

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

## Fyzikální praktikum 1

**Zpracoval:** Jan Beran

**Naměřeno:** 3. května 2018

**Obor:** UF

**Skupina:** F2180/06

**Testováno:**

---

**Úloha . 3: Měření viskozity, hustoty a povrchového  
napětí kapalin**  
 $T = 23.3\text{ }^{\circ}\text{C}$   
 $p = 992.9\text{ hPa}$   
 $\varphi = 29.1\text{ }^{\circ}$

## 1. Úvod

V celém protokolu, jsou uvedeny hypertextové odkazy, tedy pakliže udávám pouze název webové stránky odkud jsem čerpal jakákoli data, tak onen název webové stránky je hypertextový (klikací).

V celém protokolu jsem měl snahu dosazovat hodnoty přímo do vzorce. Pakliže byl ale vzorec příliš velký, tak jsem se tomuto dosazení vyhnul. To z důvodu úspory místa. Téměř všechny výpočty jsou však uvedeny v sekci Přílohy, kromě jedné výjimky, která je uvedeno v poznámce pod čarou tam, kde k ní došlo..

## 2. Úkoly

1. Určete teplotní závislost viskozity vody Ubbelohdeho viskozimetrem pro teploty 20 a 30°C.
2. Vypočtete viskozitu vody pomocí změření doby, výtoku kapalin z Marriottovy láhve.
3. Určete hustotu lihu na základě známé hustoty vody pomocí pyknometru.
4. Určete hustotu lihu pomocí ponorného tělíska.
5. Určete povrchové napětí destilované vody a lihu du Noüyho metodou kroužku.
6. Pomocí měřiče kontaktního úhlu změřte disperzní složku povrchové energie vody metodou kontaktního úhlu přisedlé kapky.

## 3. Teorie

### 3.1. Viskozita

Dynamická viskozita  $\eta$  kapaliny je způsobena vnitřním třením mezi jednotlivými vrstvami kapaliny. Je mírou toho, jak se reálná kapalina brání tečení. U newtonovských kapalin dynamická viskozita nezávisí na smykovém tření, ale závisí na teplotě a tlaku. Kinematická viskozita kapaliny  $\nu$  je definována vztahem

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1)$$

kde  $\eta$  je její dynamická viskozita a  $\rho$  její hustota.

### 3.2. Ubbelohdeho viskozimetr

Ubbelohdeho viskozimetr je skleněný výrokový kapilární viskozimetr pro přesné relativní a s kalibrací i absolutní měření kinematické viskozity newtonovských kapalin. Kinematickou viskozitu stanovíme u Ubbelohdeho viskozimetru jako

$$\nu = K \cdot t \quad (2)$$

kde  $K^1$  je časová konstanta viskozimetru a  $t$  je čas.

### 3.3. Marriottova láhev

Dynamickou viskozitu můžeme měřit pomocí Mariottovy láhve, která svojí konstrukcí zaručuje konstantní tlakový rozdíl. Dynamickou viskozitu, kde proudění budeme považovat ze čistě laminární, pak spočteme pomocí Hagen-Poiseuillovy rovnice (3), kde  $R$  je poloměr trubice,  $L$  její délka,  $p$  tlakový rozdíl mezi konci trubice a  $V$  objem kapaliny, které odteče za čas  $t$ .

$$\eta = \frac{\pi R^4 p t}{8 V L} \quad (3)$$

Pro tlakový rozdíl zřejmě platí:

$$p = p_1 - p_2 = (p_{\text{atm}} + h \rho g) - p_{\text{atm}} = h \rho g$$

Objem spočteme ze vztahu (4), kde  $m$  je hmotnost kapaliny, která odteče za čas  $t$ .

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (4)$$

Po dosazení těchto vztahů přejde rovnice (3) do tvaru

$$\eta = \frac{\pi g \rho^2 R^4 h t}{8 m L} \quad (5)$$

### 3.4. Hustota kapalin

#### 3.5. Metoda ponorného tělíska

Toto měření je založeno na srovnání vztlakové síly působící na ponorné tělísko v kapalině o známé a následně neznámé hustotě.

Hustotu kapaliny pak můžeme získat z rovnice

$$\rho = \frac{m}{m_{\text{znam}}} \cdot \rho_{\text{znam}}, \quad (6)$$

kde  $m$  je hmotnost tělíska v kapalině o neznámé hustotě,  $m_{\text{znam}}$  je hmotnost tělíska v kapalině o známé hustotě a  $\rho_{\text{znam}}$  je známá hustota kapaliny.

##### 3.5.1 Pyknometrická metoda

Hustotu kapalin měříme pyknometrickou metodou. Pyknometr je nádoba, která nám umožňuje odměřit stejné objemy různých kapalin. Požadovanou hustotu  $\rho$  dostaneme ze vztahu (7), kde  $\rho_c$  je hustota známé kapaliny,  $\rho_V$  je hustota vzduchu,  $m_0$  je hmotnost prázdného pyknometru,  $m$  hmotnost pyknometru s kapalinou známé hustoty.

$$\rho = (\rho_c - \rho_V) \cdot \frac{m - m_0}{m_c - m_0} + \rho_V \quad (7)$$

---

<sup>1</sup>Pokud neznáme konstantu viskozimetru  $K$  můžeme si jej zkalibrovat pomocí kapaliny o známé viskozitě  $\nu_z$  a vztahu

$$\nu = \frac{t}{t_z} \cdot \nu_z$$

### 3.6. Povrchové napětí kapalin

Povrchové napětí kapaliny je důsledkem kohézních sil uvnitř kapaliny. Je definováno vztahem (8), kde  $F$  je síla působící v rovině povrchu kapaliny kolmo na délku  $l$  na povrchu kapaliny.

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad (8)$$

### 3.7. Noüyho metoda

U Noüyho metody předpokládáme, že povrchové napětí nezávisí na křivosti povrchu kapaliny, kapalina působí na ponořenou část tělesa pouze hydrostatickou silou a povrchovým napětím. Kontaktní úhel mezi povrchem kapaliny a svislicí na rozhraní všech tří fází je roven nule. Povrchové napětí pak spočítáme ze vztahu (9), kde  $F_{\max}$  je maximální síla působící na kroužek a  $l$  je obvod kroužku.

$$\sigma = \frac{F_{\max}}{2l} \cdot f(R^3/V, R/r) = \frac{F_{\max}}{4\pi R} \cdot 0,77 \quad (9)$$

### 3.8. Měření kontaktního úhlu

Při této metodě se na vodorovný očištěný vzorek pevné látky o vhodné povrchové energii nanese kapka testovacích kapalin, což je jedna kapalina, u které chceme spočítat některou ze složek povrchové energie kapaliny<sup>2</sup> nebo celkovou energii vody a druhá kapalina je takzvaná kalibrační u které jsou známy všechny hodnoty povrchové energie, je měřen kontaktní úhel, který svírá tečná k profilu kapky v místě styku tří fází. Tedy pevnou látkou, kapalinou a párou kapaliny. Pakliže máme k dispozici hodnoty kalibrační kapaliny a celkovou povrchovou energii naší měřené kapaliny, tak v rovnováze, která se ustanoví pár sekund po ukápnutí, bude platit rovnice

$$\frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}}{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{\sigma_{\text{kal}}^{\text{lw}}}{\sigma_{\text{kal}}} \cdot \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}}{\sigma_{\text{kal}}} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{kal}}} \right) \quad (10)$$

kde  $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}$  jde disperzní složka povrchové energie vody,  $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$  je celková povrchová energie vody,  $\sigma_{\text{kal}}^{\text{lw}}$  je polární složka povrchové energie vody kalibrační kapaliny,  $\sigma_{\text{kal}}$  je celková povrchová energie kalibrační kapaliny,  $\Theta_{\text{H}_2\text{O}}$  je kontaktní úhel vody a  $\Theta_{\text{kal}}$  je kontaktní úhel kalibrační kapaliny.

Vhodné je použít kapalinu, která má povrchovou energii disperzního charakteru a tedy platí

$$\sigma_{\text{kal}} = \sigma_{\text{kal}}^{\text{lw}} \quad (11)$$

Z rovnice (11) vyjádříme disperzní složku povrchové energie jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = \frac{\sigma_{\text{kal}}^{\text{lw}} \cdot \sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2}{\sigma_{\text{kal}}} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{kal}}} \right)^2 \quad (12)$$

Při použití kalibrační kapaliny methyljodidu ( $\text{CH}_2\text{I}_2$ ), pro který platí rovnice (11), dostaneme rovnici

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2}{\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{CH}_2\text{I}_2}} \right)^2 \quad (13)$$

Pakliže jako kalibrační kapalinu použijeme glycerol (propan-1,2,3-triol), tak se nám rovnice výrazně změní a to proto, že pro glycerol neplatí rovnice (11). Dostaneme tedy rovnici

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2 \cdot \sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}}}{\sigma_{\text{glyc}}^2} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{glyc}}} \right)^2 \quad (14)$$

Polární složku povrchové energie vody vypočteme jako

$$\sigma^{\text{ab}} = \sigma - \sigma^{\text{lw}} \quad (15)$$

---

<sup>2</sup>V našem případě bude kapalina u které chceme zjistit jednu ze složek (konkrétně disperzní složku) povrchové energie voda, a tak bude zapsáno i ve vzorcích.

### 3.9. Obecné vztahy a pojmy pro zpracování měření

Nejdříve zavedeme některé pojmy.

**Chyba měření** jest naměřená hodnota veličiny od níž odečteme správnou hodnotu veličiny.

**Nejistota měření** jest parametr přidružený k výsledku měření, jenž charakterizuje rozptýlení hodnot, jež by mohly být důvodně přisuzovány k měřené veličině.

**Systematická nejistota** jest nejistota, jenž ovlivňuje měření deterministickým způsobem, který můžeme dobře předpovědět. Tyto nejistoty můžeme odstranit korekcemi.

**Náhodná nejistota** jest nejistota, která ovlivňuje měření nepředvídatelným způsobem, tedy nelze je vyloučit ani kompenzovat. Tyto nejistoty lze podchytit několikanásobným měřením, které následně statisticky zpracujeme.

**Hrubá chyba** jest chyba, která je způsobena výjimečnou příčinou, selháním měřicí aparatury, či nesprávným záznamem výsledku apod.

V celém protokolu uvažujeme pouze Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti, někdy také nazýváno Normální rozdělení pravděpodobnosti.

Střední hodnotu určíme jako aritmetický průměr z naměřených hodnot. (Jestliže měříme veličinu pouze jednou, je střední hodnotou právě hodnota z tohoto jednoho měření.)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (16)$$

Nejistoty můžeme rozdělit ještě jednou možnostmi a to na nejistotu typu A a typu B.

**Nejistotu typu A** ( $u_A$ ) u Gaussova rozdělení chápeme jako směrodatnou odchylku aritmetického průměru. Je to tedy nejistota, kterou zjistíme více. To můžeme vyjádřit rovnicí

$$u_A(x) = \frac{s(\bar{x})}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} \quad (17)$$

**Nejistota typu B** jest nejistota, kterou získáváme jiným způsobem než statisticky. Nejčastěji pak ze specifikace přístroje. Nejistota typu B zahrnuje tedy jak systematické, tak náhodné vlivy na rozdíl od nejistoty typu A.

**Kombinovaná nejistota** (také celková kombinovaná nejistota nebo celková nejistota) je použita tam, kde se při měření přístrojem mění hodnota naměřené veličiny, jenž ukazuje přístroj. Poté vypočteme onu celkovou kombinovanou nejistotu jako

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (18)$$

**Rozšířená nejistota**, tedy nejistota, kde zahrneme velkou část intervalu s určitou pravděpodobností spočteme jako

$$U(x) = t_{p,v} u(x), \quad (19)$$

kde  $t_{p,v}$  je studentův koeficient pro hladinu pravděpodobnosti  $p$  a stupňů volnosti  $v$ , které spočteme jako  $v = N - 1$ , kde  $N$  je počet měření.

**Zákon přenášení nejistot** jest zákon, kterým spočteme veličinu, která jest nepřímo měřená. Tedy veličina, jenž závisí na přímo měřených veličinách, které mají standardní kombinované nejistoty. Potom vyjádříme zákon přenášení nejistot jako

$$u_c(f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot u_c^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot u_c^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \cdot u_c^2(x_n)} \quad (20)$$

Výsledek měření zapisujeme jako

$$x = (\bar{x} \pm U_c(x)) \cdot j \quad (p = \dots, v = \dots), \quad (21)$$

kde  $j$  značí jednotky (rozměr) naměřené veličiny.

### 3.10. Nejistoty přístrojů

#### 3.10.1 Váhy

Výrobce vah udává většinou dva údaje a to je citlivost *readout*, což je nejmenší hodnota čtená na displeji a označuje se  $d$  a ověřovací dílek  $e$  (*verification value*), což je největší rozdíl mezi údajem vah a etalonem hmotnosti použitým při ověření vah. Krajiní nejistota měření je rovna  $e$ , tedy

$$U_B(m) = e \quad (22)$$

Tedy standardní nejistota jest

$$u_B(m) = \frac{U_B(m)}{3} = \frac{e}{3} \quad (23)$$

Pro váhy v praxi platí

$$e = 10d, \quad (24)$$

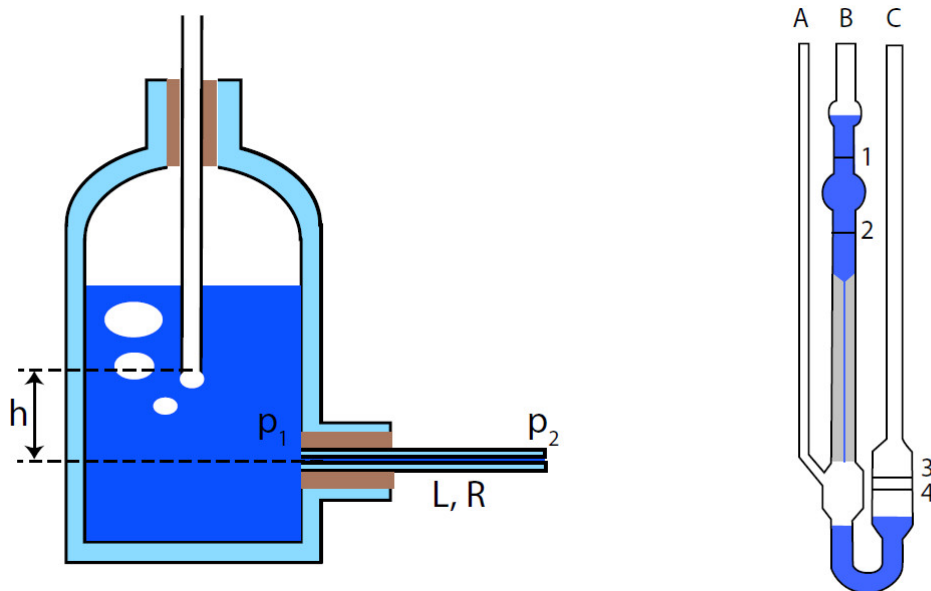
což znamená, že můžeme nejistotu typu B spočítat jako

$$u_B = \frac{e}{3} = \frac{10}{3}d. \quad (25)$$

## 4. Postup měření

### 4.1. Teplotní závislost viskozity měřená pomocí Ubbelohdeho viskozimetru

Nejprve jsem naplnil viskozimetr kapalinou přes trubici C tak, aby sahala mezi rysky 3 a 4. ne trubici B jsem nasadil hadičku s balónkem. Trubicí A jsem zakryl prstem jedné ruky a pomocí balónku, který jsem stlačil, jsem nasál kapalinu do trubice B tak, aby sahala nad rysku 1. Uvolnil jsem otvor balónku a poté prst z trubice A. Stopkami jsem změřil dobu  $t$ , za kterou hladina v trubici poklesla z rysky 1 na rysku 2.



Obrázek 1: Schéma Mariottovy láhve vlevo a Ubbelohdeho viskozimetru vpravo.

### 4.2. Měření viskozity pomocí Mariottovy láhve

Výšku hladiny nad úrovní ústní kapiláry jsem určil pomocí katetometru. Čas, který voda vytékala z Mariottovy láhve jsem změřil stopkami a kádinku bez vody a kádinku s vodou jsem zvážil na analytických vahách.

### 4.3. Měření hustoty pomocí pyknometru

Na analytických vahách jsem zvážil prázdný pyknometr. Pak jsem ho naplnil lihem a zvážil na analytických vahách. Vymyl jsem pyknometr vodou, co nejvíce vysušil a naplnil vodou destilovanou. Naplněný pyknometr jsem zvážil na analytických vahách.

### 4.4. Určení hustoty lihu pomocí ponorného tělíska

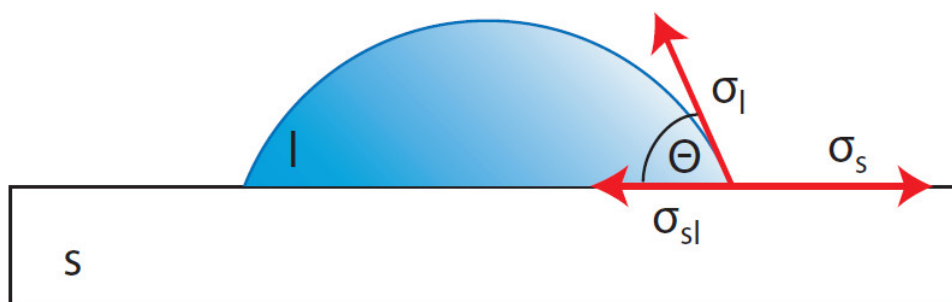
Na závěs digitálních vah (s podvěsným vážením) jsem zavěsil ponorný teploměr. Teploměr jsem ponořil do odměrného válce naplněného destilovanou vodou a odečetl váhu na vahách. Následně jsem teploměr vysušil a ponořil jej do odměrného válce naplněného lihem. Váhu jsem odečetl na vahách.

### 4.5. Určení povrchového napětí vody a lihu Noüyho metodou kroužku

Zavěsil jsem kroužek na váhy a vytáročoval váhy. Pod kroužek na posuvnou rovinu jsem položil petriho misku naplněnou destilovanou vodou. Pomocí posunování roviny jsem ponořil kroužek do kapaliny. Na PC jsem spustil program *tensiometer* a spustil měření síly. Pomocí posunování roviny směrem dolů jsem kroužek z kapaliny pomalu vytahoval. Nejvyšší hodnotu síly jsem zaznamenal. Stejný postup jsem opakoval u lihu.

### 4.6. Určení disperzní složky povrchové energie vody metodou kontaktního úhlu

Na očištěnou a vysušenou destičku z teflonu jsem pomocí mikropipety kápl 3 kapky methylen jodidu, 3 kapky destilované vody a 3 kapky glycerolu. Pro každou kapalinu jsem použil jinou špičku. Určil jsem pomocí PC kontaktní úhly.



Obrázek 2: Youngova rovnováha na rozhraní tří fází u přisedlé kapky.

## 5. Naměřené hodnoty

### 5.1. Teplotní závislost viskozity měřená pomocí Ubbelohdeho viskozimetru

$T_1$	27,6 °C
$t_1$	829 s
$T_2$	36,8 °C
$t_2$	678 s

Tabulka 1: Teplota a čas při měření viskozity Ubbelohdeho viskozimetrem

### 5.2. Měření viskozity pomocí Mariottovy láhve

$m_{\text{bez}}$ [g]	$m_s$ [g]	$R$ [mm]	$L$ [mm]	$t$ [s]	$h$ [cm]
63,526	131,347	$(0,570 \pm 0,001)$	$(105,0 \pm 0,5)$	100	17,36

Tabulka 2: Měření viskozity pomocí Mariottovy láhve

### 5.3. Měření hustoty pomocí pyknometru

$m_0$	$m_l$	$m_{H_2O}$
16,261 g	37,269 g	42,303 g

Tabulka 3: Hmotnosti tělíska, při určování hustoty lihu

### 5.4. Určení hustoty lihu pomocí ponorného tělíska

$m_l$	$m_{H_2O}$
34,269 g	42,303 g

Tabulka 4: Navážené hmotnosti u pyknometrické metody

### 5.5. Určení povrchového napětí vody a lihu Noüyho metodou kroužku

č. měření	F [mN] Láh	F [mN] Voda
1	12,43	35,23
2	12,38	35,13
3	12,39	35,30
4	12,46	35,19

Tabulka 5: Měření síly kapaliny působící na kroužek

## 5.6. Určení disperzní složky povrchové energie vody metodou kontaktního úhlu

č. měření	glycerol	methylen jodid	voda
1	97, 2°	56, 9°	104, 4°
2	95, 9°	50, 5°	95, 9°
3	103, 7°	53, 4°	97, 7°

Tabulka 6: Měření kontaktního úhlu

## 6. Zpracování měření

### 6.1. Určení teplotní závislosti viskozity vody pomocí Ubbelohdeho viskozimetrem

Podle rovnice (2), která popisuje způsob výpočtu kinematické viskozity vody dosadíme naměřené hodnoty z tabulky (1) a konstantu, která byla zapsána v návodu k této úloze jako

$$K = 1,063 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-2}, \quad r(K) = 0,65\% \text{ (p 95 \%)} \quad (26)$$

Z této rovnice můžeme vypočítat celkovou nejistotu měření jako

$$u_C(K) = 1,063 \cdot 0,0065 \doteq 0,0069 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Viskozitu pro teplotu  $T_1 = 27,6^\circ\text{C}$  spočteme jako

$$\nu_1 = K \cdot t_1 = 1,063 \cdot 829 = 881,227 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Viskozitu pro teplotu  $T_2$  určíme jako

$$\nu_2 = K \cdot t_2 = 1,063 \cdot 678 = 720,714 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Reálně jsme měřili pouze jednu veličinu a to čas stopkami. Protože nejistota, která je způsobena stopkami je zanedbatelná oproti nejistotě, které jsem způsobil já, při mačkání stopek, odhadneme celkovou nejistotu měření času jako 1 s. Tedy

$$u_C(t_1) = u_C(t_2) = 1 \text{ s}$$

Nejistotu měření viskozity  $\nu_1$  pro teplotu  $T_1$  a čas  $t_1$  určíme ze zákona přenášení nejistot (20) jako

$$u_C(\nu_1) = \sqrt{K^2 \cdot u_C(t_1)^2 + t_1^2 \cdot u_C(K)^2} \quad (27)$$

Nejistotu měření viskozity  $\nu_2$  pro teplotu  $T_2$  a čas  $t_2$  určíme ze zákona přenášení nejistot (20) jako

$$u_C(\nu_2) = \sqrt{K^2 \cdot u_C(t_2)^2 + t_2^2 \cdot u_C(K)^2} \quad (28)$$

Po dosazení hodnot dostaneme celkové standardní nejistoty měření kinematické viskozity vody

$$u_C(\nu_1) \doteq 5,818 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

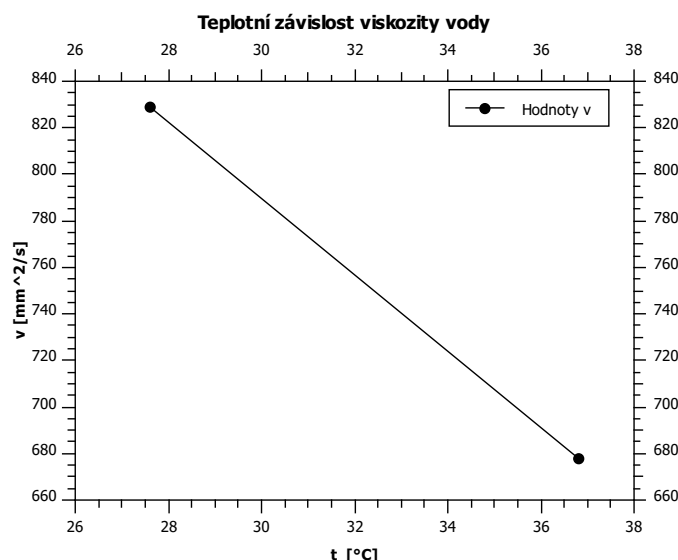
$$u_C(\nu_2) \doteq 4,797 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Výsledné kinematické viskozity  $\nu_1$  a  $\nu_2$  pro vodu o teplotě  $T_1$  a  $T_2$  jsou

$$\nu_1 = (881 \pm 6) \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (29)$$

$$\nu_2 = (720 \pm 5) \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (30)$$





Obrázek 3: Teplotní závislost viskozity vody

## 6.2. Určení viskozity vody pomocí Marriotovy láhve

K tomu abychom mohli určit hmotnost vody, která vytekla, tak musíme odečíst hmotnost prázdné od plné kádinky. Tedy

$$m = m_s - m_{\text{bez}} = 131,347 \text{ g} - 63,526 \text{ g} = 67,821 \text{ g}$$

Pro určení dynamické viskozity použijeme vzorec (5). Dosadíme naměřené hodnoty z 2 a tabulkové hodnoty hustoty vody<sup>3</sup>, gravitační konstanty<sup>4</sup> a čísla  $\pi$ <sup>5</sup>, pak dostaneme

$$\eta = \frac{\pi g \rho^2 R^4 h t}{8 m L} = \frac{3,14159 \cdot 9,810 \cdot 998,21^2 \cdot (0,570 \cdot 10^{-3})^4 \cdot (17,36 \cdot 10^{-2}) \cdot (17,36 \cdot 10^{-2}) \cdot 100}{8 \cdot (67,821 \cdot 10^{-3}) \cdot (105 \cdot 10^{-3})} \doteq 0,098783 \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

Nejistotu čísla  $\pi$  a gravitační konstanty  $g$  jsem vůbec nezaváděl. Nejistotu hustoty vody jsem stanovil jako jedničku na posledním desetinném místě. K určení nejistoty konečné hmotnosti vody, která vytekla z Marriotovy láhve použijeme zákon přenášení nejistot, tedy rovnici (20). Můžeme tedy psát, že

$$u_C(m) = \sqrt{u_C(m_s)^2 + u_C(m_{\text{bez}})^2}$$

Protože pro nejistoty laboratorních vah platí rovnice (25), tak můžeme psát, že nejistota naměřené hmotnosti  $m_s$  a  $m_{\text{bez}}$  je

$$\begin{aligned} u_C(m_s) &= 0,060 \text{ g} \\ u_C(m_{\text{bez}}) &= 0,070 \text{ g} \end{aligned}$$

Pro celkovou nejistotu naměřené hmotnosti vody, která vyteče z Marriotovy láhve platí

$$u_C(m) = \sqrt{u_C(m_s)^2 + u_C(m_{\text{bez}})^2} = \sqrt{(0,060 \text{ g})^2 + (0,070 \text{ g})^2} \doteq 0,0922 \text{ g}$$

U času určíme nejistotu následovně: Protože nejistota, která je způsobena stopkami je zanedbatelné oproti nejistotě, které jsem způsobil já, při mačkání stopek, odhadneme celkovou nejistotu měření času jako 1 s. Pro nejistotu měření výšky  $h$  zase musíme pouze odhadnout onu chybu maření. Protože jsem

<sup>3</sup>Hodnotu destilované vody jsem vybral pro teplotu 20 °C z internetové stránky <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-vody.htm>, kterou jsem zaokrouhlil na dvě desetinná místa.

<sup>4</sup>Její hodnoty jsem převzal se stránky Wikipedia

<sup>5</sup>Jehož hodnotu jsem převzal ze stránky Wikipedia

pořádně nedokázal zaostřit na kříž katetometru i když jsem měřil velice pečlivě, tak určím chybu jako číslo 9 na posledním desetinném místě. Můžeme tedy přímo měřené veličiny a jejich celkové nejistoty zapsat jako

$$\begin{aligned}\pi &= 3,141592 \\ g &= 9,810275 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ R &= (0,570 \pm 0,001) \text{ mm} \\ L &= (105,0 \pm 0,5) \text{ mm} \\ t &= (100 \pm 1) \text{ s} \\ h &= (17,36 \pm 0,09) \text{ cm} \\ m &= (67,821 \pm 0,092) \text{ g} \\ \varrho &= (998,21 \pm 0,001) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}\end{aligned}$$

Celkovou nejistotu měření zjistíme ze Zákona přenášení nejistot, který reprezentuje rovnice (20). Můžeme psát

$$u_C(\eta) = \frac{1}{8} \left( 4 \frac{\pi^2 g^2 r^2 R^8 h^2 t^2 u_C(\varrho)^2}{m^2 L^2} + 16 \frac{\pi^2 g^2 r^4 R^6 h^2 t^2 u_C(R)^2}{m^2 L^2} + \frac{\pi^2 g^2 r^4 R^8 t^2 u_C(h)^2}{m^2 L^2} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\pi^2 g^2 r^4 R^8 h^2 u_C(t)^2}{m^2 L^2} + \frac{\pi^2 g^2 r^4 R^8 h^2 t^2 u_C(m)^2}{m^4 L^2} + \frac{\pi^2 g^2 r^4 R^8 h^2 t^2 u_C(L)^2}{m^2 L^4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

Po dosazení nejistot do vzorce (31) dostaneme výslednou celkovou nejistotu měření, tedy

$$u_C(\eta) \doteq 0,013 \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

Výsledek měření můžeme zapsat ve tvaru

$$\eta = (0,99 \pm 0,01) \text{ mPa} \cdot \text{s} \quad (32)$$

### 6.3. Určení hustoty lihu pyknometrickou metodou

Hustotu lihu pyknometrickou metodou určíme podle rovnice (7). Přepíšeme značení jako

$$\varrho = (\varrho_c - \varrho_V) \cdot \frac{m - m_0}{m_c - m_0} + \varrho_V \Rightarrow \varrho_l = (\varrho_{\text{H}_2\text{O}} - \varrho_V) \cdot \frac{m_l - m_0}{m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0} + \varrho_V$$

kde  $\varrho_l$  je hustota lihu,  $\varrho_{\text{H}_2\text{O}}$  je hustota destilované vody,  $\varrho_V$  je hustota vzduchu,  $m_0$  je hmotnost prázdného pyknometru,  $m_l$  je hmotnost pyknometru naplněného lihem a  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  je hmotnost pyknometru s naplněného vodou.

Pakliže dosadíme hodnoty<sup>6</sup> tak dostaneme

$$\begin{aligned}\varrho &= (998,21 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} - 1,205 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}) \cdot \frac{37,269 \cdot 10^{-3} \text{ kg} - 16,261 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{42,303 \cdot 10^{-3} \text{ kg} - 16,261 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} + 1,205 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = \\ &= 805,48 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}\end{aligned}$$

Nejistotu veličin, které jsem dosadili určíme následovně. Jako nejistotu veličin, které jsem našel v tabulkách budu brát jedničku na posledním místě desetinném místě tedy. Tedy mohu psát, že

$$\begin{aligned}u_C(\varrho_V) &= 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ u_C(\varrho_{\text{H}_2\text{O}}) &= 0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}\end{aligned}$$

---

<sup>6</sup>Hodnotu hustoty destilované vody jsem vybral pro teplotu 20 °C z internetové stránky <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-vody.htm> a zaokrouhlil jsem ji na druhé desetinné místo. Hodnotu hustoty vzduchu jsem vybral na internetové stránce <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-plynu.htm> a samozřejmě také pro teplotu 20 °C. Hodnotu jsem zaokrouhlil na tři desetinná místa.

Pro váhy platí rovnice (25), tudíž můžeme psát, že

$$\begin{aligned}u_C(m_0) &= 0,01 \text{ g} \\u_C(m_l) &= 0,09 \text{ g} \\u_C(m_{\text{H}_2\text{O}}) &= 0,03 \text{ g}\end{aligned}$$

Ze zákona přenášení nejistot, který reprezentuje rovnice (20) můžeme psát standardní kombinovanou nejistotu jako

$$\begin{aligned}u_C(\varrho_l) &= \left( \frac{(m_l - m_0)^2 u_C(\varrho_{\text{H}_2\text{O}})^2}{(m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0)^2} + \left( -\frac{m_l - m_0}{m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0} + 1 \right)^2 u_C(\varrho_V)^2 + \dots \right. \\&\quad \dots + \frac{(\varrho_{\text{H}_2\text{O}} - \varrho_V)^2 u_m^2}{(m_c - m_0)^2} + \left( -\frac{\varrho_{\text{H}_2\text{O}} - \varrho_V}{m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0} + \frac{(\varrho_{\text{H}_2\text{O}} - \varrho_V)(m_l - m_0)}{(m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0)^2} \right)^2 u_C(m_0)^2 + \dots \\&\quad \left. \dots + \frac{(\varrho_{\text{H}_2\text{O}} - \varrho_V)^2 (m_l - m_0)^2 u_C(m_{\text{H}_2\text{O}})^2}{(m_{\text{H}_2\text{O}} - m_0)^4} \right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (33)$$

Po dosazení hodnot do rovnice (33) dostáváme výsledek

$$u_C(\varrho_l) \doteq 3,569 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Výsledek měření a tedy výsledná hustota lihu jest

$$\varrho_l = (805,5 \pm 3,6) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (34)$$

#### 6.4. Určení hustoty lihu pomocí ponorného tělíska

K určení hustoty lihu pomocí metody ponorného tělíska využijeme rovnici (6) a do ní dosadíme hodnoty z tabulky (4), kde jsou zapsány naměřené hodnoty a hodnotu hustoty vody z minulých úloh dostaneme

$$\varrho = \frac{m}{m_{\text{znam}}} \cdot \varrho_{\text{znam}} = \frac{37,269}{42,303} \cdot 998,21 \doteq 808,6343 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Pro výpočet nejistoty měření využijeme hodnoty hustoty vody z minulých úloh a nejistotu pro váhy tělíska v jednotlivých kapalinách určíme podle rovnice (25). Pro váhy tedy platit

$$\begin{aligned}u_B(m) &= \frac{10}{3}d = \frac{10}{3} \cdot 0,009 \text{ g} = 0,03 \text{ g} \\u_B(m_{\text{znam}}) &= \frac{10}{3} \cdot 0,003 \text{ g} = 0,01 \text{ g}\end{aligned}$$

Protože jsme hodnotu měřili pouze jednou můžeme uvažovat, že

$$\begin{aligned}u_B(m) &= u_C(m) = 0,03 \text{ g} \\u_B(m_{\text{znam}}) &= u_C(m_{\text{znam}}) = 0,01 \text{ g}\end{aligned}$$

Z minulých úkolů víme, že

$$u_C(\varrho_{\text{znam}}) = 0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Ze zákona přenášení nejistot (20) můžeme psát rovnici pro výpočet celkové nejistoty měření jako

$$u_C(r) = \sqrt{\frac{\varrho_{\text{znam}}^2 u_C(m)^2}{m_{\text{znam}}^2} + \frac{m^2 u_C(\varrho_{\text{znam}})^2}{m_{\text{znam}}^2} + \frac{m^2 \varrho_{\text{znam}}^2 u_C(m_{\text{znam}})^2}{m_{\text{znam}}^4}} \quad (35)$$

Po dosazení hodnot do rovnice (35) dostaneme

$$u_C(\varrho) \doteq 7,332 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Celkový výsledek měření můžeme psát jako

$$\varrho = (809 \pm 7) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (36)$$

## 6.5. Určení povrchového napětí vody a lihu Noüyho metodou kroužku

Pro výpočet povrchového napětí nejdříve potřebujeme znát maximální sílu, která působí na vytahovaný kroužek. Protože jsme měřili tuto sílu vícekrát spočteme průměrnou hodnotu, což bude střední hodnota měření. Píšeme tedy

$$F_l = \frac{\sum_1^4 F_{li}}{4} = \frac{12,43 + 12,38 + 12,39 + 12,46}{4} \text{ mN} = 12,415 \text{ mN}$$

$$F_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\sum_1^4 F_{li}}{4} = \frac{35,23 + 35,13 + 35,30 + 35,19}{4} \text{ mN} = 35,2125 \text{ mN}$$

kde  $F_l$  je střední hodnota maximální síly, jenž působící lůh na kroužek a  $F_{\text{H}_2\text{O}}$  je střední hodnota maximální síly, kterou působí voda na kroužek.

Podle návodu k měření je průměr kroužku  $D$  roven

$$D = (58,0 \pm 0,1) \text{ mm}$$

Při úpravě rovnice (9), kdy místo poloměru budeme dosazovat průměr můžeme psát

$$\sigma = \frac{F_{\max}}{2\pi D} \cdot 0,77 \quad (37)$$

Po dosazení hodnot do rovnice (37) dostaneme hodnotu povrchového napětí

$$\sigma_l = \frac{12,415 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 58 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,77 \doteq 0,0262319 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} = 26,2319 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{35,2125 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 58 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,77 \doteq 0,0744012 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} = 74,4012 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$$

Nejistoty měření pro síly, jenž působí na kroužek musíme odhadnout. Vzhledem k tomu, že jsme měli při určování graf s měnícími se hodnotami, kde zrovna se velikost síly nachází, tak největší nejistota měření byla způsobena, právě lidskou (mou) nepřesností, při určování této hodnoty. Hodnotu tedy určíme rozumně jako

$$u_C(F_l) = u_C(F_{\text{H}_2\text{O}}) = 0,5 \text{ mN}$$

Ze zákona přenášení nejistot určíme celkovou nejistotu měření povrchového napětí jako

$$u_C(\sigma) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{u_C(F_{\max}^2)}{\pi^2 \cdot D^2} \cdot 0,77^2 + \frac{F_{\max}^2 \cdot u_C(D)^2}{\pi^2 \cdot D^4} \cdot 0,77^2} \quad (38)$$

Po dosazení hodnot do rovnice (38) pro vodu a lůh dostaneme nejistoty měření povrchového napětí pro jednotlivé kapaliny. Dostaneme tedy

$$u_C(\sigma_l) \doteq 0,00106 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} = 1,06 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$u_C(\sigma_{\text{H}_2\text{O}}) \doteq 0,0010901 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} = 1,0901 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$$

Výsledek měření povrchového napětí vody a lihu Noüyho metodou kroužku můžeme zapsat jako

$$\sigma_l = (26,2 \pm 1,1) \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \quad (39)$$

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (74,4 \pm 1,1) \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \quad (40)$$

## 6.6. Stanovení disperzní složky povrchové energie metodou kontaktního úhlu

Pro tuto metodu jsem vybrali jako kalibrační kapaliny methyjdodid a glycerol. Protože u glycerolu neplatí rovnost (11), tak musíme použít dvě různé rovnice a nakonec srovnáme tyto dva výsledky.

### 6.6.1 Při použití methyljodidu jako kalibrační kapaliny

Nejdříve určíme střední hodnotu naměřených úhlů jako aritmetický průměr, podle rovnice (16), tak dostaneme

$$\bar{\Theta}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{104,4 + 95,9 + 97,7}{3} = \frac{298}{3}^\circ$$

$$\bar{\Theta}_{\text{CH}_2\text{I}_2} = \frac{56,5 + 50,5 + 53,4}{3} = \frac{802}{15}^\circ$$

Pro výpočet disperzní složky povrchové energie vody využijeme rovnici (13), do které dosadíme námi vypočtené střední hodnoty úhlů a hodnoty povrchových energií, které byly zapsány v návodu k této úloze, které byly

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = 72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}^{\text{lw}} = 50,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Po dosazení do rovnice (13) dostaneme

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2}{\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{CH}_2\text{I}_2}} \right)^2 =$$

$$= \frac{(72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2})^2}{50,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}} \cdot \left( \frac{1 + \cos(\frac{298}{3}^\circ)}{1 + \cos(\frac{802}{15}^\circ)} \right)^2 \doteq 28,77552 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pro stanovení celkové nejistoty měření musíme nejdříve stanovit celkové nejistoty pro měření úhlů. Tu stanovíme jako nejistotu typu A z rovnice (17). Dostaneme<sup>7</sup>

$$u_A(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\Theta_{\text{H}_2\text{O}(i)} - \bar{\Theta}_{\text{H}_2\text{O}})^2}{3 \cdot (3 - 1)}} = 2,3139673^\circ$$

$$u_A(\Theta_{\text{CH}_2\text{I}_2}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\Theta_{\text{CH}_2\text{I}_2(i)} - \bar{\Theta}_{\text{CH}_2\text{I}_2})^2}{3 \cdot (3 - 1)}} = 1,850225212^\circ$$

Celkovou nejistotu měření spočteme ze zákona přenášení nejistot jako

$$u_C(\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}) = 2 \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2 \cdot (1 + \cos^2(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot \sin^2(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot u_C(\Theta_{\text{H}_2\text{O}})^2)}{\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}^2 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}))^4} + \dots \right. \quad (41)$$

$$\left. \dots + \frac{\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}^4 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}))^4 \cdot \sin(\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2})^2 \cdot u_C(\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2})^2}{\sigma_{\text{CH}_2\text{I}_2}^2 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{CH}_2\text{I}_2}))^6} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Po dosazení hodnot do rovnice (41) dostaneme celkovou nejistotu měření jako

$$u_C(\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}) = 2,89 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Naměřenou hodnotu disperzní složky energie vody můžeme zapsat jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = (28,8 \pm 2,9) \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} \quad (42)$$

Polární složku vodu vypočteme podle rovnice (15), tedy

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = \sigma_{\text{H}_2\text{O}} - \sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}$$

Po dosazení hodnot, které jsem vypočítal a z návodu k tomuto cvičení, dostaneme

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = 72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} - 28,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} = 44,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

<sup>7</sup>Výpočet jsme provedli pomocí Excelu s funkcí SMODCH. VÝBĚR. S, kterou jsem vynásobil převrácenou hodnotou druhé odmocniny z počtu měření.

### 6.6.2 Při použití glycerolu jako kalibrační kapaliny

Hodnotu kontaktních úhlů určíme stejně jako v minulém případě, s tím, že pro vodu jsme tuto hodnotu již v minulém případě zjistili, můžeme tedy psát, že

$$\bar{\Theta}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{298}{3}^\circ$$

$$\bar{\Theta}_{\text{glyc}} = \frac{103,7 + 95,9 + 97,2}{3} = \frac{1484}{15}^\circ$$

Pro výpočet disperzní složky povrchové energie vody využijeme rovnici (14), do které dosadíme námi vypočtené střední hodnoty úhlů a hodnoty povrchových energií, které byly zapsány v návodu k této úloze jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = 72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\sigma_{\text{glyc}} = 64,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}} = 34,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^2 \cdot \sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}}}{\sigma_{\text{glyc}}^2} \cdot \left( \frac{1 + \cos \Theta_{\text{H}_2\text{O}}}{1 + \cos \Theta_{\text{glyc}}} \right)^2 =$$

$$= \frac{(72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2})^2 \cdot (34,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2})}{(64,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2})^2} \cdot \left( \frac{1 + \cos(\frac{298}{3}^\circ)}{1 + \cos(\frac{1484}{15}^\circ)} \right)^2 \doteq 43,27779 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pro stanovení celkové nejistoty měření musíme nejdříve stanovit celkové nejistoty pro měření úhlů. Tu stanovíme jako nejistotu typu A z rovnice (17). Pro vodu dostaneme stejnou hodnotu jako v minulém případě. Pro glycerol dostaneme <sup>8</sup>

$$u_A(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\Theta_{\text{glyc}(i)} - \bar{\Theta}_{\text{glyc}})^2}{3 \cdot (3 - 1)}} = 2,586073815^\circ$$

Celkovou nejistotu měření spočteme ze zákona přenášení nejistot jako

$$u_C(\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}}) = 2 \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^4 \cdot \sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}} \cdot (1 + \cos^2(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot \sin^2(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot u_C(\Theta_{\text{H}_2\text{O}})^2)}{\sigma_{\text{glyc}}^4 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{glyc}}))^4} + \dots \right. \quad (43)$$

$$\left. \dots + \frac{\sigma_{\text{glyc}}^4 \cdot \sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}} \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{H}_2\text{O}}))^4 \cdot \sin(\sigma_{\text{glyc}})^2 \cdot u_C(\Theta_{\text{glyc}})^2}{\sigma_{\text{glyc}}^4 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{glyc}}))^6} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Po dosazení hodnot do rovnice (43) dostaneme celkovou nejistotu měření jako

$$u_C(\sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}}) = 6,15 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Naměřenou hodnotu disperzní složky energie vody můžeme zapsat jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = (43,3 \pm 6,6) \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} \quad (44)$$

Polární složku vodu vypočteme podle rovnice (15), tedy

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = \sigma_{\text{H}_2\text{O}} - \sigma_{\text{glyc}}^{\text{lw}}$$

Po dosazení hodnot, které jsem vypočítal a z návodu k tomuto cvičení, dostaneme

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = 72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} - 43,3 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} = 29,5 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

<sup>8</sup>Výpočet jsme provedli pomocí Excelu s funkcí SMODCH.VÝBĚR.S, kterou jsem vynásobil převrácenou hodnotou druhé odmocniny z počtu měření.

## 7. Závěr

### 7.1. Určení teplotní závislosti viskozity vody pomocí Ubbelohdeho viskozimetrem

Určil jsem hodnotu kinematické viskozity vody pro teploty  $T_1 = 27,6\text{ °C}$  a pro  $T_2 = 36,8\text{ °C}$ . Tedy viskozity byli

$$\nu_1 = (881 \pm 6) \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\nu_2 = (720 \pm 5) \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

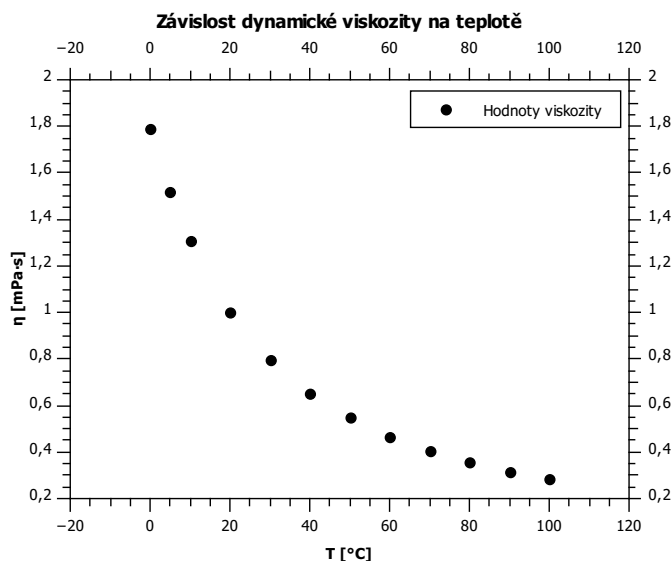
Tyto výsledky odpovídají tabulkovým hodnotám<sup>9</sup>. Dále jsem sestavil graph 3, který ukazuje teplotní závislost kinematické viskozity vody. Nutno ovšem dodat, že graf není téměř vůbec přesný z důvodů malého množství dat. K odpovídajícímu grafu by bylo vhodné mít alespoň 5 hodnot viskozit při 5 různých teplotách.

### 7.2. Určení viskozity vody pomocí Marriotovy láhve

Výsledek měření dynamické viskozity vody nám udává rovnice (32), tedy

$$\eta = (0,99 \pm 0,01) \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

Jak je vidět na grafu 4, tak dynamická viskozita vody, jejíž teplota se blíží hodnotě  $20\text{ °C}$ , se blíží  $20\text{ mPa} \cdot \text{s}$ . (Uvažujeme teplotu vody stejnou jako je teplota vzduchu v místnosti, protože Marriotova láhev už byla v místnosti naplněná vodou. Tedy její teplota se nemohla příliš lišit od okolního prostředí.) Při srovnání s naším výsledkem je naše naměřená hodnota velice přesná.



Obrázek 4: Závislost dynamické viskozity na teplotě

### 7.3. Určení hustoty lihu pyknometrickou metodou

Určili jsem hustotu lihu jako

$$\rho_l = (805,5 \pm 3,6) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

podle bezpečnostního listu technického lihu<sup>10</sup> je jeho hodnota od  $0,800$  do  $0,850 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  což odpovídá po převodu jednotek hodnotě od  $800$  do  $820 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Naše hodnota je v tomto intervalu do značená, že šlo o technický líh.

<sup>9</sup>Hodnoty jsem porovnával s tabulkovými hodnotami na adrese <http://www.converter.cz/tabulky/viskozita-vody.htm>

<sup>10</sup>Dostupné na adrese [http://www.severochema.cz/files/bezpecnostni-listy/Lih\\_techicky.pdf](http://www.severochema.cz/files/bezpecnostni-listy/Lih_techicky.pdf)

#### 7.4. Určení hustoty lihu pomocí ponorného tělíska

Hustotu lihu metodou ponorného tělíska, jsme určili jak ukazuje rovnice (36), tedy

$$\varrho = (809 \pm 7) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Při srovnání s minulou úlohou je výsledek velice podobný. Výsledný interval má průnik

$$\cap \varrho = [802, 809, 1] \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Takže bychom mohli říci, že toto je nejpravděpodobnější interval pro hustotu lihu.

#### 7.5. Určení povrchového napětí Noüyho metodou kroužku

V úloze jsem spočetli povrchové napětí kapalin Noüyho metodou kroužku a výsledek vyjadřuje rovnice (39), tedy

$$\begin{aligned}\sigma_l &= (26,2 \pm 1,1) \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \\ \sigma_{\text{H}_2\text{O}} &= (74,4 \pm 1,1) \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}\end{aligned}$$

V návodu pro tuto úlohu je uvedeno povrchové napětí vody a ethanol jako

$$\begin{aligned}\sigma_e &= 72,8 \\ \sigma &= 22,4\end{aligned}$$

Náš líh můžeme považovat ze ethanol a protože jsou si obě hodnoty poměrně podobné můžeme říci, že jsme se nedopustily žádné hrubé chyby. (Bohužel nemůžeme říct na jak si podobné jsou, protože chybí jak nejistota u tabulkových hodnot, tak například některé podmínky, při kterých tak bylo měřeno, ovšem pro orientační kontrolu správnosti výsledku tyto informace jsou dostatečné.)

#### 7.6. Stanovení disperzní složky povrchové energie metodou kontaktního úhlu

V tomto úkolu jsem stanovili disperzní složku povrchové energie vody a zbylou polární složku energie vody metodou kontaktního úhlu. Využili jsme dvě kalibrační kapaliny a to methyldiodid pro který platí rovnice (11) a glycerol pro který rovnice (11) neplatí.

Pro methyldiodid vyšla disperzní složka povrchové energie jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = (43,3 \pm 6,6) \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pro glycerol vyšla disperzní složka povrchové energie jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} = (28,8 \pm 2,9) \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Polární složka povrchové energie vody pro kalibrační kapalinu methyldiodid nám vyšla jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = 44,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Polární složka povrchové energie vody pro kalibrační kapalinu glycerol nám vyšla jako

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} = 29,5 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$$

Tabulkové hodnoty těchto energií jsou

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{H}_2\text{O}} &= 72,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} \\ \sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{lw}} &= 21,8 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} \\ \sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{ab}} &= 51,0 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}\end{aligned}$$



Protože jsem dopočítával složku polární pomocí tabulkových hodnot prostým odečtem, tak je zřejmé, že chyba měření se automaticky přenesla i na ni. Proto se budu vyjadřovat pouze k vypočtené disperzní složce povrchové energie vody, kterou jsem určoval metodou kontaktního úhlu.

Jak je vidět, tak ani jedno z měření nebylo dostatečně přesné. Nejspíše za to může nedostatečný počet opakování měření. Protože toto měření je dost náročné na přesnost z toho hlediska jak přesně určit onen úhel. Úhel se měří pomocí počítače ovšem je nutné ručně opravit bod dotyku, kde se úhel měří. Kdyby jsme tedy naměřili mnohem více hodnot, tak bychom se statisticky dostali na mnohem pravděpodobnější hodnotu. Jak je vidět už z naměřených hodnot, tak onen úhel měl poměrně velký rozptyl hodnot.

Ovšem z měření je téměř jednoznačně vidět, že měření s kalibrační kapalinou, která splňuje rovnici (11) je mnohem přesnější než s kapalinou, která tuto rovnici nesplňuje.

Nutno ještě dodat, že je škoda, že nebyly k dispozici celkové nejistoty povrchových energií v návodu k této úloze. Není tedy ani možné přesně vyčíslit chyby měření, protože hodnoty které jsou v oněch návodech jsme jak používali k výpočtu tak je nyní s nimi srovnáváme.

## Přílohy

### Výpočty

Všechny výpočty byly provedeny v systému Maple 17.00.

#### Určení teplotní závislosti viskozity vody pomocí Ubbelohdeho viskozimetru

```
> restart;
> v:=k*t;
> uv:=sqrt((diff(v,k)*uk)^2 + (diff(v,t)*ut)^2);
> k:=1.063; uk:=0.0069; t:=829; ut:=1;
> v; uv;
> k:=1.063; uk:=0.0069; t:=678; ut:=1;
> v; uv;
```

#### Určení viskozity vody pomocí Marriotovy láhve

```
> restart;
> m:=ms-mb;
> um:=sqrt((diff(m,ms)*ums)^2 + (diff(m,mb)*umb)^2);
> ms:=63.526; mb:=91.347;
> m;
> ums:=0.006*10; umb:=0.007*10;
> um;
> restart;
> n:=(Pi*g*r^2*R^4*h*t)/(8*m*L);
> un:=sqrt((diff(n,r)*ur)^2 + (diff(n,R)*uR)^2 + (diff(n,h)*uh)^2 +
  (diff(n,t)*ut)^2 + (diff(n,m)*um)^2 + (diff(n,L)*uL)^2);
> g:=9.810275;
  r:=998.21; ur:=0.001;
  R:=0.570*10^(-3); uR:=0.001*10^(-3);
  L:=105.0*10^(-3); uL:=0.5*10^(-3);
  t:=100; ut:=1;
  h:=17.36*10^(-2); uh:=0.09*10^(-3);
  m:=67.821*10^(-3); um:=0.0922*10^(-3);
> evalf(n); evalf(un);
```

#### Určení viskozity lihu pyknometrickou metodou

```
> restart;
> r:=(rc-rv)*(((m-m0)/(mc-m0)))+rv;
> ur:=sqrt((diff(r,rc)*urc)^2 + (diff(r,rv)*urv)^2 + (diff(r,m)*um)^2 +
  (diff(r,m0)*um0)^2 + (diff(r,mc)*umc)^2);
> rc:=998.21;rv:=1.205;m:=37.269*10^(-3);m0:=16.261*10^(-3);mc:=42.303*10^(-3);
> urc:=0.001;urv:=0.01;um:=0.009*10*10^(-3);um0:=0.001*10*10^(-3);umc:=0.003*10*10^(-3);
> r;
> ur;
```

#### Určení hustoty lihu pomocí ponorného tělíska

```
> restart;
> r:=(m)/(mz)*rz;
> ur:=sqrt((diff(r,m)*um)^2 + (diff(r,rz)*urz)^2 + (diff(r,mz)*umz)^2);
```

```

> rz:=998.21;
  m:=34.269*10(-3);
  mz:=42.303*10(-3);
> um:=0.09*10/3*10(-3);
  umz:=0.03*10/3*10(-3);
  urz:=0.001;
> r;
> ur;

```

## Určení povrchového napětí Noüyho metodou kroužku

```

> restart;
> Fl:=(12.43 + 12.38 + 12.39 + 12.46)/4;
> Fv:=(35.23 + 35.13 + 35.30 + 35.19)/4;
> s:=F/(2*Pi*d)*0.77;
> F:=12.415*10(-3);
  d:=58*10(-3);
> evalf(s);
> F:=35.2125*10(-3);
> evalf(s);
> restart;
  s:=F/(2*Pi*d)*f;
> us:=sqrt((diff(s,F)*uF)2 + (diff(s,d)*ud)2);
> F:=12.415*10(-3); uF:=0.5*10(-3);
  d:=58*10(-3); ud:=0.1*10(-3);
  f:=0.77;
> evalf(us);
> F:=74.4012*10(-3);
> evalf(us);

```

## Stanovení disperzní složky povrchové energie metodou kontaktního úhlu

```

> restart;
> tv:=(104.4+95.9+97.7)/(3);
> tm:=(56.5+50.5+53.4)/(3);
> tg:=(103.7+95.9+97.2)/3;
> convert(tv,fraction);
> convert(tm,fraction);
> convert(tg,fraction);
> restart;
> slv:=(sv2)/(sm)*((1 + cos(tv))/(1 + cos(tm)))2;
> sv:=72.8*10(-3);
  sm:=50.8*10(-3);
  tv:=convert(298/3*degrees,radians);
  tm:=convert(802/15*degrees,radians);
> evalf(slv);
> restart;
> slv:=(sv2*slg)/(sg2*((1+cos(tv))/(1+cos(tg)))2;
> sv:=72.8*10(-3);
  sg:=64.0*10(-3);
  slg:=34.0*10(-3);
  tv:=convert(298/3*degrees,radians);
  tg:=convert(1484/15*degrees,radians);

```

```

> evalf(slv);
> restart;
> slv:=(sv^2)/(sm)*((1 + cos(tv))/(1 + cos(tm)))^2;
> uslv:=sqrt((diff(slv,tv)*utv)^2 + (diff(slv,tm)*utm)^2);
> utv:=convert(2.313967252*degrees,radians);
> utm:=convert(1.850225212*degrees,radians);
> sv:=72.8*10^(-3);
> sm:=50.8*10^(-3);
> tv:=convert(298/3*degrees,radians);
> tm:=convert(802/15*degrees,radians);
> evalf(uslv);
> restart;
> slv:=(sv^2*slg)/(sg^2)*((1+cos(tv))/(1+cos(tg)))^2;
> uslv:=sqrt((diff(slv,tv)*utv)^2+(diff(slv,tg)*utg)^2);
> utv:=convert(2.313967252*degrees,radians);
> utg:=convert(2.586073815*degrees,radians);
> sv:=72.8*10^(-3);
> sg:=64.0*10^(-3);
> slg:=34.0*10^(-3);
> tv:=convert(298/3*degrees,radians);
> tg:=convert(1484/15*degrees,radians);
> evalf(uslv);
> restart;
> sabv:=72.8-28.8;

```