Fyzikální sekce Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Jan Beran **Naměřeno:** 15. dubna 2019
Obor: UF **Skupina:** F4210/04 **Testováno:**

Úloha . **8:** **Rutherfordův experiment**

1. Úkoly

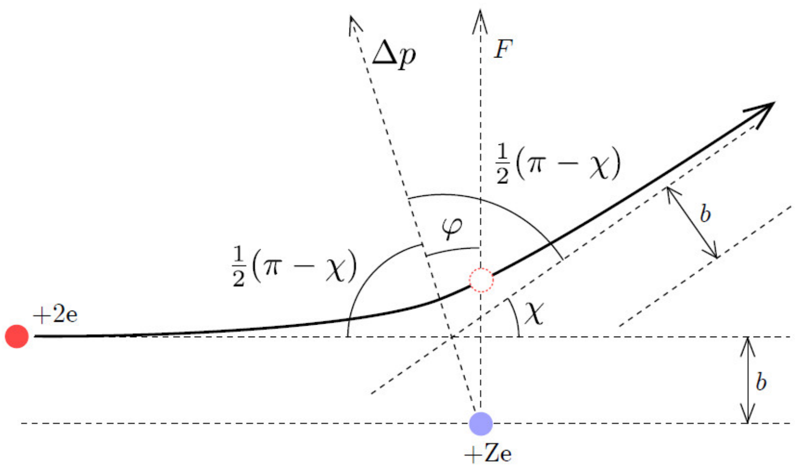
- Sledujte počet zaznamenaných α-částic pro dostatečný počet různých poloh zlaté fólie. Ověřte vztah pro Rutherfordův rozptyl (3).
- Ověřte, zda počty zaznamenaných α-částic mají Poissonovo rozdělení (8).

2. Teorie

2.1. Rutherfordův rozptyl

Rutherfordův experiment spočívá v měření odchylek svazku α-částic dopadajících na tenkou zlatou fólii. Poprvé byl proveden v roce 1909 a nesoulad jeho výsledků s očekáváním (vycházející z Thompsonova pudingového modelu atomu) vedl k vytvoření planetárního modelu atomu.

Lehké α-částice přilétají k těžkým atomům zlata. Díky velkému hmotnostnímu rozdílu lze zlaté částice považovat za nehybné. Pokud se dostane dostatečně blízko jádra, bude α-částice odpuzována kladným nábojem jádra zlata. V důsledku tohoto silového působení se α-částice odchýlí od původního směru o úhel χ. Schéma odchylovaní je znázorněno na obrázku 1.

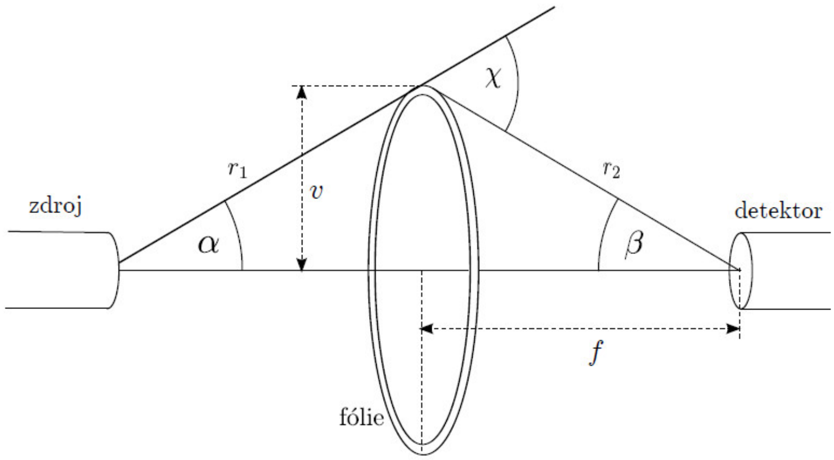


Obrázek 1: Schéma rozptylu α-částic.

Na základě úvah o silovém působení mezi jednou α-částicí a jádrem rozptylového jádra atomu s protony Z lze odvodit vztah mezi tzv. záměrnou vzdáleností b a úhel rozptylu χ:

$$b = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E_k} \operatorname{cotg} \frac{\chi}{2}, \tag{1}$$

kde E_k je kinetická energie letící α-částice. V praxi ovšem nemáme k dispozici jedinou α-částici, ale jejich svazek, u kterého známe kinetickou energii i směr jejich rychlosti. Také není obvyklé provádět rozptyl na jediném atomu zlata. V ideálním případě se rozptyl provádí na tenké fólii. V této úloze se experiment provádí v uspořádání na obrázku 2. Zlaté fólie tvoří mezikruží o středním poloměru v. O této fólii předpokládejme,



Obrázek 2: Experimentální uspořádání aparatury.

že její tloušťka je zanedbatelné malá. O zdroji α-částic předpokládejme, že z malé plochy zářiče S_z vylétají částice do všech směrů v pravidelném množství N_0 za jednotku času. Počet částic, které trefí folii je dán úhlem, pod kterým je vidět zdroj z libovolného bodu na folii:

$$N = N_0 \frac{S_z \cos\alpha}{r_1^2} \tag{2}$$

Pokud jsou rozměry detektoru a zdroje malé v porovnání a rozměry aparatury, nezávisí úhel rozptylu na tom, do kterého místa v detektoru α-částice dopadla. Pro celkový počet částic detekovaných za jednotku času platí:

$$n = K \frac{\cos\alpha \cos\beta}{r_1^2 r_2^2 \sin^4 \frac{\chi}{2}}, \tag{3}$$

kde K je konstanta daná experimentálním uspořádáním.

Z geometrie experimentálního uspořádání vyplývá, že $\chi = \alpha + \beta$ a dále platí:

$$r_2^2 = f^2 + v^2 \tag{4}$$

$$r_1^2 = (l - f)^2 + v^2 \tag{5}$$

$$\cos\beta = \frac{f}{\sqrt{f^2 + v^2}} \tag{6}$$

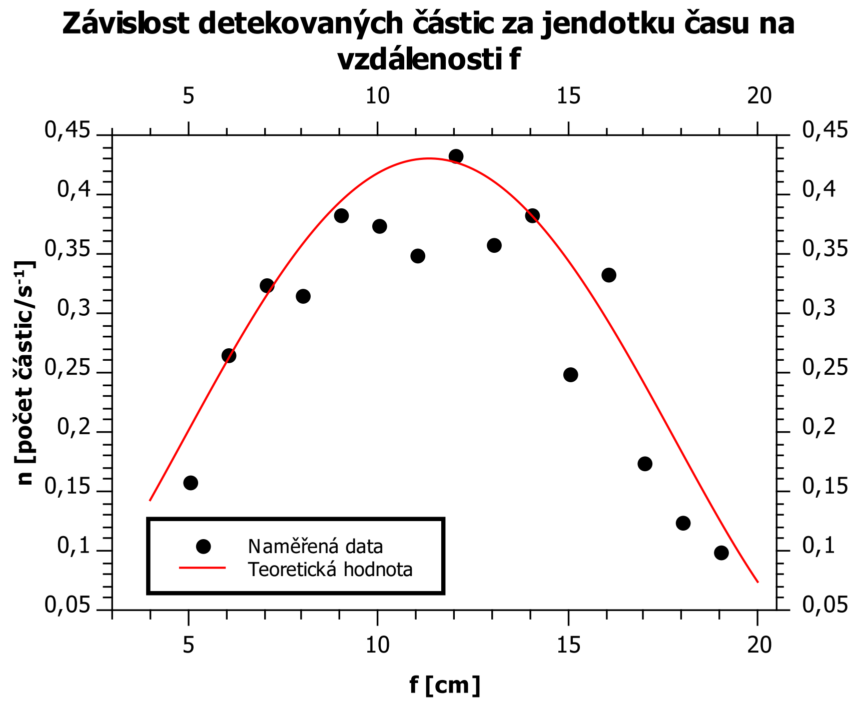
$$\cos\alpha = \frac{l - f}{\sqrt{(l - f)^2 + v^2}}, \tag{7}$$

kde l je vzdálenost zdroje od detektoru.

2.2. Poissonovo rozdělení

Zdroj α-částic využívá radioaktivního rozpadu, což je náhodný proces. Jestliže k rozpadům nedochází příliš často, bude pravděpodobnost zaznamenání vylétajících α-částic v určitém časovém intervalu odpovídat Poissonovu rozdělení

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \tag{8}$$



[htpb]

Obrázek 3: Závislost naměřených počtu detekovaných částic na vzdálenosti f proložená teoretickou křivkou.

kde $P(n)$ je pravděpodobnost„ že dojde k n rozpadům a γ je střední hodnota počtu zaznamenaných rozpadů částic během měřícího intervalu. Zda toto rozdělení platí, ověříme na dlouhém, časovém intervalu pro fólii v poloze„ v níž detekujeme nejvíce α-částic, kterou si určíme z předchozího měření a užijeme k tomu χ^2 test.

Stanovíme hodnotu

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(K_j(n) - NP_j(n))^2}{NP_j(n)}, \tag{9}$$

kde $K_j(n)$ je počet úseků s n zaznamenanými α-částicemi, N počet zvolených úseků, na které jsme rozdělili původní časový interval, a $P_j(n)$ teoretická hodnota odpovídající Poissonovu rozdělení. Má-li dané rozvržení platit, musí být hodnota χ^2 menší než hodnota kritická pro daný stupeň volnosti a zvolenou hladinu spolehlivosti. Stupněm volnosti rozumíme počet intervalů $K_j - 1$.

3. Měření a zpracování měření

Měření jsem provedl na aparatuře jaká je zobrazena na obrázku 2 s tím, že detektor byl připojen na osciloskop. Vzdálenost detektoru od zdroje l je 22,7 cm a střední poloměr mezikruží $v = 2$ cm.

Pro různé polohy fólie f jsem naměřil počet částic N zaznamenaných za dvě minuty, tedy čas t. Pro každou polohu fólie, jsem určil počet částic za jednotku času a také hodnotu:

$$x = \frac{\cos\alpha \cos\beta}{r_1^2 r_2^2 \sin^4 \frac{\chi}{2}}, \tag{10}$$

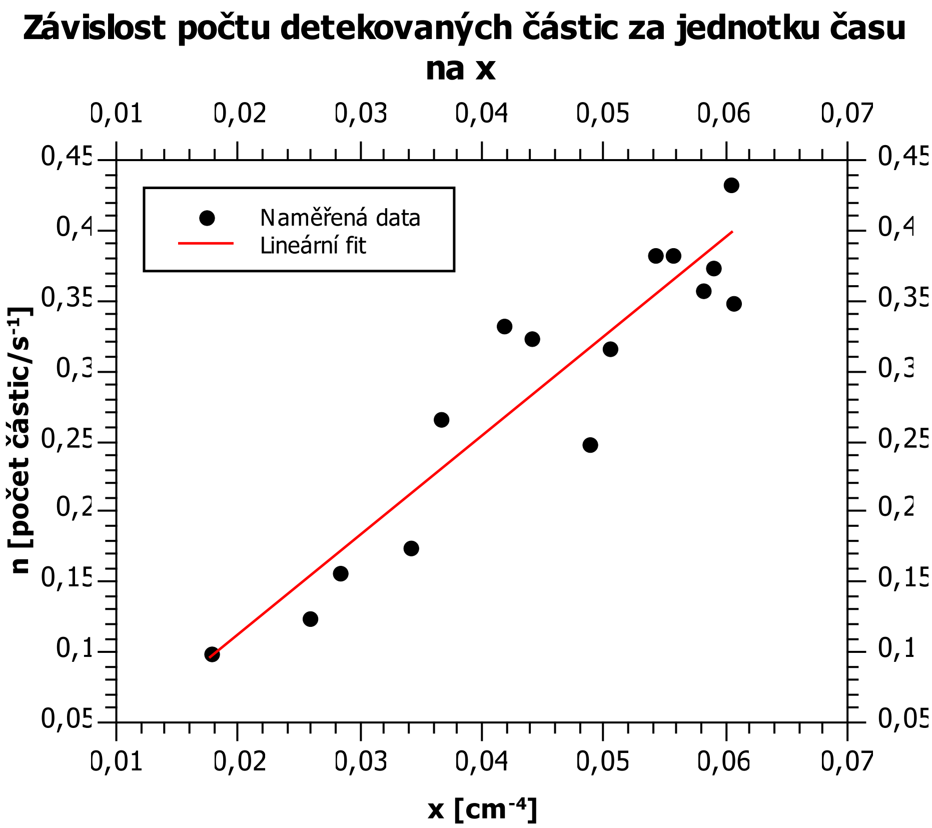
Naměřené a vypočtené hodnoty jsou tabulce 1. Do grafu 4 jsem vynesl závislost n na x. Proložením přímky jsem ověřil platnost vztahu 3 a směrnicí určil hodnotu K jako:

$$K = (7,1 \pm 0,8)\ \mathrm{cm^4 s^{-1}}. \tag{11}$$

Pro ověření Poissonova rozdělení jsem umístil folii do polohy, která odpovídá největšímu počtu detekovaných α-částic, což je polovina celkové vzdálenosti, tedy $f = 11,35$ cm. Provedl jsem měření počtu dopadajících částic v nejdelším časovém úseku 500 s a to čtyřikrát. Protože mi z nějakého neznámého důvodu

Tabulka 1: Naměřené hodnoty počtu částic pro různé vzdálenosti f a vypočtené hodnoty n a x.

f [cm]	N	t [s]	x [cm^{-4}]	n [s^{-1}]
5	19	120	0,0283	0,1583
6	32	120	0,0364	0,2667
7	39	120	0,0439	0,3250
8	38	120	0,0504	0,3167
9	46	120	0,0555	0,3833
10	45	120	0,0589	0,3750
11	42	120	0,0605	0,3500
12	52	120	0,0602	0,4333
13	43	120	0,0580	0,3583
14	46	120	0,0541	0,3833
15	30	120	0,0486	0,2500
16	40	120	0,0417	0,3333
17	21	120	0,0340	0,1750
18	15	120	0,0258	0,1250
19	12	120	0,0177	0,1000



Obrázek 4: Závislost n na x proložená přímkou.

zmizeli naměřené hodnoty prvních cca 50 sekund z každého měření rozdělil jsem měření na 64 intervalů po 30 sekundách. Spočetl jsem pro každý interval počet zaznamenaných částic. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 2.

Pro ověření použitelnosti Poissonova rozdělení jsem provedl χ^2. Předpoklady tohoto testu jsou splněny. Pro každou hodnotu jsem vypočetl hodnotu $K_j(n)$ a pravděpodobnost $P_j(n)$. Tyto hodnoty jsou v tabulce 3. Do grafu 5 jsem vynesl závislost $K(n)$ na n. Z tohoto grafu není přímo patrné, že se jedná o Poissonovo rozdělení.

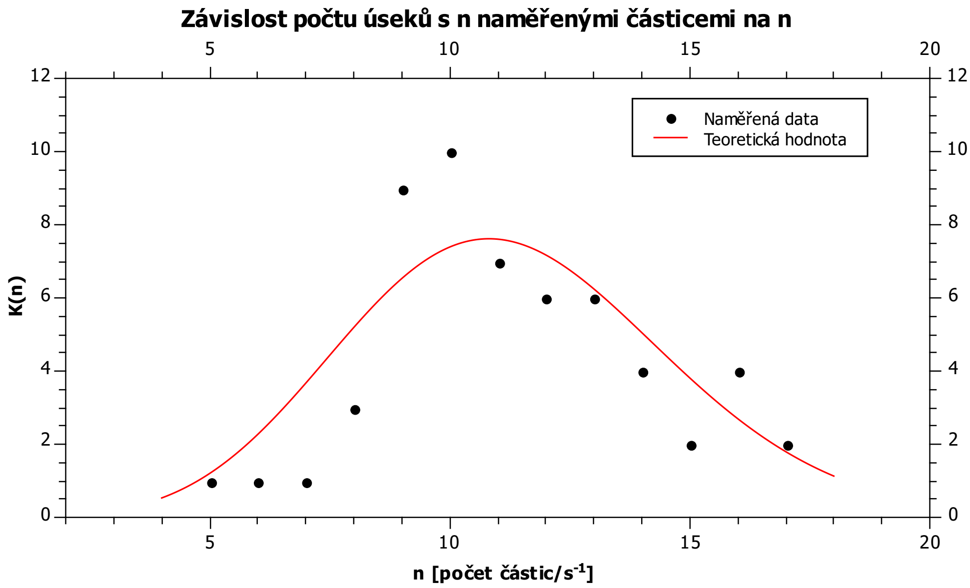
Hodnotu χ^2 jsem určil ze vztahu (9), která mi vyšla

$$\chi^2 = 7,448703015 \tag{12}$$

Podle tabulky v návodu v praktiku pro 12 stupňů volnosti a hladinu spolehlivosti 0,005 je kritická hodnota χ^2 = 21,026. Z toho vyplývá, že hypotézu, že se jedná o Poissonovo rozdělení nemohu zamítnout.

Tabulka 2: Tabulka počtů detekovaných α-částic v jednotlivých časových intervalech pro všechny čtyři měření.

t	n_1	n_2	n_3	n_4
0 - 30	11	10	13	10
30 - 60	11	12	13	7
60 - 90	12	5	11	9
90 - 120	16	13	14	13
120 - 150	13	9	9	9
150 - 180	17	11	10	16
180 - 210	12	9	10	14
210 - 240	12	10	14	9
240 - 270	10	10	8	9
270 - 300	13	12	14	11
300 - 330	15	11	16	15
330 - 360	8	12	10	9
360 - 390	17	10	16	11
390 - 420	10	9	8	6



Obrázek 5: Graf naměřené a teoretické závislosti $K(n)$ na n.

Tabulka 3: Počty intervalů a pravděpodobnosti pro jednotlivé hodnoty n.

n	j	$K_j(n)$	$P_j(n)$
5	1	1	0,018786131
6	2	1	0,035443168
7	3	1	0,057316665
8	4	3	0,081103082
9	5	9	0,102009654
10	6	10	0,115474928
11	7	7	0,118834199
12	8	6	0,112100261
13	9	6	0,097613458
14	10	4	0,078927453
15	11	2	0,059563918
16	12	4	0,042141472
17	13	2	0,028061263

4. Závěr

V první části úlohy jsem ověřoval vztah pro Rutherfordův rozptyl (3). Pomocí proložení přímkou závislostí z obrázku (4) jsem mohl zjistit konstantu $K = (7,1 \pm 0,8)$ cm$^4 s^{-1}$, jehož relativní nejistota 11,3 %. S ohledem na tuto relativní nejistotu není možné říci, že jsem potvrdil vzorec pro Rutherfordův rozptyl, pro ověření by bylo nutné provést mnohem více a mnohem delších měření, při kterých by se hodnota N tolik nelišila.

V druhé části jsem ověřoval χ^2 testem Poissonovo rozdělení. Protože mi vyšla hodnota $\chi^2 \doteq 7,45$ a kritická hodnota pro hladinu spolehlivosti 0,05 a 12 stupňů volnosti je $\chi^2 = 21{,}026$. Protože mi vyšla hodnota χ^2 menší, než je kritická hladina znamená to, že hypotézu, že se jedná o Poissonovo rozdělení nemůžu zamítnout.