evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Matematika sexu a manželství

Zdeněk Pospíšil

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta
Ústav matematiky a statistiky

14. února 2013

Tato prezentace byla vytvořena v rámci projektu Věda a vědci pro vzdělávání moderní společnosti

CZ.1.07/2.3.00/35.0005

Úvod

Matematika

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$ poučení, naučení

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$ poučení, naučení

něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)

$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál středního rodu)

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál středního rodu)

Vlivem pythagorejských učedníků ($\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\iota$) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly a geometrickými objekty.

Sex

Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

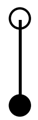
$\circ$ 1

european social fund in the czech republic EUROPEAN UNION MINISTRY OF EDUCATION, YOUTH AND SPORTS OP Education for Competitivness

Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



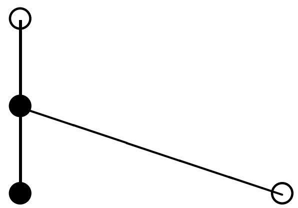
1

1

Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



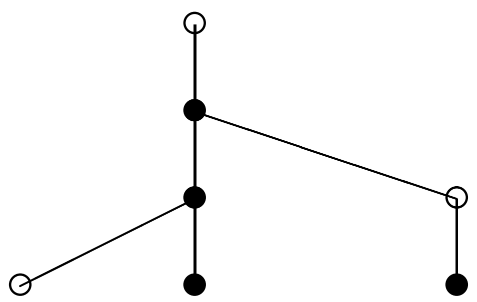
1

1

2

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



1

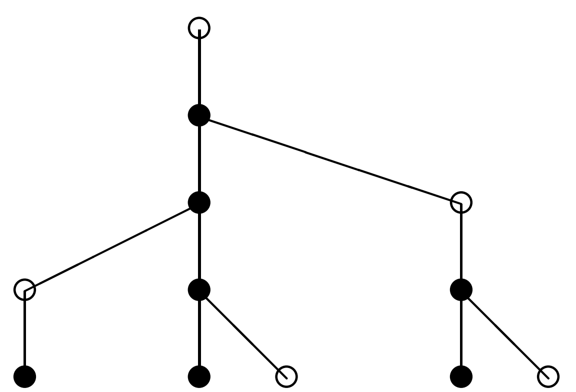
1

2

3

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

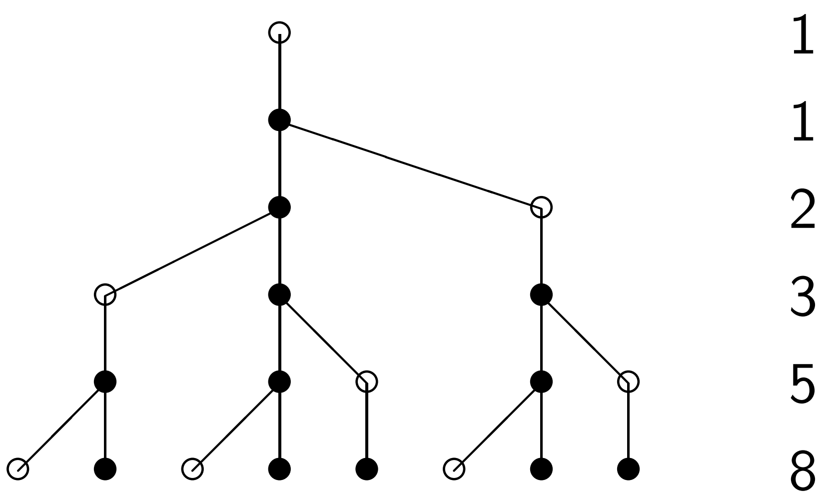
> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



1
1
2
3
5

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

> Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

$$
\begin{aligned}
x(t+1) &= y(t) \\
y(t+1) &= x(t) + y(t) \\
z(t) &= x(t) + y(t)
\end{aligned}
$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

$$\begin{aligned} x(t+1) &= y(t) \\ y(t+1) &= x(t) + y(t) \\ z(t) &= x(t) + y(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z(t+2) &= x(t+2) + y(t+2) = y(t+1) + \big(x(t+1) + y(t+1)\big) = \\ &= \big(x(t+1) + y(t+1)\big) + y(t+1) = \\ &= \big(x(t+1) + y(t+1)\big) + \big(x(t) + y(t)\big) = z(t+1) + z(t) \end{aligned}$$

Množení králíků

$x(t)$ . . . počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ . . . počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ . . . počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t+1) = y(t)$$
$$y(t+1) = x(t) + y(t)$$

$$z(t+2) = z(t+1) + z(t)$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t+1) = y(t)$$
$$y(t+1) = x(t) + y(t)$$

$$z(t+2) = z(t+1) + z(t)$$

$$x(0) = 1,\ \ y(0) = 0$$

$$z(0) = 1,\ \ z(1) = 1$$

Množení králíků

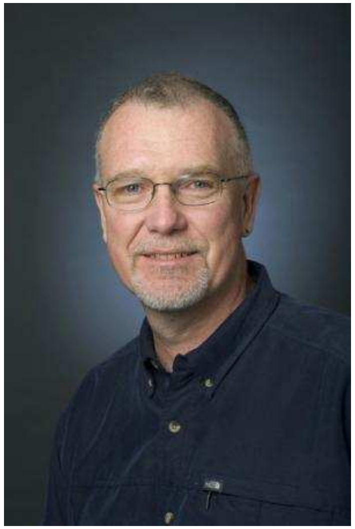
$x(t)$ . . . počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ . . . počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ . . . počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t+1) = 0 \cdot x(t) + 1 \cdot y(t)$$
$$y(t+1) = 1 \cdot x(t) + 1 \cdot y(t)$$

$$x(0) = 1, \; y(0) = 0$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t



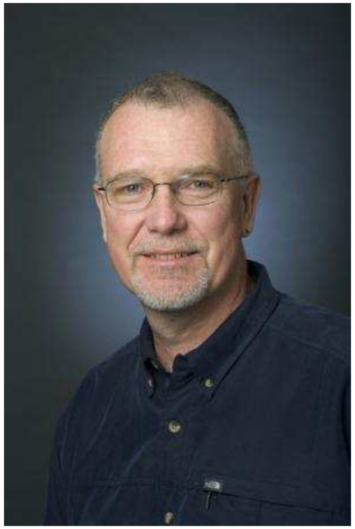
Hal Caswell

$$
\begin{aligned}
x(t+1) &= \qquad x(t) + \quad y(t) \\
y(t+1) &= \qquad x(t) + \quad y(t)
\end{aligned}
$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

σ_1 ... relativní přežívání juvenilních
σ_2 ... relativní přežívání plodných



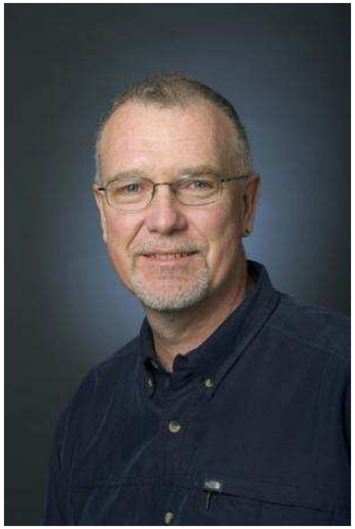
Hal Caswell

$$
\begin{aligned}
x(t+1) &= \sigma_1 x(t) + y(t) \\
y(t+1) &= \sigma_1 x(t) + \sigma_2 y(t)
\end{aligned}
$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

σ_1 ... relativní přežívání juvenilních
σ_2 ... relativní přežívání plodných
γ ... pravděpodobnost, že plodný dospěje



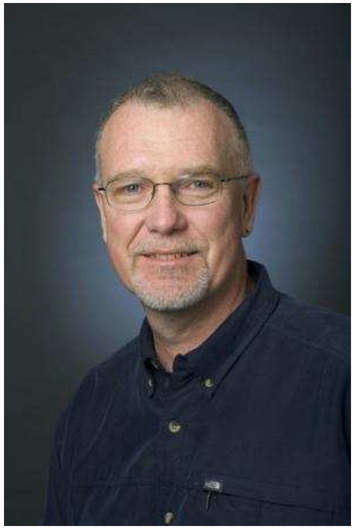
Hal Caswell

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1-\gamma)\sigma_1 x(t) + y(t) \\ y(t+1) &= \gamma\sigma_1 x(t) + \sigma_2 y(t) \end{aligned}$$

Množení králíků

$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

σ_1 ... relativní přežívání juvenilních
σ_2 ... relativní přežívání plodných
γ ... pravděpodobnost, že plodný dospěje
f ... plodnost (počet potomků)



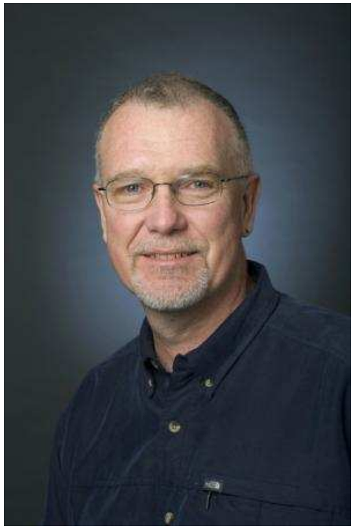
Hal Caswell

$$
\begin{aligned}
x(t+1) &= (1-\gamma)\sigma_1 x(t) + f y(t) \\
y(t+1) &= \gamma\sigma_1 x(t) + \sigma_2 y(t)
\end{aligned}
$$

Množení králíků

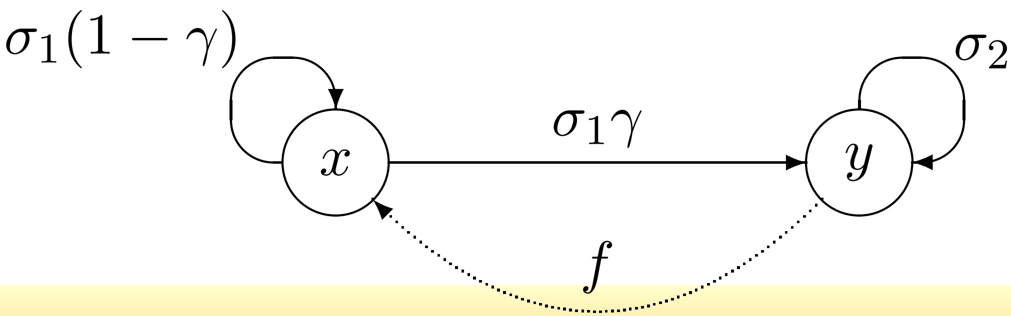
$x(t)$ ... počet juvenilních párů králíků v měsíci t
$y(t)$ ... počet plodných párů králíků v měsíci t
$z(t)$ ... počet všech párů králíků v měsíci t

σ_1 ... relativní přežívání juvenilních
σ_2 ... relativní přežívání plodných
γ ... pravděpodobnost, že plodný dospěje
f ... plodnost (počet potomků)

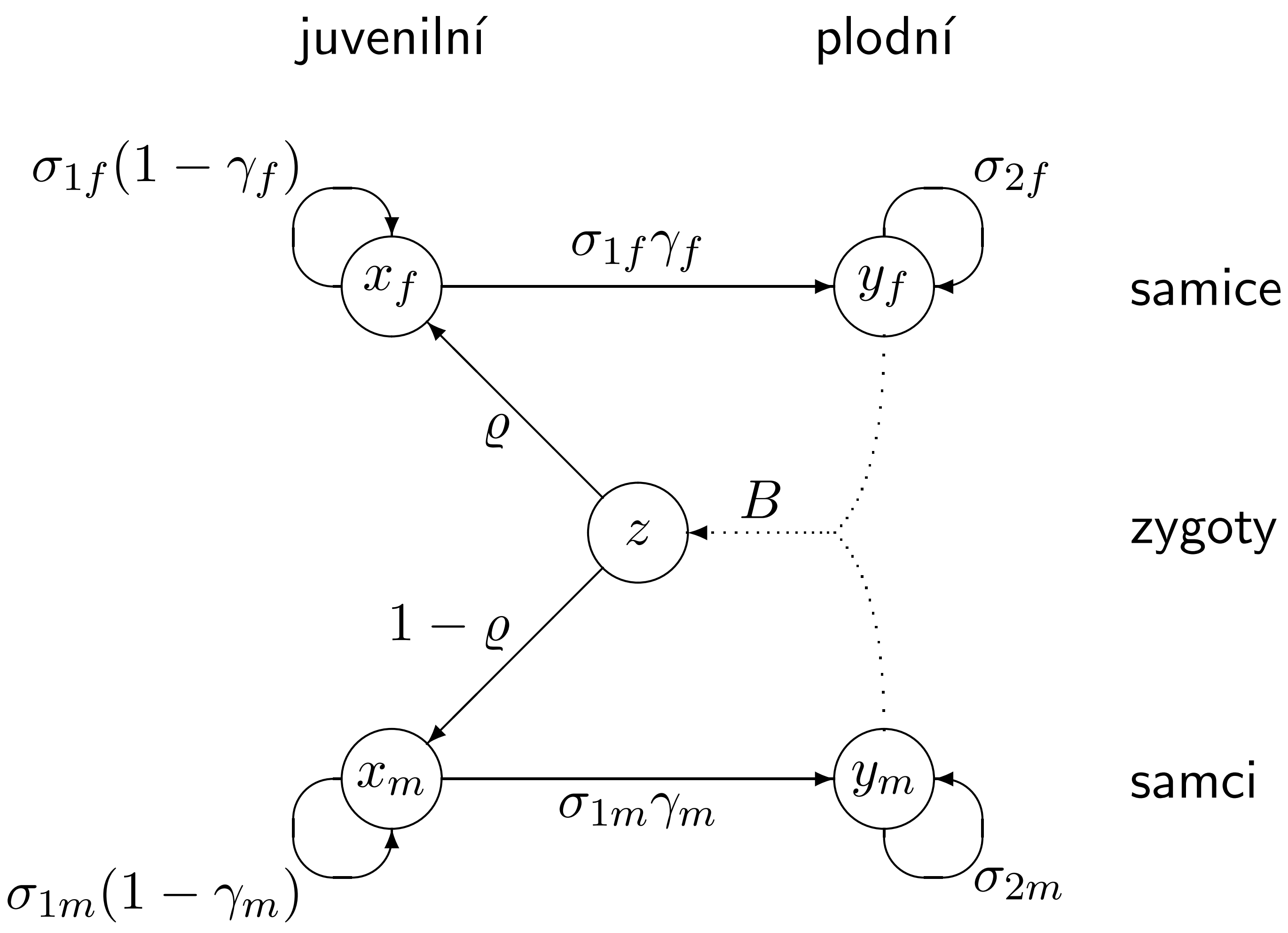


Hal Caswell

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1-\gamma)\sigma_1 x(t) + f y(t) \\ y(t+1) &= \gamma\sigma_1 x(t) + \sigma_2 y(t) \end{aligned}$$



Pohlavní rozmnožování



Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t) \\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t) \\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t) \\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t) \\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t) \\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t) \\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t) \\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t) \\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f, m)$

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t) \\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t) \\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t) \\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t) \\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f, m)$ je úměrné

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t) \\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t) \\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t) \\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t) \\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f, m)$ je úměrné f dominance samic

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t)\\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t)\\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t)\\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t)\\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f,m)$ je úměrné f dominance samic

$\min\{f,m\}$ párová věrnost

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t)\\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t)\\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t)\\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t)\\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f,m)$	je úměrné	f	dominance samic
		$\min\{f,m\}$	párová věrnost
		$\frac{1}{2}(f+m)$	aritmetický průměr

Pohlavní rozmnožování

$$\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t)\\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t)\\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t)\\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t)\\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}$$

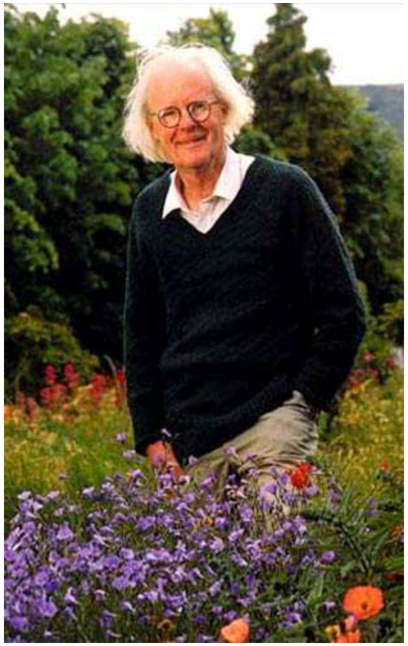
$B = B(f,m)$	je úměrné	f	dominance samic
		$\min\{f,m\}$	párová věrnost
		$\frac{1}{2}(f+m)$	aritmetický průměr
		$\sqrt{fm}$	geometrický průměr

Pohlavní rozmnožování

$$
\begin{aligned}
x_f(t+1) &= (1-\gamma_f)\sigma_{1f}x_f(t) + \varrho z(t) \\
y_f(t+1) &= \gamma_f\sigma_{1f}x_f(t) + \sigma_{2f}y_f(t) \\
x_m(t+1) &= (1-\gamma_m)\sigma_{1m}x_m(t) + (1-\varrho)z(t) \\
y_m(t+1) &= \gamma_m\sigma_{1m}x_m(t) + \sigma_{2m}y_m(t) \\
z(t+1) &= B\big(y_f(t), y_m(t)\big)
\end{aligned}
$$

$B = B(f, m)$	je úměrné	f	dominance samic
		$\min\{f, m\}$	párová věrnost
		$\frac{1}{2}(f+m)$	aritmetický průměr
		$\sqrt{fm}$	geometrický průměr
		$\dfrac{2fm}{f+m}$	harmonický průměr

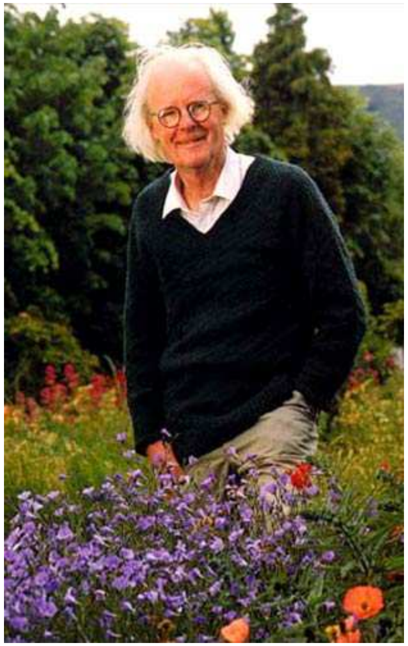
Boj o přístup k sexu



John Maynard Smith

Boj o přístup k sexu

	Jestřáb	Holubice
Jestřáb	$\frac{1}{2}V - C$	V
Holubice	0	$\frac{1}{2}V$



John Maynard Smith

V ... hodnota samice
C ... náklady na boj

Leguánek *Uta stansburniana*



velké teritorium s několika samicemi 

teritorium s jedinou samicí 

nemá teritorium 

Strategie páření

Leguánek *Uta stansburniana*

				
velké teritorium s několika samicemi		0	vítězí	prohrává
teritorium s jedinou samicí		prohrává	0	vítězí
nemá teritorium		vítězí	prohrává	0

Strategie páření

Hra kámen-nůžky-papír

			
	0	vítězí	prohrává
	prohrává	0	vítězí
	vítězí	prohrává	0

Strategie páření

Hra kámen-nůžky-papír

	Kámen	Nůžky	Papír
Kámen	0	1	-1
Nůžky	-1	0	1
Papír	1	-1	0

european social fund in the czech republic
EUROPEAN UNION
MINISTRY OF EDUCATION, YOUTH AND SPORTS
OP Education for Competitivness

Válka pohlaví I

	Strategie	
samec	věrný	záletník
samice	zdrženlivá	nevázaná

Richard Dawkins

Válka pohlaví I

	Strategie	
samec	věrný	záletník
samice	zdrženlivá	nevázaná

V . . . hodnota potomka
$2C$ . . . rodičovské investice
c . . . náklady na námluvy

Richard Dawkins

Válka pohlaví I

	Strategie	
samec	věrný	záletník
samice	zdrženlivá	nevázaná

V ... hodnota potomka

$2C$ ... rodičovské investice

c ... náklady na námluvy

Richard Dawkins

		samice	
		zdrženlivá	nevázaná
samec	věrný	$V-C-c$ $V-C-c$	$V-C$ $V-C$
	záletník	0 0	$V-2C$ V

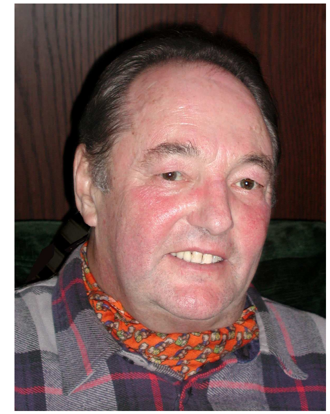
Válka pohlaví I

	Strategie	
samec	věrný	záletník
samice	zdrženlivá	nevázaná

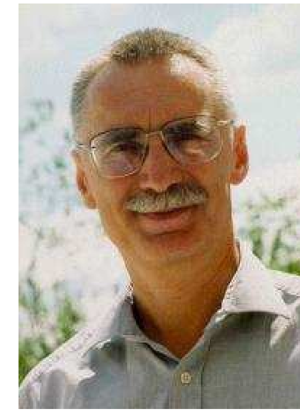
V ... hodnota potomka

$2C$ ... rodičovské investice

c ... náklady na námluvy



Peter K. Schuster



Karl Sigmund

		samice	
		zdrženlivá	nevázaná
samec	věrný	$V-C-c$ $V-C-c$	$V-C$ $V-C$
	záletník	0 0	$V-2C$ V

Evoluční hry

Leo Jonker

Peter Taylor

Evoluční hry

$n_i(t)$ . . . počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i . . . zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Evoluční hry

$n_i(t)$ ... počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i ... zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Celková velikost populace: $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + \cdots + n_k(t) = \sum_i n_i(t)$

Relativní zastoupení i-ého pseudodruhu: $x_i(t) = \dfrac{n_i(t)}{N(t)}$

Průměrná zdatnost populace:

$$\bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \cdots + n_k f_k}{N} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k = \sum_j x_j f_j$$

$n_i(t)$ ... počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i ... zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Celková velikost populace: $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + \cdots + n_k(t) = \sum_i n_i(t)$

Relativní zastoupení i-ého pseudodruhu: $x_i(t) = \dfrac{n_i(t)}{N(t)}$

Průměrná zdatnost populace:

$$\bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \cdots + n_k f_k}{N} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k = \sum_j x_j f_j$$

„Základní dogma darwinismu":
Zdatnější jedinci přežívají a množí se, méně zdatní vymírají.

$n_i(t)$ ... počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i ... zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Celková velikost populace: $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + \cdots + n_k(t) = \sum_i n_i(t)$

Relativní zastoupení i-ého pseudodruhu: $x_i(t) = \dfrac{n_i(t)}{N(t)}$

Průměrná zdatnost populace:

$$\bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \cdots + n_k f_k}{N} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k = \sum_j x_j f_j$$

„Základní dogma darwinismu":
Změna zastoupení pseudodruhu = jeho relativní zdatnost

Evoluční hry

$n_i(t)$ ... počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i ... zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Celková velikost populace: $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + \cdots + n_k(t) = \sum_i n_i(t)$

Relativní zastoupení i-ého pseudodruhu: $x_i(t) = \dfrac{n_i(t)}{N(t)}$

Průměrná zdatnost populace:

$$\bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \cdots + n_k f_k}{N} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k = \sum_j x_j f_j$$

„Základní dogma darwinismu":

$$\frac{x_i(t+1)}{x_i(t)} = \frac{f_i}{\bar{f}}, \qquad i = 1, 2, \ldots, k$$

Evoluční hry

$n_i(t)$ ... počet jedinců i-tého pseudodruhu (např. „jestřábů") v čase t
f_i ... zdatnost (fitness) i-tého pseudodruhu

Celková velikost populace: $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + \cdots + n_k(t) = \sum_i n_i(t)$

Relativní zastoupení i-ého pseudodruhu: $x_i(t) = \dfrac{n_i(t)}{N(t)}$

Průměrná zdatnost populace:

$$\bar{f} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \cdots + n_k f_k}{N} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k = \sum_j x_j f_j$$

„Základní dogma darwinismu":

$$x_i(t+1) = x_i(t) \frac{f_i}{\sum_j x_j(t) f_j}, \qquad i = 1, 2, \ldots, k$$

Rovnice přirozeného výběru

$$x_i(t+1) = x_i(t)\frac{f_i}{\sum\limits_j x_j(t) f_j}, \qquad i = 1, 2, \dots, k$$

Rovnice přirozeného výběru

$$x_i(t+1) = x_i(t)\frac{f_i}{\sum_j x_j(t) f_j}, \qquad i = 1, 2, \ldots, k$$

Vyjádření zdatnosti: $f_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_k)$

Rovnice přirozeného výběru

$$x_i(t+1) = x_i(t) \frac{f_i\big(x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)\big)}{\sum_j x_j(t) f_j\big(x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)\big)}, \qquad i = 1, 2, \dots, k$$

Vyjádření zdatnosti: $f_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_k)$

european social fund in the czech republic
EUROPEAN UNION
MINISTRY OF EDUCATION, YOUTH AND SPORTS
OP Education for Competitivness

Evoluční hry

Rovnice přirozeného výběru

$$x_i(t+1) = x_i(t) \frac{f_i\big(x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)\big)}{\sum\limits_j x_j(t) f_j\big(x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)\big)}, \qquad i = 1, 2, \dots, k$$

Vyjádření zdatnosti: $f_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = \mathrm{e}^{a_{i1}x_1} \cdot \mathrm{e}^{a_{i2}x_2} \cdots \mathrm{e}^{a_{ik}x_k}$

a_{ij} . . . „výhra" i-tého pseudodruhu při konfliktu s j-tým

Rovnice přirozeného výběru

$$x_i(t+1) = x_i(t)\frac{\mathrm{e}^{a_{i1}x_1(t)}\cdot \mathrm{e}^{a_{i2}x_2(t)}\cdots \mathrm{e}^{a_{ik}x_k(t)}}{\sum\limits_j x_j(t)\mathrm{e}^{a_{j1}x_1(t)}\cdot \mathrm{e}^{a_{j2}x_2(t)}\cdots \mathrm{e}^{a_{jk}x_k(t)}}, \qquad i = 1, 2, \ldots, k$$

Vyjádření zdatnosti: $f_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \mathrm{e}^{a_{i1}x_1}\cdot \mathrm{e}^{a_{i2}x_2}\cdots \mathrm{e}^{a_{ik}x_k}$

a_{ij} … „výhra" i-tého pseudodruhu při konfliktu s j-tým

Konflikt pohlaví

$x_i(t)$ ... relativní zastoupení samic i-tého pseudodruhu
$y_j(t)$ ... relativní zastoupení samců j-tého pseudodruhu
$f_i = f_i(y_1, y_2, \ldots, y_l)$ ... zdatnost samic i-tého pseudodruhu
$g_j = g_j(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ ... zdatnost samců j-tého pseudodruhu

$$\begin{aligned} x_i(t+1) &= x_i(t)\frac{f_i\big(y_1(t), y_2(t), \ldots, y_l(t)\big)}{\sum\limits_j x_j(t) f_j\big(y_1(t), y_2(t), \ldots, y_l(t)\big)}, \qquad & i = 1, 2, \ldots, k, \\ y_j(t+1) &= y_j(t)\frac{g_j\big(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_k(t)\big)}{\sum\limits_i y_i(t) g_i\big(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_k(t)\big)}, \qquad & j = 1, 2, \ldots, l. \end{aligned}$$

Manželství

Romeo a Julie

Romeo a Julie

$R(t)$ ... intenzita Romeova citu k Julii v čase t
$J(t)$ ... intenzita Juliina citu k Romeovi v čase t

Romeo a Julie

$R(t)$ ... intenzita Romeova citu k Julii v čase t
$J(t)$ ... intenzita Juliina citu k Romeovi v čase t

a ... koeficient setrvačnosti Romeova citu
b ... koeficient Romeovy citové závislosti na Julii
α ... koeficient setrvačnosti Juliina citu
β ... koeficient Juliiny citové závislosti na Romeovi

Romeo a Julie

$R(t)$ ... intenzita Romeova citu k Julii v čase t
$J(t)$ ... intenzita Juliina citu k Romeovi v čase t

a ... koeficient setrvačnosti Romeova citu
b ... koeficient Romeovy citové závislosti na Julii
α ... koeficient setrvačnosti Juliina citu
β ... koeficient Juliiny citové závislosti na Romeovi

$$a > 0,\ b > 0, \quad \alpha > 0,\ \beta > 0$$

Romeo a Julie

$R(t)$ ... intenzita Romeova citu k Julii v čase t
$J(t)$ ... intenzita Juliina citu k Romeovi v čase t

a ... koeficient setrvačnosti Romeova citu
b ... koeficient Romeovy citové závislosti na Julii
α ... koeficient setrvačnosti Juliina citu
β ... koeficient Juliiny citové závislosti na Romeovi

$$a > 0,\ b > 0,\quad \alpha > 0,\ \beta > 0$$

$$\begin{aligned} R(t+1) &= aR(t) - bJ(t) \\ J(t+1) &= \alpha J(t) + \beta R(t) \end{aligned}$$

Válka pohlaví II

účastníci konfliktu	Ona	On
strategie	jít do hospody	jít na koncert

Válka pohlaví II

účastníci konfliktu	Ona	On
strategie	jít do hospody	jít na koncert

Preference:

Ona	1.	být spolu
	2.	jít do hospody
On	1.	být spolu
	2.	jít na koncert

Válka pohlaví II

účastníci konfliktu	Ona	On
strategie	jít do hospody	jít na koncert

Preference:

Ona
1. být spolu
2. jít do hospody

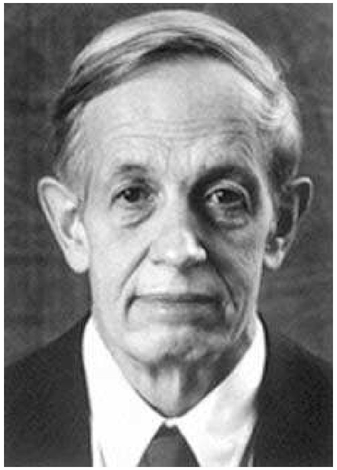
On
1. být spolu
2. jít na koncert

		Ona	
		hospoda	koncert
On	hospoda	3 2	0 0
	koncert	1 1	2 3

Válka pohlaví II

účastníci konfliktu	Ona	On
strategie	jít do hospody	jít na koncert

Preference:		
	Ona	1. být spolu
		2. jít do hospody
	On	1. být spolu
		2. jít na koncert



John Nash

		Ona	
		hospoda	koncert
On	hospoda	3 2	0 0
	koncert	1 1	2 3

Věkově strukturovaná populace

$f_i(t)$	...	počet nespárovaných žen věku i v čase t; přesněji: věku $\langle i-1, i)$
$m_j(t)$	...	počet nespárovaných mužů věku j v čase t
$c_{i,j}(t)$	...	počet párů, v nichž je žena věku i a muž věku j, párů typu i, j

Věkově strukturovaná populace

$f_i(t)$	...	počet nespárovaných žen věku i v čase t; přesněji: věku $\langle i-1, i)$
$m_j(t)$	...	počet nespárovaných mužů věku j v čase t
$c_{i,j}(t)$	...	počet párů, v nichž je žena věku i a muž věku j, párů typu i, j
k	...	maximální možný věk
F_{ij}	...	plodnost páru typu i, j (počet potomků za jednotku času)
ϱ	...	primární poměr pohlaví
$P_i^{(f)}$	...	pravděpodobnost, že žena věku i přežije jednotku času
$P_j^{(m)}$	...	pravděpodobnost, že muž věku i přežije jednotku času
M_{ij}	...	počet párů typu i, j vytvořených za jednotku času, absolutní sňatečnost
D_{ij}	...	relativní počet párů typu i, j zaniklých za jednotku času, rozvodovost

Věkově strukturovaná populace

$f_i(t)$	...	počet nespárovaných žen věku i v čase t; přesněji: věku $\langle i-1, i)$
$m_j(t)$	...	počet nespárovaných mužů věku j v čase t
$c_{i,j}(t)$	...	počet párů, v nichž je žena věku i a muž věku j, párů typu i,j
k	...	maximální možný věk
F_{ij}	...	plodnost páru typu i,j (počet potomků za jednotku času)
ϱ	...	primární poměr pohlaví
$P_i^{(f)}$	...	pravděpodobnost, že žena věku i přežije jednotku času
$P_j^{(m)}$	...	pravděpodobnost, že muž věku i přežije jednotku času
M_{ij}	...	počet párů typu i,j vytvořených za jednotku času, absolutní sňatečnost
D_{ij}	...	relativní počet párů typu i,j zaniklých za jednotku času, rozvodovost

$$f_1(t+1) = \varrho \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad m_1(t+1) = (1-\varrho) \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad c_{0,0}(t) = 0$$

Věkově strukturovaná populace

$f_i(t)$	...	počet nespárovaných žen věku i v čase t; přesněji: věku $\langle i-1, i)$
$m_j(t)$	...	počet nespárovaných mužů věku j v čase t
$c_{i,j}(t)$	...	počet párů, v nichž je žena věku i a muž věku j, párů typu i,j
k	...	maximální možný věk
F_{ij}	...	plodnost páru typu i,j (počet potomků za jednotku času)
ϱ	...	primární poměr pohlaví
$P_i^{(f)}$	...	pravděpodobnost, že žena věku i přežije jednotku času
$P_j^{(m)}$	...	pravděpodobnost, že muž věku i přežije jednotku času
M_{ij}	...	počet párů typu i,j vytvořených za jednotku času, absolutní sňatečnost
D_{ij}	...	relativní počet párů typu i,j zaniklých za jednotku času, rozvodovost

$$f_1(t+1) = \varrho \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad m_1(t+1) = (1-\varrho) \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad c_{0,0}(t) = 0$$

$$f_{i+1}(t+1) = P_i^{(f)} f_i(t) - \sum_{j=1}^{k} M_{ij} + \sum_{j=1}^{k} \left(D_{ij} + (1 - P_j^{(m)}) P_i^{(f)} \right) c_{i,j}(t)$$

$$m_{j+1}(t+1) = P_j^{(m)} m_j(t) - \sum_{i=1}^{k} M_{ij} + \sum_{i=1}^{k} \left(D_{ij} + (1 - P_i^{(f)}) P_j^{(m)} \right) c_{i,j}(t)$$

Věkově strukturovaná populace

$f_i(t)$	...	počet nespárovaných žen věku i v čase t; přesněji: věku $\langle i-1, i)$
$m_j(t)$	...	počet nespárovaných mužů věku j v čase t
$c_{i,j}(t)$	...	počet párů, v nichž je žena věku i a muž věku j, párů typu i,j
k	...	maximální možný věk
F_{ij}	...	plodnost páru typu i,j (počet potomků za jednotku času)
ϱ	...	primární poměr pohlaví
$P_i^{(f)}$	...	pravděpodobnost, že žena věku i přežije jednotku času
$P_j^{(m)}$	...	pravděpodobnost, že muž věku i přežije jednotku času
M_{ij}	...	počet párů typu i,j vytvořených za jednotku času, absolutní sňatečnost
D_{ij}	...	relativní počet párů typu i,j zaniklých za jednotku času, rozvodovost

$$f_1(t+1) = \varrho \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad m_1(t+1) = (1-\varrho) \sum_{i,j=1}^{k} F_{ij} c_{i,j}, \quad c_{0,0}(t) = 0$$

$$f_{i+1}(t+1) = P_i^{(f)} f_i(t) - \sum_{j=1}^{k} M_{ij} + \sum_{j=1}^{k} \left(D_{ij} + (1 - P_j^{(m)}) P_i^{(f)} \right) c_{i,j}(t)$$

$$m_{j+1}(t+1) = P_j^{(m)} m_j(t) - \sum_{i=1}^{k} M_{ij} + \sum_{i=1}^{k} \left(D_{ij} + (1 - P_i^{(f)}) P_j^{(m)} \right) c_{i,j}(t)$$

$$c_{i+1,j+1}(t+1) = M_{ij} + \left(P_i^{(f)} P_j^{(m)} - D_{ij} \right) c_{i,j}(t)$$

Funkce partnerství (mating function, mariage function)

$$M_{ij} = M_{ij}(f_1, f_2, \ldots, f_k, m_1, m_2, \ldots, m_k)$$

Funkce partnerství (mating function, mariage function)

$$M_{ij} = M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k)$$

- $M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \geq 0$
- $\sum\limits_{j=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq f_i,$

  $\sum\limits_{i=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq m_j$

european social fund in the czech republic
EUROPEAN UNION
MINISTRY OF EDUCATION, YOUTH AND SPORTS
OP Education for Competitivness

Funkce partnerství (mating function, mariage function)

$$M_{ij} = M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k)$$

- $M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \geq 0$
- $\sum_{j=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq f_i,$

  $\sum_{i=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq m_j$
- $M_{ij}(\alpha f_1, \alpha f_2, \dots, \alpha f_k, \alpha m_1, \alpha m_2, \dots, \alpha m_k) = \alpha^p M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k)$

Věkově strukturovaná populace

Funkce partnerství (mating function, mariage function)

$$M_{ij} = M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k)$$

- $M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \geq 0$
- $\sum\limits_{j=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq f_i$,

  $\sum\limits_{i=1}^{k} M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k) \leq m_j$
- $M_{ij}(\alpha f_1, \alpha f_2, \dots, \alpha f_k, \alpha m_1, \alpha m_2, \dots, \alpha m_k) = \alpha^p M_{ij}(f_1, f_2, \dots, f_k, m_1, m_2, \dots, m_k)$
- Konkurence na manželském trhu:

  Pokud $f_i \leq \tilde{f}_i$, $m_j \leq \tilde{m}_j$ pro všechna $i, j = 1, 2, \dots, k$ pak

- $M_{ij}(f_1, \dots, f_k, m_1, \dots, m_k) \geq$
  $$\geq M_{ij}(\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{i-1}, f_i, \tilde{f}_{i+1}, \dots, \tilde{f}_k, \tilde{m}_1, \dots, \tilde{m}_{j-1}, m_j, \tilde{m}_{j+1}, \dots, \tilde{m}_k)$$
- $M_{ij}(f_1, \dots, f_k, m_1, \dots, m_k) \leq$
  $$\leq M_{ij}(f_1, \dots, f_{i-1}, \tilde{f}_i, f_{i+1}, \dots, f_k, m_1, \dots, m_{j-1}, \tilde{m}_j, m_{j+1}, \dots, m_k)$$