

Metoda půlení intervalů

Lenka Baráková

2. listopadu 2005

Obsah

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05. . 2

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1		2	-		+	0.5

- Sestavíme tabulku a zapíšeme do ní dosažený odhad kořene.
- U funkčních hodnot stačí zapisovat znaménka.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-		+	0.5

Vypočteme polovinu intervalu $[a, b]$.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5

	2	0	1	-6
1.5	2	3	5.5	+2.25

Pomocí Hornerova schématu vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu (1, 2), přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1		1.5	-		+	0.25
		2	0	1	-6	
1.5		2	3	5.5	+2.25	

- Hledáme tu polovinu intervalu, ve které dochází ke znaménkové změně (červeně vyznačeno).
- Kraje této poloviny budou novou aproximací kořene.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-		+	0.25
			2	0	1	-6
1.5			2	3	5.5	+2.25

Opět rozpůlíme interval. Číslo v polovině intervalu je kořenem s přesností

$$\varepsilon = \frac{1.5 - 1}{2} = 0.25.$$

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25

	2	0	1	-6
1.5	2	3	5.5	+2.25
1.25	2	2.5	4.125	-0.84

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25		1.5	-		+	0.125
		2	0	1	-6	
	1.5	2	3	5.5	+2.25	
	1.25	2	2.5	4.125	-0.84	

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-		+	0.125

	2	0	1	-6
1.5	2	3	5.5	+2.25
1.25	2	2.5	4.125	-0.84

Opět rozpůlíme interval. Přesnost je 0.125.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
		2	0	1	-6	
	1.5	2	3	5.5	+2.25	
	1.25	2	2.5	4.125	-0.84	
	1.375	2	2.75	4.78125	+0.57	

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25		1.375	-		+	0.0625
		2	0	1	-6	
	1.5	2	3	5.5	+2.25	
	1.25	2	2.5	4.125	-0.84	
	1.375	2	2.75	4.78125	+0.57	

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu (1, 2), přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25	1.3125	1.375	-		+	0.0625

	2	0	1	-6
1.5	2	3	5.5	+2.25
1.25	2	2.5	4.125	-0.84
1.375	2	2.75	4.78125	+0.57

Rozpůlíme interval. Přesnost je $0.0625 > 0.05$

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25	1.3125	1.375	-	-0.17	+	0.0625
		2	0	1	-6	
	1.5	2	3	5.5	+2.25	
	1.25	2	2.5	4.125	-0.84	
	1.375	2	2.75	4.78125	+0.57	
	1.3125	2	2.625	4.445	-0.17	

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu (1, 2), přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25	1.3125	1.375	-	-0.17	+	0.0625
1.3125		1.375	-		+	0.03125

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25	1.3125	1.375	-	-0.17	+	0.0625
1.3125	1.34375	1.375	-		+	0.03125

Přesnost je nyní dostatečná. Stačí již jen rozpůlit interval.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

a	$c = \frac{a+b}{2}$	b	$P(a)$	$P(c)$	$P(b)$	$\varepsilon = \frac{b-a}{2}$
1	1.5	2	-	+2.25	+	0.5
1	1.25	1.5	-	-0.84	+	0.25
1.25	1.375	1.5	-	+0.57	+	0.125
1.25	1.3125	1.375	-	-0.17	+	0.0625
1.3125	1.34375	1.375	-		+	0.03125

Kořen je $x = 1.34 \pm 0.04$. Leží tedy uvnitř intervalu $(1.30, 1.38)$.

- Chybu zokrouhlujeme **vždy nahoru** na jednu platnou číslici a odhad kořene na stejný počet desetinných míst.
- Zkontrolujeme, že i po zaokrouhlení jsou poslední hodnoty odhadů a a b uvnitř intervalu, ve kterém deklarujeme existenci kořene.