

Metoda nejmenších čtverců

Lenka Baráková

2. listopadu 2005

Obsah

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. 2

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

Celkem máme pět bodů.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5		
2	1	3		
3	3	3		
4	5	2		
5	6	1		
Σ				

Výpočty potřebné pro nalezení koeficientů v soustavě provedeme tabulce.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	
2	1	3	1	
3	3	3	9	
4	5	2	25	
5	6	1	36	
Σ				

Nalezneme jednotlivé druhé mocniny x_i .

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ				

Vynásobíme x_i a y_i

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15			

Najdeme součet $\sum_{i=1}^5 x_i$.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15	14		

Najdeme součet $\sum_{i=1}^5 y_i$.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15	14	71	

Najdeme součet $\sum_{i=1}^5 x_i^2$.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15	14	71	28

Najdeme součet $\sum_{i=1}^5 x_i y_i$.

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15	14	71	28

$$71a + 15b = 28,$$

$$15a + 5b = 14.$$

Soustava lineárních rovnic:

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i + b n = \sum y_i$$

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$. $n = 5$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0	5	0	0
2	1	3	1	3
3	3	3	9	9
4	5	2	25	10
5	6	1	36	6
Σ	15	14	71	28

$$71a + 15b = 28,$$

$$15a + 5b = 14.$$

Řešením této soustavy je $a = -\frac{7}{13} \doteq -0.538$ a $b = \frac{287}{65} \doteq 4.415$. Nejlepší lineární aproximace souboru bodů je tedy přímka

$$y \doteq -0.538x + 4.415.$$

Najděte přímku aproximující body $[0, 5]$, $[1, 3]$, $[3, 3]$, $[5, 2]$, $[6, 1]$.

Graf souboru bodů a výslednou přímku

$$y \doteq -0.538x + 4.415$$

zakreslíme do obrázku a zkontrolujeme optimalitu přímky.

