A převodník MDAC-08 s nominálním rozsahem 0 V až 10 V. Měřicí karta ICP DAS PCI-12002LU má nominální napěťový rozsah -5 V až 5 V.

2. Naměřené hodnoty

U_0	U_m
0,000217 V	9,980609 V

Tabulka 4: Hodnoty napětí a odchylek napětí pro osmibitový převodník.

U_0	U_m
-10,676548 V	10,698581 V

Tabulka 5: Hodnoty napětí a odchylek napětí pro šestnáctibitový převodník.

U_Q
0,00244 V

Tabulka 6: Nejmenší hodnota amplitudy pro dvanáctibitový převodník.

3. Úkoly

3.1. Rozsah 8 a 16 bitového D/A převodníku

Protože víme, že bit je v PC reprezentován „jedničkou“ a „nulou“, tak určíme rozsah 16 bitového převodníku $r(16)$ jako

$$r(16) = 2^{16} = 65536$$

a rozsah osmibitového převodníku $r(8)$ jako

$$r(8) = 2^8 = 256$$

3.2. Určení vlastností D/A převodníků

3.2.1 Osmibitový převodník

Podle rovnic (10), (12), (13) a (14) spočteme reálný napěťový rozsah, reálný kvantizační krok, chybu offsetu a měřítka.

$$U_c = U_M - U_0 = 9,980609 \text{ V} - 0,000217 \text{ V} = 9,980392 \text{ V}$$

$$U_Q = \frac{U_c}{2^n - 1} = \frac{9,980392 \text{ V}}{2^8 - 1} = 0,039138792 \text{ V}$$

$$\delta_0 = \frac{\Delta U_0}{U_r} = \frac{0,000217 \text{ V} - 0 \text{ V}}{10 \text{ V} - 0 \text{ V}} = 0,0000217$$

$$\delta_m = \frac{\Delta U_m - \Delta U_0}{U_r} = \frac{(10 \text{ V} - 9,980392 \text{ V}) - 0,000217 \text{ V}}{10 \text{ V}} = 0,0019391$$

3.2.2 Šestnáctibitový převodník

Podobně jako v předchozím případě Podle rovnic (10), (12), (13) a (14) spočteme reálný napěťový rozsah, reálný kvantizační krok, chybu offsetu a měřítka.

$$U_c = U_M - U_0 = 10,698581 \text{ V} - (-10,676548) \text{ V} = 21,375129 \text{ V}$$

$$U_Q = \frac{U_c}{2^n - 1} = \frac{21,375129 \text{ V}}{2^{16} - 1} = 0,000326164 \text{ V}$$

$$\delta_0 = \frac{\Delta U_0}{U_r} = \frac{-10,7 \text{ V} - (-10,676548 \text{ V})}{10,7 \text{ V} - (-10,7 \text{ V})} = -0,001095888$$

$$\delta_m = \frac{\Delta U_m - \Delta U_0}{U_r} = \frac{(10,7 \text{ V} - 10,698581 \text{ V}) - 0,23452}{21,4 \text{ V}} = -0,01089257$$

3.3. Nastavení napětí 3,2 V na USB-9263

Potřebné číslo N pro 3,2 V můžeme spočítat podle rovnice

$$N = \frac{(2^n - 1) \cdot U}{U_r} \quad (15)$$

kde N je hledané číslo. Dosadíme a vypočítáme hledané číslo

$$N = \frac{(2^n - 1) \cdot U}{U_r} = \frac{(2^{16} - 1) \cdot 3,2 \text{ V}}{21,4 \text{ V}} \doteq 9800$$

3.4. Vzorkovací frekvence

Ke generování harmonického průběhu analogového systému jsem použil modul USB-9263, kde jsem nastavil frekvenci generovaného signálu na hodnotu 1 kHz. Vzorkovací frekvence jsem měnil postupně na hodnoty 20 kHz, 1,1 kHz, 1 kHz a 100 Hz.

Existuje jistý teorém, jenž se nazývá Shannonův teorém nebo také (Nyquistův teorém, Kotělnikovův teorém, Nyquistův-Shannonův teorém, Shannonův-Nyquistův-Kotělnikovův teorém, apod.), který zní:

„Přesná rekonstrukce spojitého, frekvenčně omezeného signálu z jeho vzorků je možná tehdy, pokud byla vzorkovací frekvence vyšší než dvojnásobek nejvyšší harmonické složky vzorkovaného signálu.“

Tento teorém lze také vyjádřit vztahem

$$f_v = 2f_{\max}[s^{-1}], \quad (16)$$

kde f_v je vzorkovací frekvence a f_{\max} je maximální frekvence, který se vyskytuje v signálu.

Neboli tento teorém říká, že jestliže chceme rekonstruovat signál, tak musí být vzorkovací frekvence **minimálně** dvojnásobná. Což dále znamená, že čím větší bude vzorkovací frekvence, tím lepší bude rekonstrukce signálu.

3.5. Kvantizační krok dvanáctibitového A/D převodníku

Kvantizační krok A/D převodníku v měřící kartě systému ISES. Hodnotu jsem určili ze záznamu, tak jak je napsána v tabulce 6, tedy 0,00244 V. Správnost výsledku můžeme ověřit podle rovnice (11) jako

$$U_q = \frac{U_r}{2^n - 1} = \frac{5 \text{ V} - (-5 \text{ V})}{2^{12} - 1} = 0,002442 \text{ V}$$

což je velmi blízko naší naměřené hodnotě.

4. Závěr digitální části

V této části úlohy jsem spočetl „číslicový“ rozsah pro šestnáctibitový - 65536 a osmibitový převodník - 256. Také jsem určil pro osmibitový a šestnáctibitový převodník jejich základní charakteristiky viz tabulka 7.

Osmibitový D/A převodník.			
U_c	U_Q	δ_0	δ_m
9,980392 V	01039138792 V	0,0000217	0,0019391
Šestnáctibitový D/A převodník.			
U_c	U_Q	δ_0	δ_m
21,375129 V	0,000326164 V	-0,001095888	-0,01089257

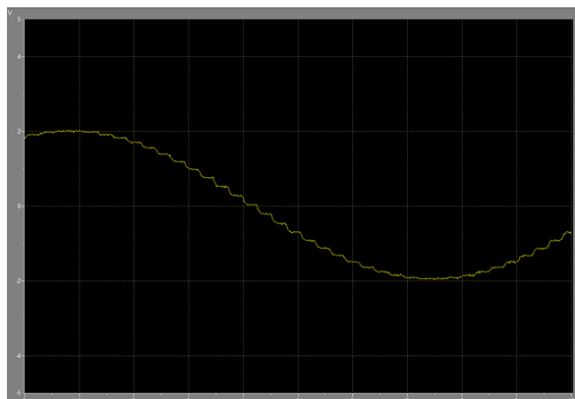
Tabulka 7: Výsledky veličin charakterizujících D/A převodníky.

Zjistil jsem, že nejlepší je, pokud je vzorkovací frekvence převodníku minimálně dvojnásobná, ale spíše ještě větší než dvojnásobná oproti frekvenci signálu, jak říká Shannonův teorém, vyjádřený rovnicí (16).

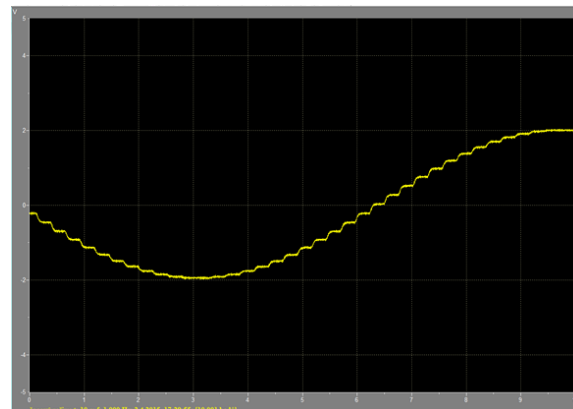
Určil jsem ze záznamu kvantizační krok - 0,00244 V s přesností 0,000002 V a našel jsem číslo, které charakterizuje napětí 3,2 V u šestnáctibitového převodníku - 9800.

Přílohy

Grafy



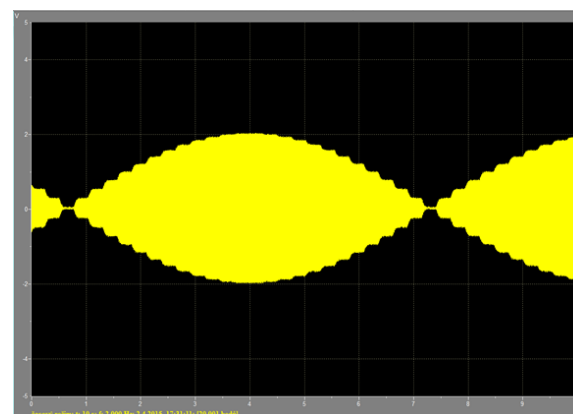
Obrázek 5: Frekvence 100 Hz



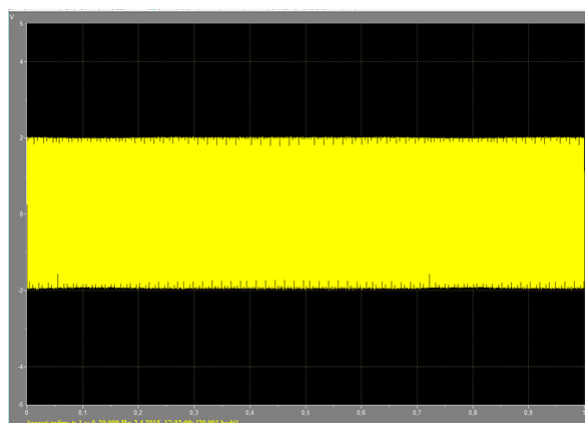
Obrázek 6: Frekvence 1 kHz



Obrázek 7: Frekvence 1,1 kHz



Obrázek 8: Frekvence 2 kHz



Obrázek 9: Frekvence 20 kHz