

Hesla k otázkám kurzu DM 2

01. Sinová věta

Sinová věta, její důkaz přes výšky trojúhelníku. Zápis věty postupným poměrem.

Rozšířená sinová věta a její důkaz užitím obvodových úhlů.

Typické situace pro užití sinové věty při „řešeních trojúhelníků“. Případná dvojnásobnost řešení a její souvislost s větou Ssu .

Různé vzorce pro obsah trojúhelníku.

Aplikace: Určení šířky řeky měřením z věže.

02. Kosinová věta

Kosinová věta, její důkaz přes výšky trojúhelníku užitím Pythagorovy věty.

Důkaz kosinové věty užitím čtverců nad stranami trojúhelníku.

Typické situace pro užití kosinové věty při „řešeních trojúhelníků“.

Odvození Heronova vzorce pro obsah trojúhelníku.

Aplikace: Určení vzdálenosti dvou bodů na druhém břehu řeky měřením ze dvou bodů na prvním břehu.

03. Geometrie, její historie a výuka

Předmět geometrie. Milníky její historie od starověku po práci D. Hilberta.

Výuka G na ZŠ, její obsah a charakter.

Výuka G na SŠ, její odlišnosti od výuky na ZŠ. Odborný cíl výuky G na SŠ.

Neprofesní význam výuky G.

04. Základní planimetrické pojmy a poznatky

Axiomatické pojetí, pět skupin axiomů v Hilbertově systému.

I. stupeň ZŠ

Bod a přímka. Přímka AB , značení $\leftrightarrow AB$. Úsečka AB , jak říkáme bodům A a B , jak jejím ostatním bodům.

Shodné úsečky AB a CD , zápis $AB \cong CD$. Porovnání a sčítání úseček. Měření úseček, jednotky délky. Shodnost úseček a rovnost jejich délek.

Polopřímka AB (značení $\mapsto AB$), jak říkáme bodu A , jak ostatním jejím bodům. Navzájem opačné polopřímky.

Co je střed dané úsečky a jak ho sestrojíme. Co je osa úsečky a jak ji sestrojíme.

Polorovina, zápis $\mapsto pX$ nebo $\mapsto ABX$, pojmenování jejích bodů. Navzájem opačné poloroviny.

Kterou část roviny nazýváme úhlem. Pojmenování obou polopřímek a jejich společného počátku, jak říkáme ostatním bodům úhlu. Zápis úhlu třemi body. Dvojice úhlů se stejnými rameny. Obecný význam termínu konvexní a nekonvexní útvar.

Shodné úhly. Porovnání a sčítání úhlů. Měření úhlů, úhlové jednotky (stupně a menší jednotky). Shodnost úhlů a rovnost jejich velikostí. Jak třídíme úhly podle jejich velikosti od 0° do 360° . Co je osa daného úhlu a jak ji sestrojíme.

Přímky různoběžné, rovnoběžné a navzájem kolmé ($a \nparallel b$, $a \parallel b$, $a \perp b$). Jak sestrojíme rovnoběžku procházející daným bodem. Jak sestrojíme kolmici procházející daným bodem.

Jak určujeme vzdálenost bodu od přímky. Kdy a jak určujeme vzdálenost dvou přímek téže roviny.

Dvojice úhlů: co jsou vrcholové a vedlejší úhly, souhlasné a střídavé úhly, a jaké mají vlastnosti.

Kružnice, její střed, poloměr a průměr (dva významy). Tětiva kružnice a kružnicový oblouk, pojmenování jeho bodů. Kruh.

Trojúhelník a jeho základní prvky, pojmenování jeho prvků, hranice a obvod. Zápis $\triangle ABC$ – má v něm význam pořadí vrcholů? Třídění trojúhelníků podle velikostí vnitřních úhlů.

Čtyřúhelník a jeho základní prvky. Konvexní a nekonvexní čtyřúhelníky. Hranice a obvod.

II. stupeň ZŠ

Trojúhelníkové nerovnosti. Nerovnosti mezi stranami a mezi vnitřními úhly téhož trojúhelníku. Věta o součtu vnitřních úhlů trojúhelníku. Věta o vnějším úhlu trojúhelníku. Věta o součtu vnitřních úhlů čtyřúhelníku.

Trojúhelníky rovnoramenné, jejich základna a ramena. Trojúhelník rovnostranný. Intuitivní přístup ke shodnosti dvou útvarů na ZŠ. Shodné trojúhelníky, zápis $\triangle ABC \cong \triangle KLM$ a pořadí vrcholů v něm. Co platí pro dva shodné trojúhelníky. Věty *sss*, *sus*, *usu* a *Ssu* o shodnosti trojúhelníků.

Střední příčky trojúhelníků a jejich vlastnosti.

Těžnice trojúhelníku a jejich vlastnosti. Těžiště trojúhelníku.

Kružnice opsaná a kružnice vepsaná danému trojúhelníku. Existence a konstrukce těchto kružnic.

Výšky trojúhelníku (dvojí význam) a jejich vlastnosti. Průsečík výšek (ortocentrum) daného trojúhelníku.

Vzájemná poloha přímky a kružnice, pojmenování dotyčné přímky ve třech případech. Vzdálenosti středu kružnice od dotyčné přímky ve třech případech v porovnání s poloměrem kružnice.

Vzájemná poloha dvou (nesoustředných) kružnic, rozlišení možných případů.

05. Množiny všech bodů dané vlastnosti

Dva aspekty tvrzení „Množina M v rovině ρ je množina všech těch jejích bodů, které mají vlastnost \mathcal{V} “.

S důkazy uveďte vlastnost \mathcal{V} charakterizující danou množinu bodů, nebo naopak tuto množinu nazvanou podle její charakteristické vlastnosti \mathcal{V} explicitně popište:

- (1) Osa úsečky AB ,
- (2) kružnice $k(S, r)$,
- (3) osa úhlu AVB (při jakém omezení na jeho velikost?),
- (4) osa dvou různých rovnoběžek,
- (5) osa dvou různoběžek,
- (6) ekvidistanta dané přímky,
- (7) ekvidistanta dané kružnice,
- (8) Thaletova kružnice (obecněji *ekvigonála úsečky* v otázce 8).

Významné aplikace: Existence a konstrukce kružnic opsaných a vepsaných danému trojúhelníku. Důkaz věty o výškách trojúhelníku. Konstrukce tečen z daného bodu k dané kružnici.

06. Konstrukční úlohy a etapy jejich řešení

Polohové a nepolohové úlohy – jejich rozdíly v zadání a při rozlišování stejných, resp. různých výsledných řešení.

Vyjmenujte jednotlivé etapy úplného řešení konstrukční úlohy, popište náplň a zásady realizace každé z nich.

07. Úhly příslušné oblouku kružnice

Dva oblouky AB téže kružnice, jakými zápisy je rozlišujeme.

Středový úhel, jeho slovní vymezení. Shodnost dvou oblouků téže kružnice a shodnost jejich středových úhlů.

Obvodový úhel, jeho slovní vymezení. Věta o obvodovém a středovém úhlu, její důkaz.

Shodnost dvou oblouků téže kružnice a shodnost jejich obvodových úhlů. Co platí pro obvodové úhly příslušné oběma obloukům AB téže kružnice.

Úsekový úhel, jeho slovní vymezení. Věta o úsekovém a obvodovém úhlu, její důkaz.

08. Ekvigonála úsečky a mocnost bodu ke kružnici

Porovnání obvodového úhlu AVB a úhlu AXB s vrcholem X v různých částech poloroviny ABV , důkazy.

Pro které body X poloroviny KLM platí $|\sphericalangle KXL| = |\sphericalangle KML|$?

Věta o ekvigonále úsečky. Její konstrukce užitím úsekového úhlu.

Věta o tětiovém čtyřúhelníku, důkaz.

Invariant všech sečen kružnice k procházejících daným bodem X , který leží a) ve vnější, b) ve vnitřní oblasti kružnice k , důkazy.

Mocnost bodu ke kružnici. Typ této skalární veličiny a její možné hodnoty. Věta o mocnosti bodu ke kružnici.

Konstrukce kružnice, která prochází danými dvěma body a dotýká se dané přímky.

09. Podobné trojúhelníky a jejich užití

Intuitivní přístup k zavedení shodných a podobných útvarů.

K čemu slouží zavedení podobných trojúhelníků na základní škole.

Středoškolská definice podobných trojúhelníků, koeficient (poměr) podobnosti. Zápis definice bez užití koeficientu.

Vlastnosti podobných trojúhelníků. Věty o podobnosti trojúhelníků.

Které veličiny dvou podobných trojúhelníků jsou ve stejném poměru jako jejich strany. Poměr obsahů dvou podobných trojúhelníků.

Dva způsoby zápisu poměrů stran podobných trojúhelníků.

Praktický význam podobnosti útvarů. Užití podobných trojúhelníků v geometrii.

Věty o pravoúhlém trojúhelníku a jejich odvození pomocí podobnosti. Význam těchto vět pro konstrukce délek určených vzorcí z jiných délek.

Geometricky úměrné veličiny, konstrukce čtvrté geometrické úměrné. Konstrukční rozdělení dané úsečky v daném poměru.

10. Shodná zobrazení, vlastnosti a klasifikace

Intuitivní přístup k shodným zobrazením. Dvojí význam termínu shodnost.

Středoškolská definice shodného zobrazení. Symbolika a termíny spojené se zobrazením v rovině.

Obecné vlastnosti shodných zobrazení. Shodnosti přímé a nepřímé.

Kolik existuje shodností, které zobrazí dané body A, B ($A \neq B$) po řadě na dané body A', B' ?

Klasifikace shodných zobrazení na pět druhů, definice nejméně známého z nich.

Shodná zobrazení jako výsledky složení několika osových souměrností.

Konstrukce shodného zobrazení k zadané shodnosti $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

11. Osově souměrnosti, vlastnosti a užití

Definice osově souměrnosti.

Vlastnosti osově souměrnosti. Souměrně sdružené body a útvary v dané osově souměrnosti. Osově souměrné útvary.

Úlohy o nejkratších lomených čarách. Úlohy o odrazech. Konstrukce osově souměrných útvarů. Konstrukce trojúhelníků v případech vymezených typem jednoho ze tří zadaných prvků (o jaké typy se jedná?).

12. Středově souměrnosti, vlastnosti a užití

Definice středově souměrnosti.

Vlastnosti středově souměrnosti. Souměrně sdružené body a útvary v dané středově souměrnosti. Středově souměrné útvary.

Konstrukce úsečky s daným středem. Konstrukce středově souměrných útvarů. Konstrukce trojúhelníků se zadanou těžnicí.

13. Posunutí, vlastnosti a užití

Orientovaná úsečka, její délka. Orientované úsečky nulové a nenulové. Směr přímek, polopřímek a orientovaných úseček.

Definice posunutí. Vlastnosti posunutí.

Konstrukce úsečky dané délkou a směrem. Posunutí kopie útvaru. Konstrukce lichoběžníků. Čtyřúhelníky se zadanými úhlopříčkami a úhlem mezi nimi.

14. Otočení, vlastnosti a užití

Orientovaný úhel, jeho základní a obecná velikost.

Definice otočení. Vlastnosti otočení.

Konstrukce rovnoramenných trojúhelníků. Otočení kopie útvaru. Využití úhlu mezi přímkou a jejím obrazem.

15. Podobná zobrazení, stejnolehlosti

Postavení podobných zobrazení v gymnaziální výuce geometrie.

Definice podobného zobrazení.

Vlastnosti podobných zobrazení.

Původ termínu „stejnolehlé trojúhelníky“.

Středoškolská definice stejnolehlosti, její vektorová alternativa.

Vlastnosti stejnolehlosti. Která z nich odlišuje stejnolehlosti od všech ostatních podobných zobrazení?

Praktická konstrukce obrazů ve stejnolehlosti.

16. Užití stejnolehlostí

Stejnolehlost dvou úseček. Stejnolehlost dvou kružnic.

Společné tečny dvou kružnic. Konstrukce úsečky podle dělení na dva úseky v daném poměru. Zvětšení či zmenšení podobné kopie. Využití dotyku dvou kružnic. Složení stejnolehlosti s otočením. Vpisování útvarů užitím stejnolehlé kopie.

KONEC DOKUMENTU