



Pascalova sázka

O náhodě, pravděpodobnosti, poznávání a rozhodování

Zdeněk Pospíšil

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta
Ústav matematiky a statistiky

Univerzita třetího věku
1. dubna 2016

Úvod

Základní pojmy

Trochu historie

Zdroje

Teorie pravděpodobnosti

Rozhodování za nejistoty

Teorie her

Úvod

Náhoda:

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.
- Jev, který je unikátní a neopakovatelný.

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.
- Jev, který je unikátní a neopakovatelný.

Pravděpodobnost:

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.
- Jev, který je unikátní a neopakovatelný.

Pravděpodobnost:

- Jistá jsou tvrzení z Písma svatého, z papežských bul a z usnesení koncilů. Objeví-li se totéž tvrzení v knihách theologů, je pravděpodobné.

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.
- Jev, který je unikátní a neopakovatelný.

Pravděpodobnost:

- Jistá jsou tvrzení z Písma svatého, z papežských bul a z usnesení koncilů. Objeví-li se totéž tvrzení v knihách theologů, je pravděpodobné.
- Pravděpodobné je tvrzení, které neodporuje zkušenosti nebo poznání.

Náhoda:

- Svévole bohyně Tyché (Fortuny).
- Jev, který nemá příčinu.
- Jev, který má tak komplikované a komplexní příčiny, že je nemůžeme poznat.
- Jev, který je unikátní a neopakovatelný.

Pravděpodobnost:

- Jistá jsou tvrzení z Písma svatého, z papežských bul a z usnesení koncilů. Objeví-li se totéž tvrzení v knihách theologů, je pravděpodobné.
- Pravděpodobné je tvrzení, které neodporuje zkušenosti nebo poznání.
- Pravděpodobnost je **kvantita** vyjadřující míru (ne)jistoty.

Trochu historie

Trochu historie



Gerolamo Cardano
1501–1576

Trochu historie



Gerolamo Cardano
1501–1576



Blaise Pascal
1623–1662



Pierre de Fermat
1601–1665

Trochu historie



Gerolamo Cardano
1501–1576



Blaise Pascal
1623–1662



Pierre de Fermat
1601–1665

Toto nové učení ...sjednocuje přesnost matematických důkazů s neurčitostí našich pokusů a směřuje tím věci zdánlivě nesoudodé.

Trochu historie



Christian Huygens
1629–1695



Jakob Bernoulli
1654–1705



Pierre-Simon Laplace
1749–1827

Trochu historie



Christian Huygens
1629–1695



Jakob Bernoulli
1654–1705



Pierre-Simon Laplace
1749–1827



John von Neumann
1903–1957

1. B. PASCAL, *Myšlenky*. J.Leichter, Praha 1937.
2. A. PŁOCKI, *O náhodě a pravděpodobnosti*. Mladá fronta, Praha 1982.
3. A. RÉNYI, *Dialogy o matematice*. Mladá fronta, Praha 1980.
4. M. HYKŠOVÁ, *Filosofická pojetí pravděpodobnosti v pracích českých myslitelů*. MatFyzPress, Praha 2011.
5. L. NOVÁK, V. VOHÁNKA, *Kapitoly z epistemologie a noetiky*. Krystal OP, Olomouc 2015.
6. M. CHVOJ, *Pokročilá teorie her ve světě kolem nás*. Grada Publishing, Praha 2013.
7. S. BRAMS, *Superior beings. If they exist, how would we know?* Springer, New York-Berlin-Heidelberg-Tokyo, 1983.

Úvod

Teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný jev

Definice pravděpodobnosti

Podmíněná pravděpodobnost

Rozhodování za nejistoty

Teorie her

Teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{ob}, \text{zl}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{ob}, \text{zl}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obrázky mincí}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

$$\Omega = \{x : 0 \leq x \leq \text{délka časového intervalu}\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

$$\Omega = \{x : 0 \leq x \leq \text{délka časového intervalu}\}$$

Zjišťování bodu varu vody

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

$$\Omega = \{x : 0 \leq x \leq \text{délka časového intervalu}\}$$

Zjišťování bodu varu vody

$$\Omega = \{x : 65 \leq x \leq 110\}$$

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

$$\Omega = \{x : 0 \leq x \leq \text{délka časového intervalu}\}$$

Zjišťování bodu varu vody

$$\Omega = \{x : 65 \leq x \leq 110\}$$

Střelba do terče

Náhodný pokus a jeho výsledky

Náhodný pokus:

jakákoliv akce, která může dát různé rozpoznatelné a nezaměnitelné výsledky;
před provedením pokusu není jeho výsledek znám.

Základní prostor možných výsledků Ω :

souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu.

Příklady:

Hod mincí

$$\Omega = \{\text{obverse}, \text{reverse}\}$$

Zplození dítěte

$$\Omega = \{\text{♀}, \text{♂}\}$$

Ranní probuzení

$$\Omega = \{\text{Slunce vyjde}, \text{Slunce nevyjde}\}$$

Hod kostkou

$$\Omega = \{\text{1}, \text{2}, \text{3}, \text{4}, \text{5}, \text{6}\}$$

Čekání na úspěch

$$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 00001, 000001, \dots\}$$

Čekání na tramvaj

$$\Omega = \{x : 0 \leq x \leq \text{délka časového intervalu}\}$$

Zjišťování bodu varu vody

$$\Omega = \{x : 65 \leq x \leq 110\}$$

Střelba do terče

$$\Omega = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \right\}$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

Padne lichý počet ok

$$A = \{\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}\}$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \right\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \right\}$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}\}$$

Padne aspoň tři

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

Padne lichý počet ok

Padne aspoň tři

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square_{\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square_{\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square_{\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square_{\cdot}\}$$

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square_{\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square_{\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square_{\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot}, \square_{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square_{\cdot}\}$$

Padne kladný počet ok

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Jev nemožný:

$$F = \emptyset$$

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Jev nemožný:

$$F = \emptyset$$

Jevy slučitelné:

A a C , B a C , B a D , E a cokoliv s výjimkou F

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Jev nemožný:

$$F = \emptyset$$

Jevy slučitelné:

A a C , B a C , B a D , E a cokoliv s výjimkou F

Jevy neslučitelné:

A a B , A a D , C a D , F a cokoliv

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Jev nemožný:

$$F = \emptyset$$

Jevy slučitelné:

A a C , B a C , B a D , E a cokoliv s výjimkou F

Jevy neslučitelné:

A a B , A a D , C a D , F a cokoliv

Jevy komplementární:

A a B , E a F

Náhodný jev

Pozorovatelná část základního prostoru Ω

Příklad – hod kostkou:

Padne sudý počet ok

$$A = \{\square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet ok

$$B = \{\square, \square, \square\}$$

Padne aspoň tři

$$C = \{\square, \square, \square, \square\}$$

Padne lichý počet menší než tři

$$D = \{\square\}$$

Padne kladný počet ok

$$E = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\} = \Omega$$

Padne počet dělitelný sedmi

$$F = \{\} = \emptyset$$

Jev jistý:

$$E = \Omega$$

Jev nemožný:

$$F = \emptyset$$

Jevy slučitelné:

A a C , B a C , B a D , E a cokoliv s výjimkou F

Jevy neslučitelné:

A a B , A a D , C a D , F a cokoliv

Jevy komplementární:

A a B , E a F ; $A \cup B = \Omega$, $B = \Omega \setminus A$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu kostkou nepadne šestka“?

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu kostkou nepadne šestka“?

$$P(A) = \frac{\#\{\square, \square, \square, \square, \square\}}{\#\{\square, \square, \square, \square, \square, \square\}} = \frac{5}{6}$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu dvěma nerozlišitelnými mincemi padnou obě na stejnou stranu“?

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu dvěma nerozlišitelnými mincemi padnou obě na stejnou stranu“?

$$P(A) = \frac{\#\{\text{obě mince na stejnou stranu}\}}{\#\{\text{všechny možnosti}\}} = \frac{2}{3}$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

1. Klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný.

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu dvěma nerozlišitelnými mincemi padnou obě na stejnou stranu“?

$$P(A) = \frac{\#\{\text{HH}, \text{TT}\}}{\#\{\text{HH}, \text{HT}, \text{TH}, \text{TT}\}} = \frac{2}{4}$$

nebo

$$P(A) = \frac{\#\{(\text{H}, \text{H}), (\text{T}, \text{T})\}}{\#\{(\text{H}, \text{H}), (\text{H}, \text{T}), (\text{T}, \text{H}), (\text{T}, \text{T})\}} = \frac{2}{4} ?$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

2. Zobecněná klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný. Každý elementární jev ω z Ω má váhu $w(\omega)$ (nezáporné číslo).

$$P(A) = \frac{\sum_{\omega \in A} w(\omega)}{\sum_{\omega \in \Omega} w(\omega)}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

2. Zobecněná klasická pravděpodobnost: Základní prostor Ω je konečný. Každý elementární jev ω z Ω má váhu $w(\omega)$ (nezáporné číslo).

$$P(A) = \frac{\sum_{\omega \in A} w(\omega)}{\sum_{\omega \in \Omega} w(\omega)}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost jevu A „při hodu dvěma nerozlišitelnými mincemi padnou obě na stejnou stranu“?

$$w(\text{obě líc}) = 1, \quad w(\text{jedno líc, jedno rub}) = 2, \quad w(\text{obě rub}) = 1,$$

$$A = \frac{w(\text{obě líc}) + w(\text{obě rub})}{w(\text{obě líc}) + w(\text{jedno líc, jedno rub}) + w(\text{obě rub})} = \frac{1 + 1}{1 + 2 + 1} = \frac{1}{2}$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

3. Geometrická pravděpodobnost:

Základní prostor Ω je geometrický útvar, který má míru μ (úsečka má délku, obrazec má obsah, těleso má objem).

Jev je takový útvar v základním prostoru, že také má míru μ .

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

3. Geometrická pravděpodobnost:

Základní prostor Ω je geometrický útvar, který má míru μ (úsečka má délku, obrazec má obsah, těleso má objem).

Jev je takový útvar v základním prostoru, že také má míru μ .

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: Jaká je pravděpodobnost, že při střelbě do terče tvaru čtverce o straně 1 m zasáhneme střed, což je kruh o poloměru 1 cm?

$$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 100, 0 \leq y \leq 100\}, \quad \mu(\Omega) = 10\,000$$

$$A = \{(x, y) : (x - 50)^2 + (y - 50)^2 \leq 1\}, \quad \mu(A) = \pi \doteq 3,14159265359$$

$$P(A) \doteq 0,000314$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

4. Empirická pravděpodobnost:

Náhodný pokus zopakujeme n -krát. Počet výskytů jevu A (četnost, frekvenci jevu A) označíme f_A .

$$P(A) = \frac{f_A}{n}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Definice pravděpodobnosti

Pravděpodobnost jevu A , $P(A)$ – číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$

4. Empirická pravděpodobnost:

Náhodný pokus zopakujeme n -krát. Počet výskytů jevu A (četnost, frekvenci jevu A) označíme f_A .

$$P(A) = \frac{f_A}{n}$$

Vlastnosti: $P(\Omega) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Příklad: V roce 1970 se v ČSSR narodilo 228 531 dětí, z toho bylo 111 394 děvčat a 117 137 chlapců. Jaká je pravděpodobnost narození děvčete, chlapce?

$$P(\text{♀}) = \frac{111\,394}{228\,531} \doteq 0,4874 \quad P(\text{♂}) = \frac{117\,137}{228\,531} \doteq 0,5126$$

Podmíněná pravděpodobnost

Buď víme, že nastal jev H , nebo předpokládáme, že platí hypotéza H .
Základní prostor Ω zúžíme na H , H se stane základním prostorem.

Podmíněná pravděpodobnost

Buď víme, že nastal jev H , nebo předpokládáme, že platí hypotéza H .
Základní prostor Ω zúžíme na H , H se stane základním prostorem.

Pravděpodobnost jevu A za podmínky H :
$$P(A|H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)}$$

Podmíněná pravděpodobnost

Buď víme, že nastal jev H , nebo předpokládáme, že platí hypotéza H .
Základní prostor Ω zúžíme na H , H se stane základním prostorem.

Pravděpodobnost jevu A za podmínky H :
$$P(A|H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)}$$

Závislost a nezávislost jevů:

- Jevy A a B jsou deterministicky závislé: $A \subseteq B$, nebo $A \subseteq \Omega \setminus B$, nebo $B \subseteq A$, nebo $B \subseteq \Omega \setminus A$
- Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé: $P(A|B) = P(A)$ nebo $P(B) = 0$.

Podmíněná pravděpodobnost

Buď víme, že nastal jev H , nebo předpokládáme, že platí hypotéza H .
Základní prostor Ω zúžíme na H , H se stane základním prostorem.

Pravděpodobnost jevu A za podmínky H : $P(A|H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)}$

Závislost a nezávislost jevů:

- Jevy A a B jsou deterministicky závislé: $A \subseteq B$, nebo $A \subseteq \Omega \setminus B$, nebo $B \subseteq A$, nebo $B \subseteq \Omega \setminus A$
- Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé: $P(A|B) = P(A)$ nebo $P(B) = 0$.

Induktivní úsudek: $P(H|A) > P(\Omega \setminus H|A)$
$$\frac{A}{H}$$

Podmíněná pravděpodobnost

Buď víme, že nastal jev H , nebo předpokládáme, že platí hypotéza H .
Základní prostor Ω zúžíme na H , H se stane základním prostorem.

Pravděpodobnost jevu A za podmínky H : $P(A|H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)}$

Závislost a nezávislost jevů:

- Jevy A a B jsou deterministicky závislé: $A \subseteq B$, nebo $A \subseteq \Omega \setminus B$, nebo $B \subseteq A$, nebo $B \subseteq \Omega \setminus A$
- Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé: $P(A|B) = P(A)$ nebo $P(B) = 0$.

Induktivní úsudek: $P(H|A) > P(\Omega \setminus H|A)$

A
 H

Inversní pravděpodobnost: $P(H|A) = \frac{P(H)}{P(A)} P(A|H)$

Úvod

Teorie pravděpodobnosti

Rozhodování za nejistoty

Úlohy rytíře de Méré

Očekávaná výhra

Pascalova sázka

Teorie her

Rozhodování za nejistoty

Úlohy rytíře de Méré

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.

n – počet kostek,

jev A – aspoň jedna šestka padne,

jev B – šestka na jedné kostce nepadne

$$P(A) = 1 - (P(B))^n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.

n – počet kostek,

jev A – aspoň jedna šestka padne,

jev B – šestka na jedné kostce nepadne

$$P(A) = 1 - (P(B))^n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$P(A) > \frac{1}{2}$ pro $n > 4$, $P(A) \doteq 0,598$.

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.
2. Několikrát se hází dvojicí kostek. Při jakém počtu hodů je vhodné vsadit na to, že součet ok na obou kostkách bude 12.

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.
2. Několikrát se hází dvojicí kostek. Při jakém počtu hodů je vhodné vsadit na to, že součet ok na obou kostkách bude 12.

n – počet hodů,

jev A – součet dvanáct aspoň jednou padne,

jev B – součet dvanáct při jednom hodu nepadne

$$P(A) = 1 - (P(B))^n = 1 - \left(1 - \frac{1}{36}\right)^n = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

Úlohy rytíře de Méré

1. Hází se několika kostkami. Při jakém počtu kostek je vhodné vsadit na to, že padne šestka.
2. Několikrát se hází dvojicí kostek. Při jakém počtu hodů je vhodné vsadit na to, že součet ok na obou kostkách bude 12.

n – počet hodů,

jev A – součet dvanáct aspoň jednou padne,

jev B – součet dvanáct při jednom hodu nepadne

$$P(A) = 1 - (P(B))^n = 1 - \left(1 - \frac{1}{36}\right)^n = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

$P(A) > \frac{1}{2}$ pro $n > 24$, $P(A) \doteq 0,506$.

Očekávaná výhra

Modelová situace: Hráči se dohodnou na náhodném pokusu a jevu A , který může nastat. První hráč vsadí do banku částku c_1 , druhý hráč částku c_2 . Pokud jev A nastane, bank dostane první hráč, pokud nenastane, bank dostane druhý hráč.

Očekávaná výhra

Modelová situace: Hráči se dohodnou na náhodném pokusu a jevu A , který může nastat. První hráč vsadí do banku částku c_1 , druhý hráč částku c_2 . Pokud jev A nastane, bank dostane první hráč, pokud nenastane, bank dostane druhý hráč.

Označení: $p = P(A)$, V – výhra prvního hráče.

V je *náhodná veličina*, závisí na náhodě:

$$V = \begin{cases} c_2, & \text{jev } A \text{ nastal,} \\ -c_1, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Očekávaná výhra

Modelová situace: Hráči se dohodnou na náhodném pokusu a jevu A , který může nastat. První hráč vsadí do banku částku c_1 , druhý hráč částku c_2 . Pokud jev A nastane, bank dostane první hráč, pokud nenastane, bank dostane druhý hráč.

Označení: $p = P(A)$, V – výhra prvního hráče.

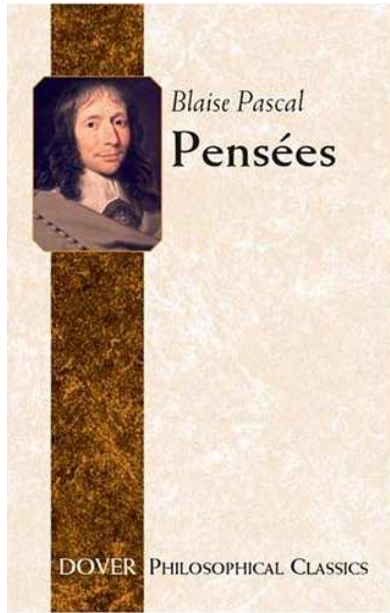
V je *náhodná veličina*, závisí na náhodě:

$$V = \begin{cases} c_2, & \text{jev } A \text{ nastal,} \\ -c_1, & \text{jinak.} \end{cases}$$

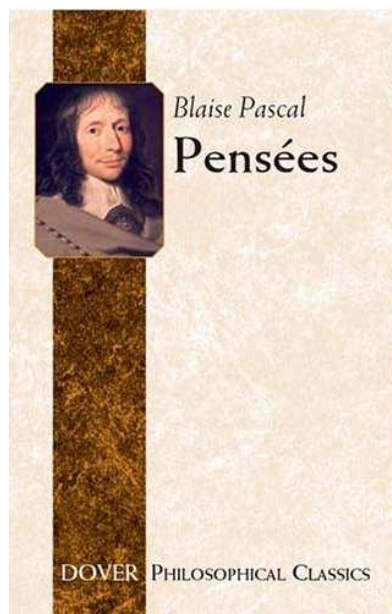
Očekávaná výhra prvního hráče:

$$EV = pc_2 + (1 - p)(-c_1)$$

Pascalova sázka



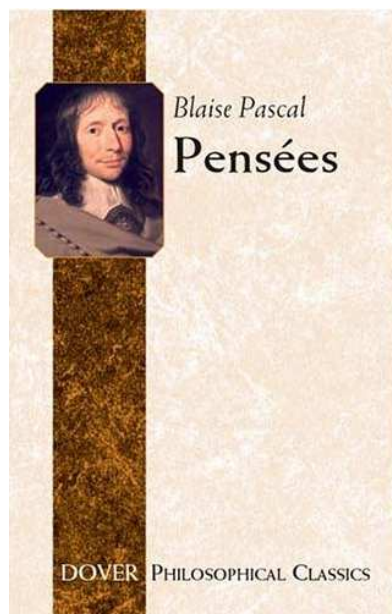
Pascalova sázka



„Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvojuje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.“

Pascal, Myšlenky, 233

Pascalova sázka

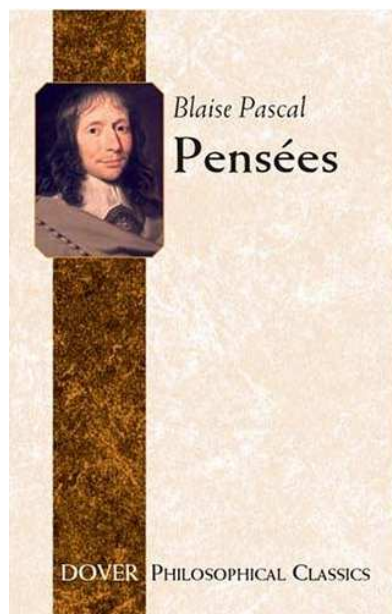


„Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvouje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.“

Pascal, Myšlenky, 233

$$p = P(\text{Bůh existuje}) > 0,$$

Pascalova sázka



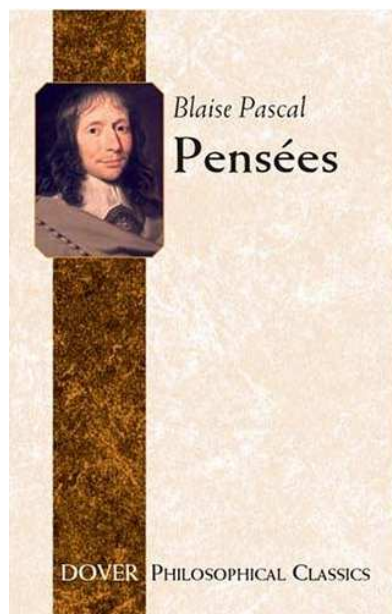
„Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvouje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.“

Pascal, Myšlenky, 233

$$p = P(\text{Bůh existuje}) > 0,$$

c_1 = praktikovaná víra, mravný život,

Pascalova sázka



„Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvouje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.“

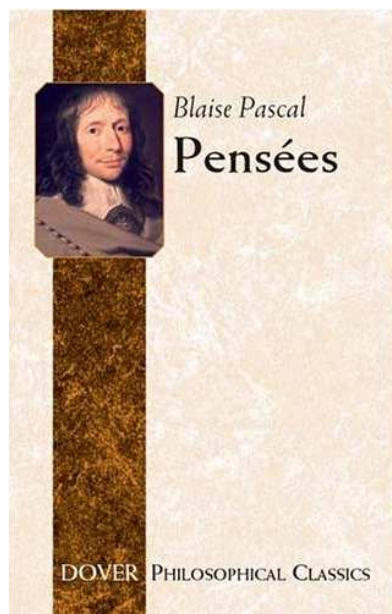
Pascal, Myšlenky, 233

$$p = P(\text{Bůh existuje}) > 0,$$

c_1 = praktikovaná víra, mravný život,

c_2 = věčný život

Pascalova sázka



„Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvouje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.“

Pascal, Myšlenky, 233

$$p = P(\text{Bůh existuje}) > 0,$$

c_1 = praktikovaná víra, mravný život,

c_2 = věčný život

$$EV = p \cdot \infty + (1 - p)(-c_1)$$

Úvod

Teorie pravděpodobnosti

Rozhodování za nejistoty

Teorie her

Bimaticová hra

Hra „víra a zjevení“

Diskuse

Teorie her

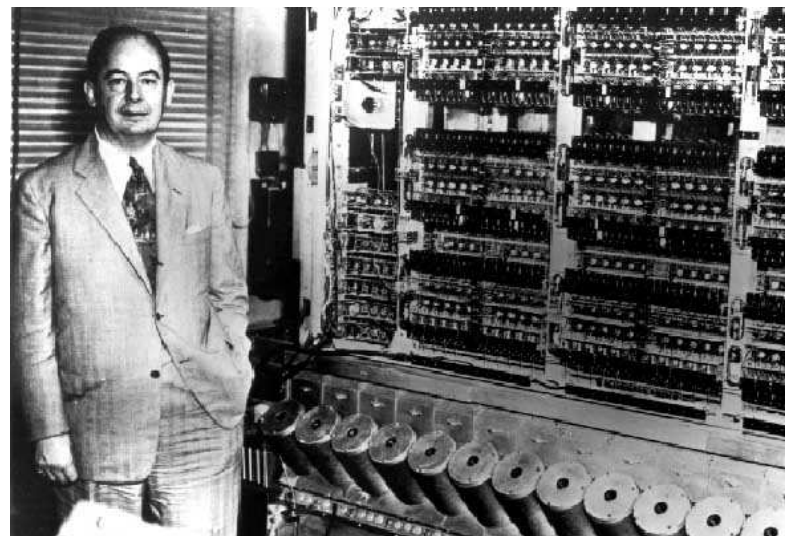
Bimaticová hra

Hra dvou hráčů v normálním tvaru:

čtveřice $\mathcal{G} = (X, Y, u, v)$, kde X, Y jsou konečné množiny a u, v jsou funkce $X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$.

Množina X , resp. Y ... *množina strategií prvního, resp. druhého, hráče.*

Funkce u , resp. v ... *výplatní funkce prvního, resp. druhého, hráče.*



Bimaticová hra

Nechť

$$X = \{1, 2, \dots, n\} \quad Y = \{1, 2, \dots, m\}$$

$$a_{ij} = u(i, j) \quad b_{ji} = v(i, j)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}.$$

Bimaticová hra

Nechť

$$X = \{1, 2, \dots, n\} \quad Y = \{1, 2, \dots, m\}$$

$$a_{ij} = u(i, j) \quad b_{ji} = v(i, j)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}.$$

S tímto označením dostaneme

$$u(i, j) = a_{ij} = \mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_j, \quad v(i, j) = b_{ji} = \mathbf{e}_j^T \mathbf{B} \mathbf{e}_i.$$

Matice $A, B \dots$ výplatní matice.

$$\mathcal{G} = (X, Y, u, v) = (A, B)$$

Bimaticová hra

Hru lze vyjádřit tabulkou

		hráč 2			
		1	2	...	m
hráč 1	1	a_{11} b_{11}	a_{12} b_{21}	...	a_{1m} b_{m1}
	2	a_{21} b_{12}	a_{22} b_{22}	...	a_{2m} b_{m2}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	n	a_{n1} b_{1n}	a_{n2} b_{2n}	...	a_{nm} b_{mn}

Hra „víra a zjevení“

John Craig

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ
PRINCIPIA MATHEMATICA

1699

Hra „víra a zjevení“

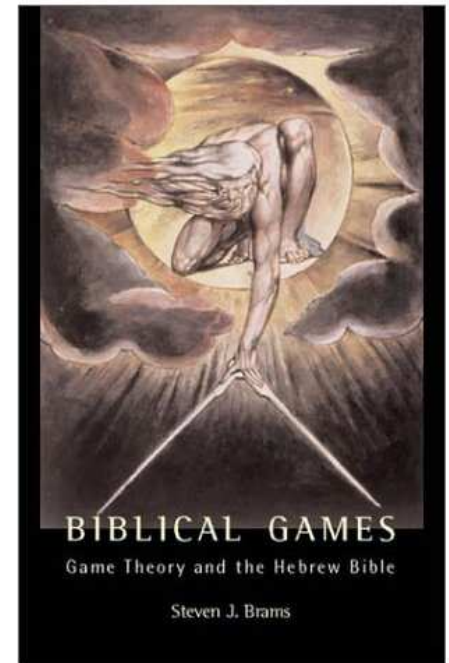
Bernard Bolzano

Lehrbuch der Religionswissenschaft,
ein Abdruck der Vorlesungshefte eines ehemaligen
Religionslehrers an einer katholischen Universität,
von einigen sener Schüler gesammelt und herausgegeben



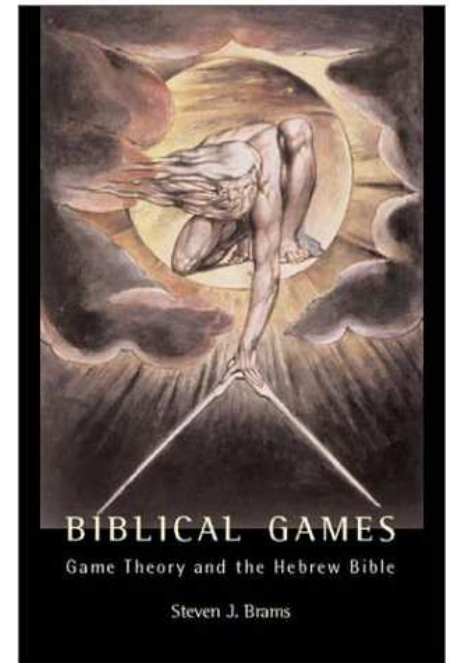
Sulzbach
1834

Hra „víra a zjevení“



Hra „víra a zjevení“

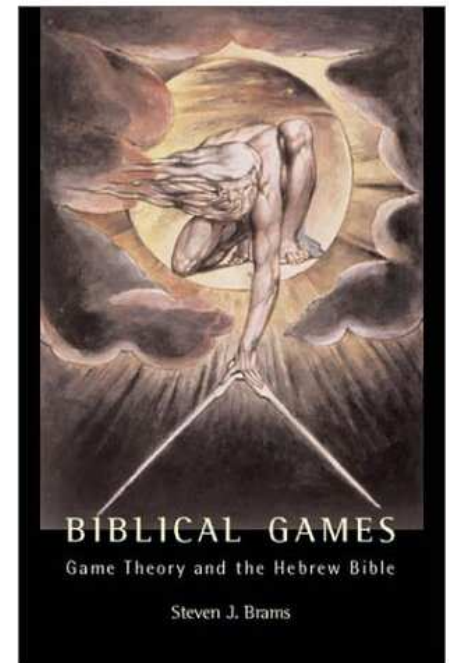
		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		
	nevěří		



Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		
	nevěří		

Preference:

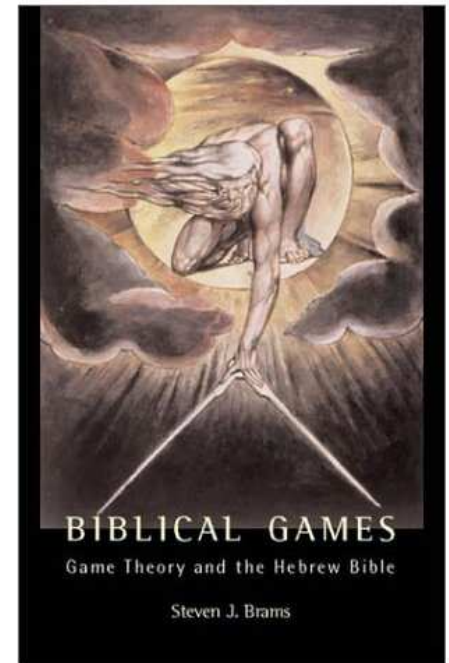


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		
	nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

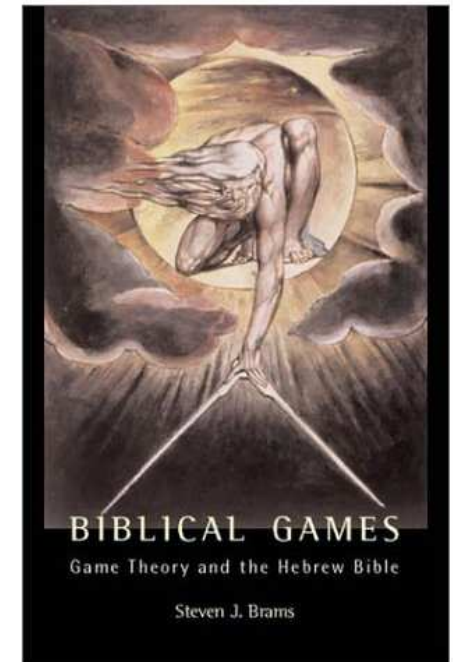


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		4
	nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

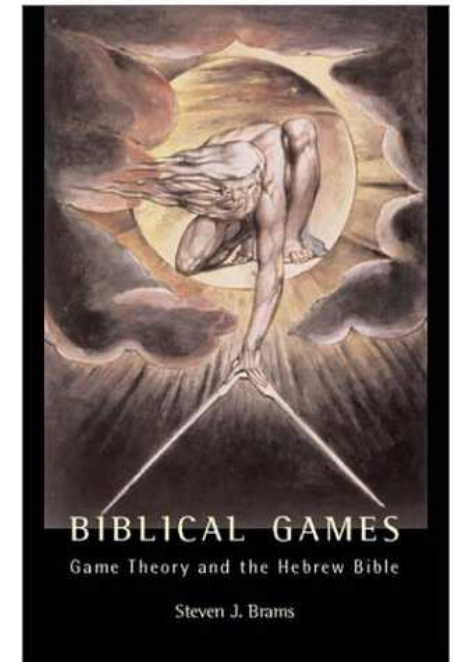


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

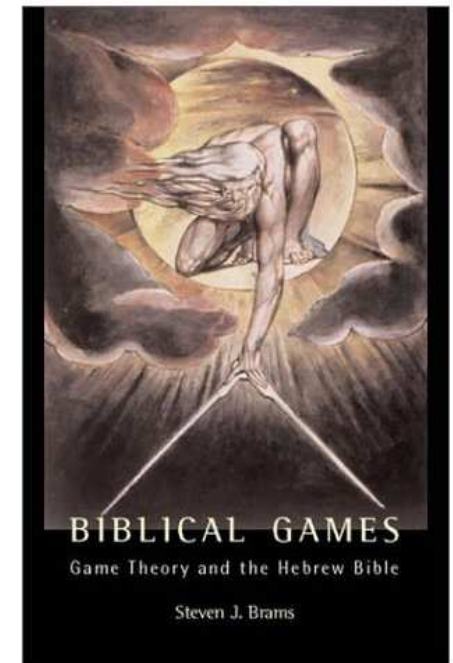


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří		2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

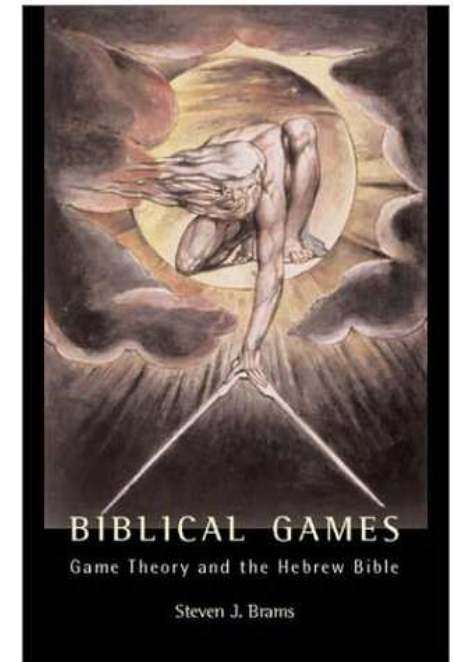


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří	1	2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

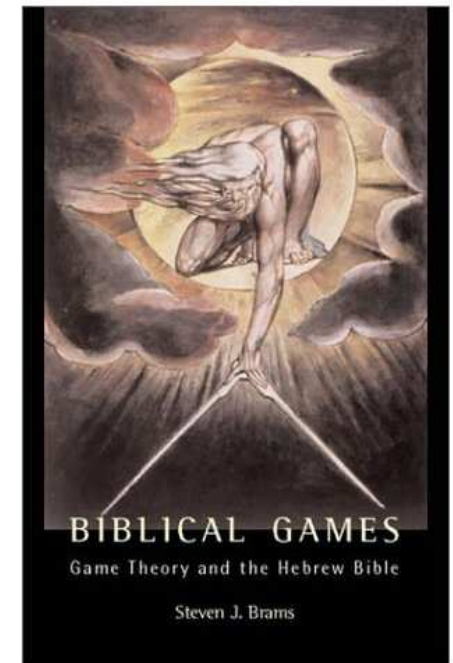


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4
	nevěří	1	2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

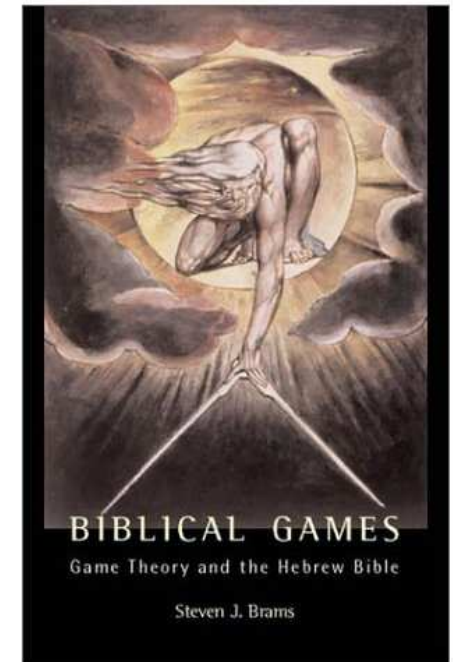


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4
	nevěří	1	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

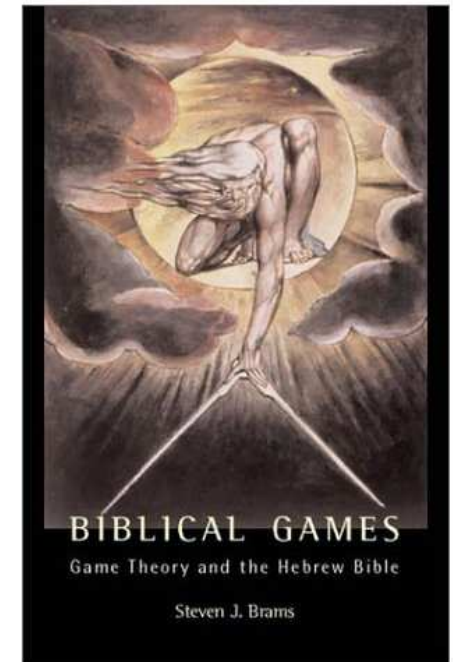


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4 2
	nevěří	1 3	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

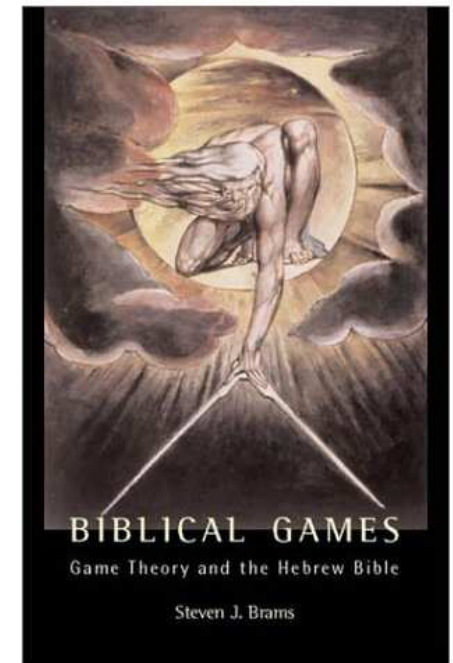


Hra „víra a zjevení“

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4 2
	nevěří	1 1	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit



Z předpokladu, že se Bůh chová racionálně, plyne, že člověk udělá nejlépe, když v tohoto Boha nebude věřit.

Z předpokladu, že se Bůh chová racionálně, plyne, že člověk udělá nejlépe, když v tohoto Boha nebude věřit.

- Bůh se nechová racionálně: „nejsouť zajisté myšlení má jako myšlení vaše, praví Hospodin.“, Iz 55,8.

Z předpokladu, že se Bůh chová racionálně, plyne, že člověk udělá nejlépe, když v tohoto Boha nebude věřit.

- Bůh se nechová racionálně: „nejsouť zajisté myšlení má jako myšlení vaše, praví Hospodin.“, Iz 55,8.
- Jde o popis skutečnosti: Bůh se nezjevuje, člověk v něho nevěří.

Z předpokladu, že se Bůh chová racionálně, plyne, že člověk udělá nejlépe, když v tohoto Boha nebude věřit.

- Bůh se nechová racionálně: „nejsouť zajisté myšlení má jako myšlení vaše, praví Hospodin.“, Iz 55,8.
- Jde o popis skutečnosti: Bůh se nezjevuje, člověk v něho nevěří.

Pascal: Vědy mají dvě krajnosti, které se dotýkají; první je čistá nevědomost přirozená, v níž se nacházejí všichni lidé při narození, druhá krajnost je ta, ke které přicházejí veliké duše, které prošly všechno, co lidé věděti mohou, shledávají, že nevědí nic, a ocitají se v téže nevědomosti, ze které vyšly; ale to je nevědomost učená, která se zná. Ti mezi oběma, kteří vyšli z nevědomosti přirozené a nemohli dojíti druhé, mají jakýsi nátěr této vědy dostatečné a tváří se moudrými; ti bouří svět a posuzují všechno špatně. Soudí o všem špatně a svět soudí o nich dobře.

Z předpokladu, že se Bůh chová racionálně, plyne, že člověk udělá nejlépe, když v tohoto Boha nebude věřit.

- Bůh se nechová racionálně: „nejsouť zajisté myšlení má jako myšlení vaše, praví Hospodin.“, Iz 55,8.
- Jde o popis skutečnosti: Bůh se nezjevuje, člověk v něho nevěří.

Pascal: Každé náboženství, které neřekne, že Bůh je skryt, je nepravé; a náboženství, které toho nezdůvodňuje, nepoučuje. Naše činí to vše: Vere tu es Deus absconditus.

