

Matematika v přírodě

Lenka Příbylová

pribylova@math.muni.cz

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity

21. 1. 2020

- Matematika je berličkou fyziky ... bez ní by byla fyzika chromá.

- Matematika je berličkou fyziky ... bez ní by byla fyzika chromá.
- Biologie šla dlouho bez ní.

- Matematika je berličkou fyziky ... bez ní by byla fyzika chromá.
- Biologie šla dlouho bez ní.
- Nastal čas se o ni opřít.

O sedmikráskách



O sedmikráskách

Kapitola

- o sedmikráskách

O sedmikráskách

Kapitola

- o sedmikráskách
- o Leonardu Pisánském zvaném Fibonacci

O sedmikráskách

Kapitola

- o sedmikráskách
- o Leonardu Pisánském zvaném Fibonacci
- o jeho posloupnosti

O sedmikráskách

Kapitola

- o sedmikráskách
- o Leonardu Pisánském zvaném Fibonacci
- o jeho posloupnosti
- o Lucasově posloupnosti

O sedmikráskách

Kapitola

- o sedmikráskách
- o Leonardu Pisánském zvaném Fibonacci
- o jeho posloupnosti
- o Lucasově posloupnosti
- a o pokusech se supravodivými materiály

Okvětní lístky



Okvětní lístky



... 55 lístků

Okvětní lístky



Okvětní lístky



... 34 lístků

Okvětní lístky



Okvětní lístky



... 21 lístků

Okvětní lístky



Okvětní lístky



... 13 lístků

Okvětní lístky



... 13 lístků

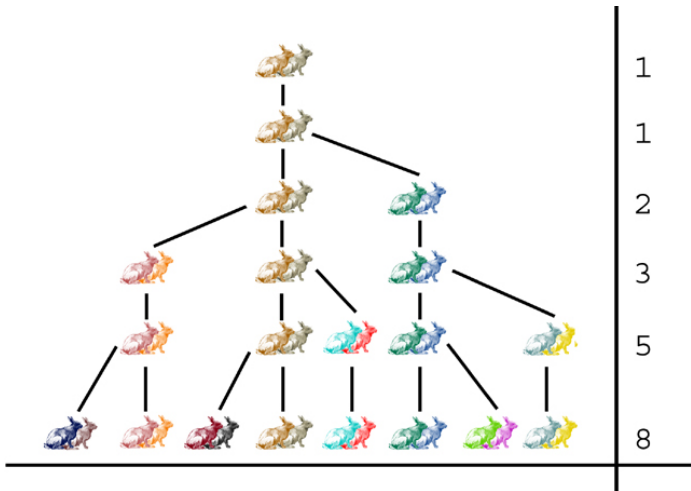


Leonardo Pisano Bonacci

asi 1175–1250



Fibonacciho králíci



Fibonacciho posloupnost

$$F(0) = 1,$$

Fibonacciho posloupnost

$$F(0) = 1, \quad F(1) = 1$$

Fibonacciho posloupnost

$$F(0) = 1, \quad F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$$

Fibonacciho posloupnost

$$F(0) = 1, \quad F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$$

$$\frac{F(n)}{F(n-1)} = 1 + \frac{F(n-2)}{F(n-1)}$$

Fibonacciho posloupnost

$$F(0) = 1, \quad F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

$$\frac{F(n)}{F(n-1)} = 1 + \frac{F(n-2)}{F(n-1)}$$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Poměr zlatého řezu φ

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Poměr zlatého řezu φ

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

Poměr zlatého řezu φ

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0, \quad \varphi > 1$$

Poměr zlatého řezu φ

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0, \quad \varphi > 1$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \doteq 1,618$$

Vzorec pro daný člen

nalezl François Édouard Anatole Lucas v 19. století:

$$F(n) = \frac{\varphi^{n+1}}{\sqrt{5}} - \frac{(1-\varphi)^{n+1}}{\sqrt{5}}$$

Vzorec pro daný člen

nalezl François Édouard Anatole Lucas v 19. století:

$$F(n) = \frac{\varphi^{n+1}}{\sqrt{5}} - \frac{(1-\varphi)^{n+1}}{\sqrt{5}}$$

$$F(n) = \frac{1,618\dots^{n+1}}{2,236\dots} - \frac{(-0,618\dots)^{n+1}}{2,236\dots}$$

Vzorec pro daný člen

nalezl François Édouard Anatole Lucas v 19. století:

$$F(n) = \frac{\varphi^{n+1}}{\sqrt{5}} - \frac{(1-\varphi)^{n+1}}{\sqrt{5}}$$

$$F(n) = \frac{1,618\dots^{n+1}}{2,236\dots} - \frac{(-0,618\dots)^{n+1}}{2,236\dots}$$

pro velká n je proto $\varphi \doteq \frac{F(n)}{F(n-1)}$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666\dots$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666\dots$$

$$8/5 = 1,6$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666\dots$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666 \dots$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

$$21/13 = 1,615 \dots$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666\dots$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

$$21/13 = 1,615\dots$$

$$34/21 = 1,619\dots$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666 \dots$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

$$21/13 = 1,615 \dots$$

$$34/21 = 1,619 \dots$$

$$55/34 = 1,617 \dots$$

Zkusme to ...

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

$$5/3 = 1,666\dots$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

$$21/13 = 1,615\dots$$

$$34/21 = 1,619\dots$$

$$55/34 = 1,617\dots$$

$$89/55 = 1,618\dots$$

Poměr Fibonnaciho následníků je ve skutečnosti nejlepší aproximací zlatého řezu, protože

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

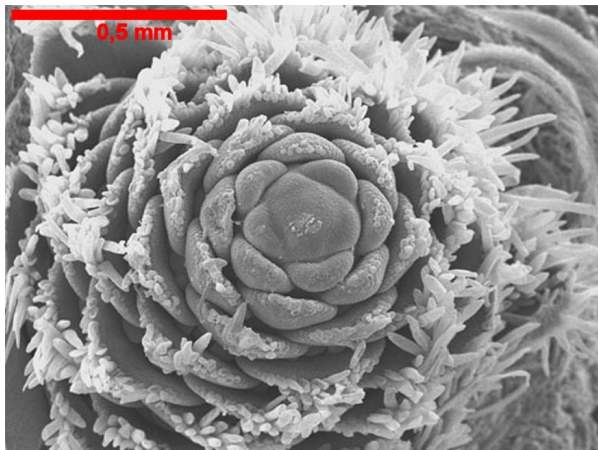
Víc na <http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/Fibonacci.html>

Fylotaxe

z řeckého sousloví uspořádání listů, termín zavedl v roce 1754 švýcarský přírodovědec Charles Bonnet

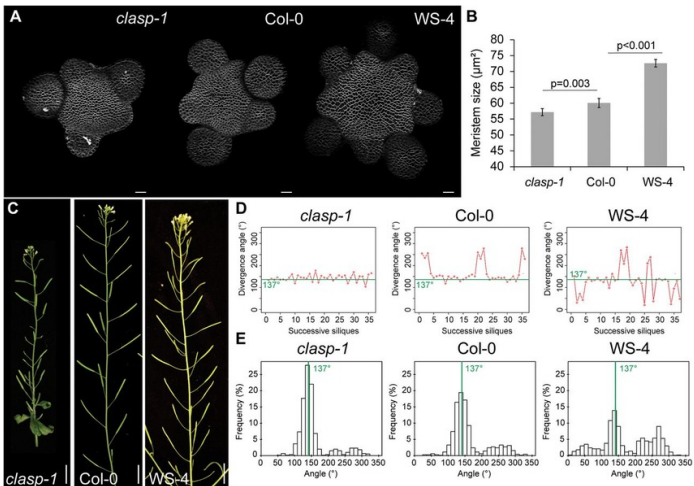
Fylotaxe

z řeckého sousloví uspořádání listů, termín zavedl v roce 1754 švýcarský přírodovědec Charles Bonnet



Fylogtaxe

Primordia (zárodky listů) vznikají v poměrech Fibonacciho čísel ...



Journal of Experimental Botany, Vol. 66, No. 5 pp. 1317–1324, 2015
 doi:10.1093/jxb/eru462 Advance Access publication 11 December 2014
 This paper is available online free of all access charges (see http://jxb.oxfordjournals.org/open_access.html for further details)



RESEARCH PAPER

Meristem size contributes to the robustness of phyllotaxis in *Arabidopsis*

Benoit Landrein^{1,2}, Yassin Refahi^{1,3}, Fabrice Besnard^{1,*}, Nathan Hervieux^{1,2}, Vincent Mirabet^{1,2},
 Arezki Boudaoud^{1,2,4}, Teva Vernoux¹ and Olivier Hamant^{1,2,†}

¹ Laboratoire de Reproduction et développement des plantes, INRA, CNRS, ENS Lyon, UCB Lyon 1, Université de Lyon, 46 Allée d'Italie, 69364 Lyon, Cedex 07, France

² Laboratoire Joliot-Curie, Laboratoire de Physique, CNRS, ENS Lyon, UCB Lyon 1, Université de Lyon, 46 Allée d'Italie, 69364 Lyon, Cedex 07, France

³ Sainsbury Laboratory, University of Cambridge, Cambridge CB2 1NN, UK

⁴ Institut Universitaire de France, 103, boulevard Saint-Michel, 75005 Paris, France

* Present address: IBENS, ENS, 75005 Paris, France.

† To whom correspondence should be addressed. E-mail: olivier.hamant@ens-lyon.fr

Received 8 August 2014; Revised 30 October 2014; Accepted 5 November 2014

Abstract

Using the plant model *Arabidopsis*, the relationship between day length, the size of the shoot apical meristem, and the robustness of phyllotactic patterns were analysed. First, it was found that reducing day length leads to an increased meristem size and an increased number of alterations in the final positions of organs along the stem. Most of the phyl-

Optimální spirály

<http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/slunecnice.html>

Optimální spirály

<http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/slunecnice.html>

- holandský matematik Gerrit van Iterson (1907) dokázal, že počty spirál pro fylotaktický zlatý úhel jsou učeny dvojicí po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti

Optimální spirály

<http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/slunecnice.html>

- holandský matematik Gerrit van Iterson (1907) dokázal, že počty spirál pro fylotaktický zlatý úhel jsou učeny dvojicí po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti
- fyzikální experimenty Leonida Levitova (1991) a Stephane Douadyho a Yvese Coudera (1992, 1996) <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.68.2098>

Optimální spirály

<http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/slunecnice.html>

- holandský matematik Gerrit van Iterson (1907) dokázal, že počty spirál pro fylotaktický zlatý úhel jsou učeny dvojicí po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti
- fyzikální experimenty Leonida Levitova (1991) a Stephane Douadyho a Yvese Coudera (1992, 1996) <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.68.2098>
- Matthew Pennybacker a Alan C. Newell (2013) experiment podpořili matematickým modelem <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.110.248104>

Lucasova posloupnost

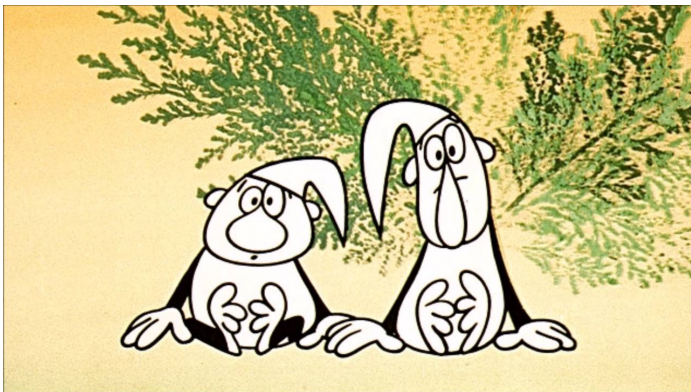
2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, ...

Lucasova posloupnost

2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, ... Už víte, proč rostou čtyřlístky?



O kapradí



O kapradí

Kapitola

- o kapradí

O kapradí

Kapitola

- o kapradí
- o maticích

O kapradí

Kapitola

- o kapradí
- o maticích
- o fraktálech

O kapradí

Kapitola

- o kapradí
- o maticích
- o fraktálech
- o počítačových hrách a tvorbě filmové grafiky

Umělé ...



... nebo živé?

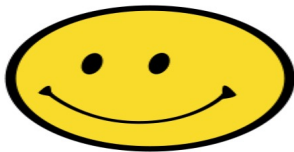


Malice - afinní transformace

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Malice - afinní transformace

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$



2 krát širší

stejně vysoký

http://www.math.muni.cz/~pribylova/Fibonacci/linear_transormation.html

Matice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň , máš bod !

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň , máš bod !

Vezmi bod

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň , máš bod !

Vezmi bod , vynásob maticí

Malice - vícenásobná afinní transformace

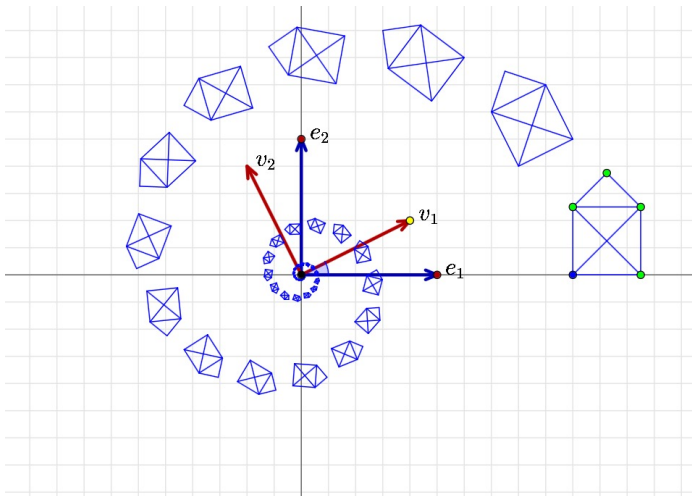
Vezmi bod , vynásob maticí , posuň , máš bod !

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň ...

Malice - vícenásobná afinní transformace

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň , máš bod !

Vezmi bod , vynásob maticí , posuň ...



Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Použil čtyři afinní transformace tvaru: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$.

Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Použil čtyři afinní transformace tvaru: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,16 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ s pravděpodobností $p = 0,01$

Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Použil čtyři afinní transformace tvaru: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,16 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ s pravděpodobností } p = 0,01$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,04 \\ -0,04 & 0,85 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,85$$

Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Použil čtyři afinní transformace tvaru: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ s pravděpodobností } p = 0,01$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,04 \\ -0,04 & 0,85 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,85$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & -0,26 \\ 0,23 & 0,22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,07$$

Afinní transformace

Michael Fielding Barnsley (*1946) - kniha Fractals Everywhere, 1988

Použil čtyři afinní transformace tvaru: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ s pravděpodobností } p = 0,01$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,04 \\ -0,04 & 0,85 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,85$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & -0,26 \\ 0,23 & 0,22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,6 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,07$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,15 & 0,28 \\ 0,26 & 0,24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,44 \end{pmatrix} \text{ s prstí } p = 0,07$$

Kapradí ...

vlastně ne, fraktály!

<https://cindyjs.org/gallery/main/Barnsley/>

https://cindyjs.org/examples/144_randomtree.html

<https://cindyjs.org/gallery/main/IFS/>

<https://youtu.be/wujlqihioEU>

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her
- první použití ve filmu: Loren Carpenter - Star Trek II

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her
- první použití ve filmu: Loren Carpenter - Star Trek II
- Loren Carpenter, zakladatel a vývojář firem Pixar, RenderMan

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her
- první použití ve filmu: Loren Carpenter - Star Trek II
- Loren Carpenter, zakladatel a vývojář firem Pixar, RenderMan
- filmy Kráska a zvíře, Aladdin, Lví král, Terminator 2: Den zúčtování, Jurský park, Avatar, Titanic, Star Wars, Pán prstenů...

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her
- první použití ve filmu: Loren Carpenter - Star Trek II
- Loren Carpenter, zakladatel a vývojář firem Pixar, RenderMan
- filmy Kráska a zvíře, Aladdin, Lví král, Terminator 2: Den zúčtování, Jurský park, Avatar, Titanic, Star Wars, Pán prstenů...
- umění a užití v reálných aplikacích (rozpoznávání, 3D modely, fotografie)

Počítačová a filmová grafika

- dnes běžně užívané pro textury a grafiku počítačových her
- první použití ve filmu: Loren Carpenter - Star Trek II
- Loren Carpenter, zakladatel a vývojář firem Pixar, RenderMan
- filmy Kráska a zvíře, Aladdin, Lví král, Terminator 2: Den zúčtování, Jurský park, Avatar, Titanic, Star Wars, Pán prstenů...
- umění a užití v reálných aplikacích (rozpoznávání, 3D modely, fotografie)
- simulace zemětřesení, růstu krystalů, růstu orgánů, krajiny ...

Fraktální geometrie a grafika

Richard Voss - jedno z nejstarších užití fraktálů v grafice:



Fraktální geometrie a grafika

Richard Voss - krajina



Fraktální geometrie a grafika

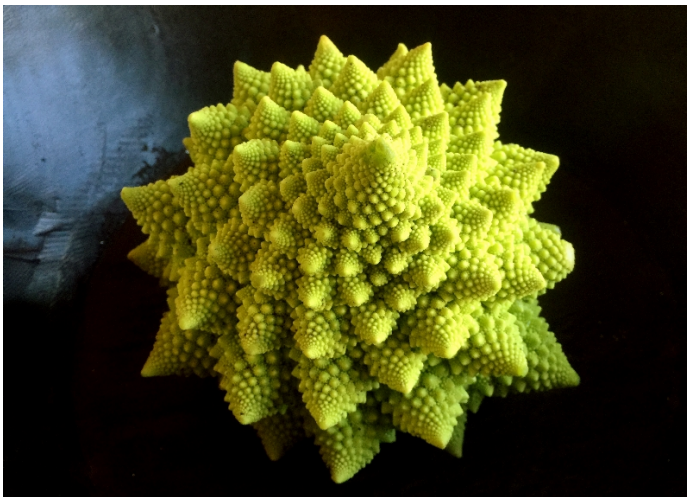
Richard Voss - realistické mraky:



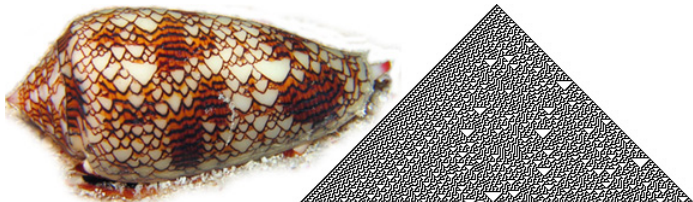
Fraktály v přírodě



Fraktály v přírodě



Fraktály v přírodě



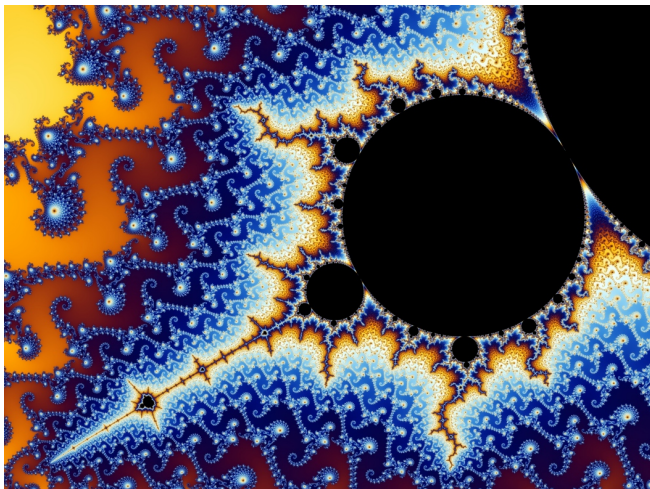
Fraktály v přírodě



Fraktály v přírodě

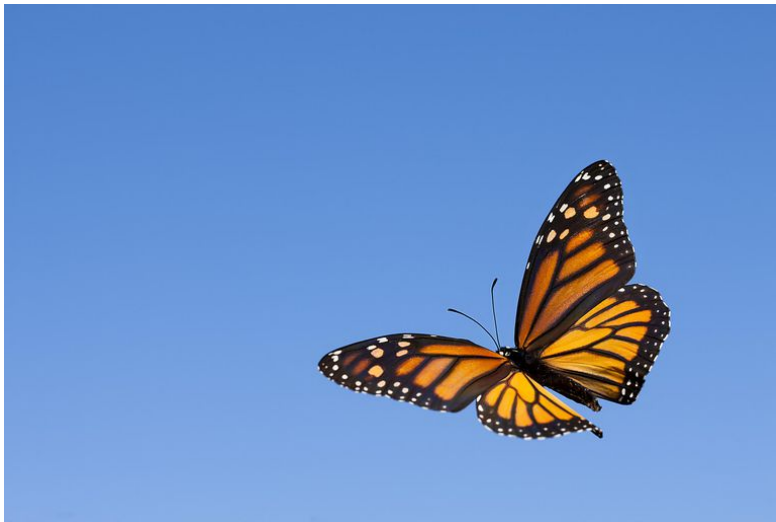


Benoît Mandelbrot a Michael Frame - Yale University



https://users.math.yale.edu/public_html/People/frame/Fractals/

O motýlých křídlech



O motýlých křídlech

Kapitola

- o chaosu

O motýlých křídlech

Kapitola

- o chaosu
- o předpovídání počasí

O motýlých křídlech

Kapitola

- o chaosu
- o předpovídání počasí
- o kryptografii a kreditních kartách

Chaos

Chaos

Efekt motýlých křídel...

Chaos

Efekt motýlých křídel...

- citlivost na počáteční podmínky

Chaos

Efekt motýlých křídel...

- citlivost na počáteční podmínky
- hustota trajektorií

Chaos

Efekt motýlých křídel...

- citlivost na počáteční podmínky
- hustota trajektorií
- topologická transitivita

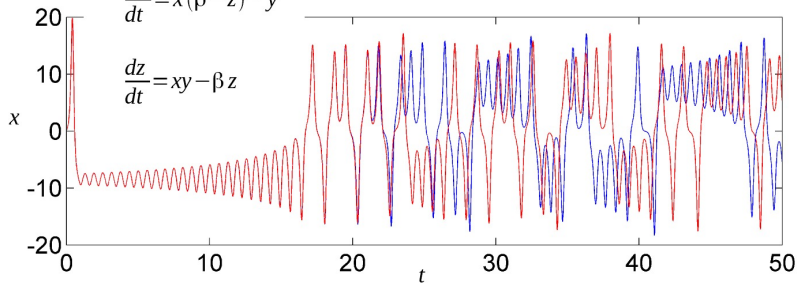
Chaos

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$

Rovnice Edwarda Lorenze

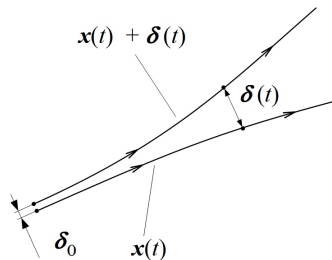
$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z$$



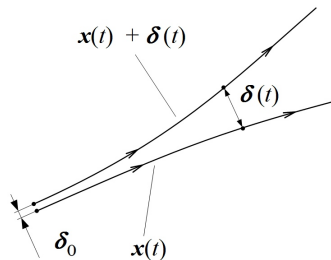
Počasi

Jak moc závisí výsledek našich simulací na počátečních podmínkách?



Počasí

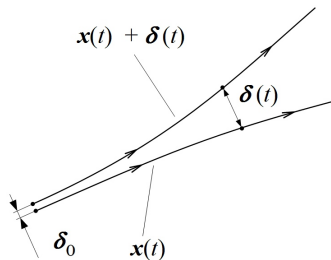
Jak moc závisí výsledek našich simulací na počátečních podmínkách?



$$\delta(t) \sim \delta_0 10^t < \text{akceptovatelné } a$$

Počasí

Jak moc závisí výsledek našich simulací na počátečních podmínkách?

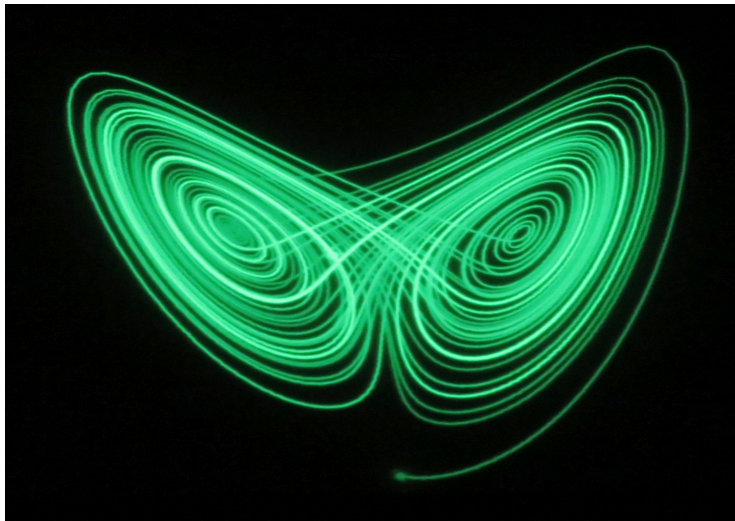


$$\delta(t) \sim \delta_0 10^t < \text{akceptovatelné } a$$

$$t \sim \log \frac{a}{\delta_0}$$

Chceme-li zlepšit dobu přepovědi $6\times$, musíme mít $10^6\times$ lepší počáteční podmínky

Nejslavnější podivný atraktor ve tvaru motýla



Hustota trajektorií

Když chvíli počkáme ...

Hustota trajektorií

Když chvíli počkáme ...

trajektorie nás mine velmi blízko ...

Hustota trajektorií

Když chvíli počkáme ...

trajektorie nás mine velmi blízko ...

Vlastně libovolně blízko.

Hustota trajektorií

Když chvíli počkáme ...

trajektorie nás mine velmi blízko ...

Vlastně libovolně blízko.

Používá se k chaotickému řízení (Ott, Yorke, Grebogi 1990)! (Sonda ISEE-3/ICE 1985)

Hustota trajektorií

Když chvíli počkáme ...

trajektorie nás mine velmi blízko ...

Vlastně libovolně blízko.

Používá se k chaotickému řízení (Ott, Yorke, Grebogi 1990)! (Sonda ISEE-3/ICE 1985)

Srdeční arytmie, epilepsie, dělení buněk ...?

Nové metody šifrování

- Topologická transitivita se může použít ke generování pseudonáhodných čísel.

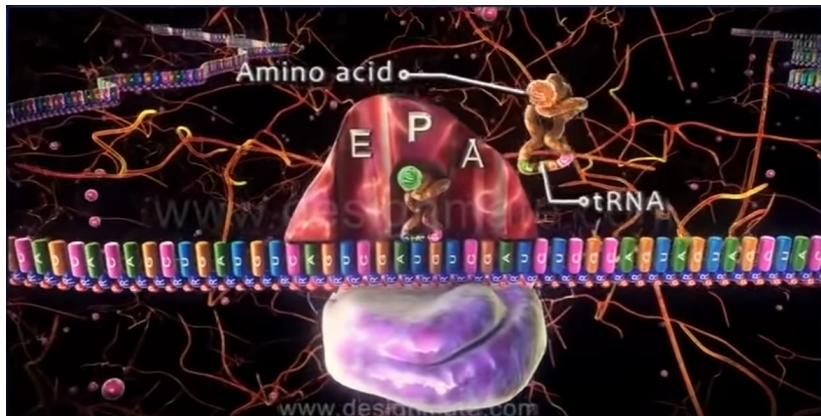
Nové metody šifrování

- Topologická transitivita se může použít ke generování pseudonáhodných čísel.
- Citlivost na počáteční podmínky, determinismus a možnost řízení umožňuje využít chaos v kryptografii.

Nové metody šifrování

- Topologická transitivita se může použít ke generování pseudonáhodných čísel.
- Citlivost na počáteční podmínky, determinismus a možnost řízení umožňuje využít chaos v kryptografii.
- Chaos ...přes 2 miliony odkazů na Google Scholar

O buňkách



O buňkách

Kapitola

- o biochemických přepínačích uvnitř buněk

O buňkách

Kapitola

- o biochemických přepínačích uvnitř buněk
- o synchronizaci

O buňkách

Kapitola

- o biochemických přepínačích uvnitř buněk
- o synchronizaci
- o cirkadiálních rytmech

O buňkách

Kapitola

- o biochemických přepínačích uvnitř buněk
- o synchronizaci
- o cirkadiálních rytmech
- a o jet-lagu

O biochemických přepínačích

- i biochemické reakce jsou chemické reakce

O biochemických přepínačích

- i biochemické reakce jsou chemické reakce
- lze popsat jejich dynamiku

O biochemických přepínačích

- i biochemické reakce jsou chemické reakce
- lze popsat jejich dynamiku
- systémy diferenciálních rovnic

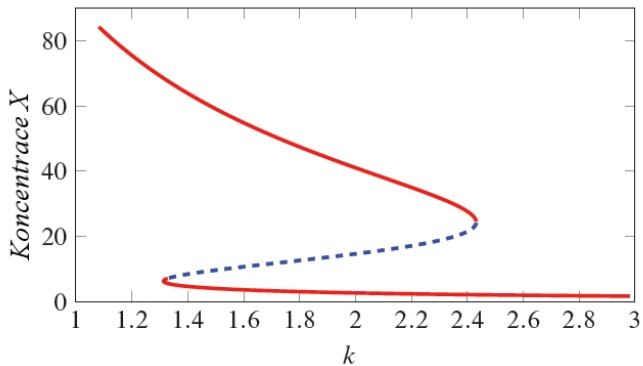
O biochemických přepínačích

- i biochemické reakce jsou chemické reakce
- lze popsat jejich dynamiku
- systémy diferenciálních rovnic
- nelinearita

O biochemických přepínačích

- i biochemické reakce jsou chemické reakce
- lze popsat jejich dynamiku
- systémy diferenciálních rovnic
- nelinearita
- ohyb znamená přepínač

O biochemických přepínačích



Biochemická dioda

$$\frac{dI}{dt} = -k_{as1}A \cdot I + k_{di1}C + k_{dm1}I_M,$$

$$\frac{dI_M}{dt} = -k_{as2}A \cdot I_M + k_{di2}C_M + k_{cat1}C - k_{dm1}I_M + k_{dm2}I_{MM},$$

$$\frac{dI_{MM}}{dt} = k_{cat2}C_M - k_{dm2}I_{MM},$$

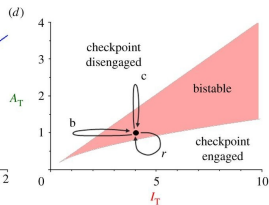
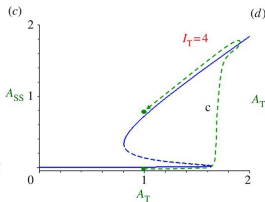
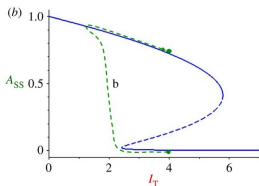
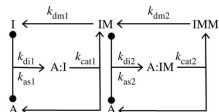
(a)

$$\frac{dC}{dt} = k_{as1}A \cdot I - k_{di1}C - k_{cat1}C,$$

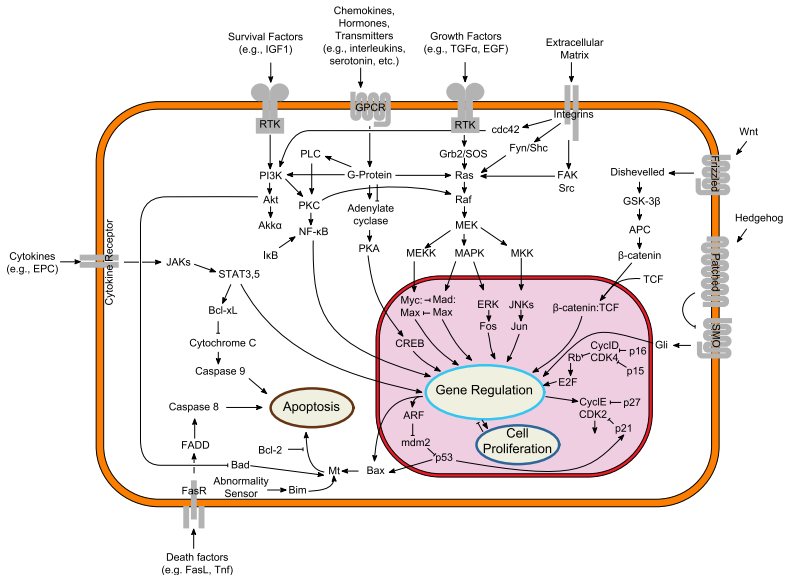
$$\frac{dC_M}{dt} = k_{as2}A \cdot I_M - k_{di2}C_M - k_{cat2}C_M$$

$$\frac{dA}{dt} = -k_{as1}A \cdot I + k_{di1}C + k_{cat1}C - k_{as2}A \cdot I_M$$

$$+ k_{di2}C_M + k_{cat2}C_M.$$



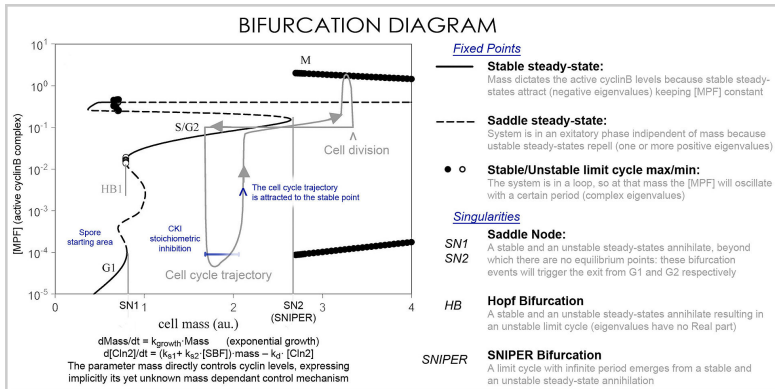
Buněčný cyklus



Princip dělení buněk

John J. Tyson (Virginia) a Bela Novak (Oxford)

http://mpf.biol.vt.edu/lab_website/



O synchronizaci

- jev, který umožňuje koordinovanou spolupráci mnoha jednotlivých podobných jednotek

O synchronizaci

- jev, který umožňuje koordinovanou spolupráci mnoha jednotlivých podobných jednotek
- také má přepínač

O synchronizaci

- jev, který umožňuje koordinovanou spolupráci mnoha jednotlivých podobných jednotek
- také má přepínač
- srdeční arytmie, epilepsie, ...

O synchronizaci

- jev, který umožňuje koordinovanou spolupráci mnoha jednotlivých podobných jednotek
- také má přepínač
- srdeční arytmie, epilepsie, ...
- možnosti řízení

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů
- izolovali příslušný gen

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů
- izolovali příslušný gen
- ovlivňuje hladinu hormonů, naše chování, metabolismus ...

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů
- izolovali příslušný gen
- ovlivňuje hladinu hormonů, naše chování, metabolismus ...
- sovy a skřivani

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů
- izolovali příslušný gen
- ovlivňuje hladinu hormonů, naše chování, metabolismus ...
- sovy a skřivani
- jet-lag (pásmová nemoc)

O cirkadiálních rytmech a jet-lagu

- Jeffrey C. Hall, Michael Rosbash a Michael W. Young – Nobelova cena 2017 za fyziologii
- vnitřní biologické hodiny buněk a organismů
- izolovali příslušný gen
- ovlivňuje hladinu hormonů, naše chování, metabolismus ...
- sovy a skřivani
- jet-lag (pásmová nemoc)
- Byliny natrhané při měsíčku ...

O budoucnosti

Kapitola

- o malých čípech z vaší DNA

O budoucnosti

Kapitola

- o malých čípech z vaší DNA
- o naší snaze pochopit a napodobit živé systémy

O budoucnosti

Kapitola

- o malých čípech z vaší DNA
- o naší snaze pochopit a napodobit živé systémy
- o možném využití ...

O budoucnosti

Kapitola

- o malých čípech z vaší DNA
- o naší snaze pochopit a napodobit živé systémy
- o možném využití ...
- o budoucnosti ...?

Děkuji Vám za pozornost!

**MASARYKOVA
UNIVERZITA**