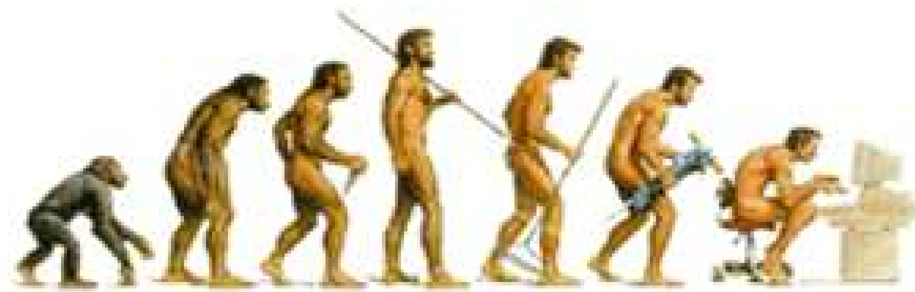
Darwinovská mechanika

Fyzikální sekce, ***6. 12. 2007***

Zdeněk Pospíšil

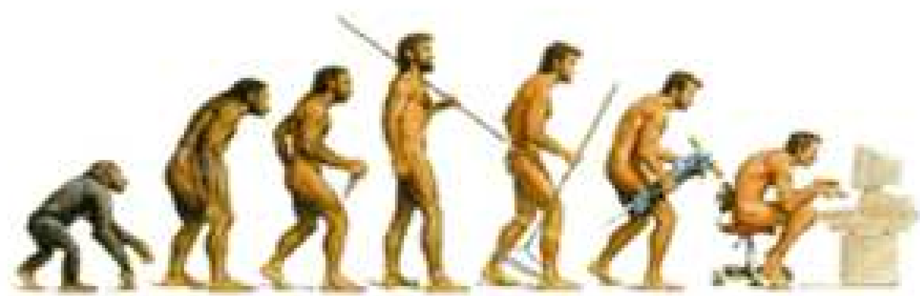
Ústav matematiky a statistiky

Osnova



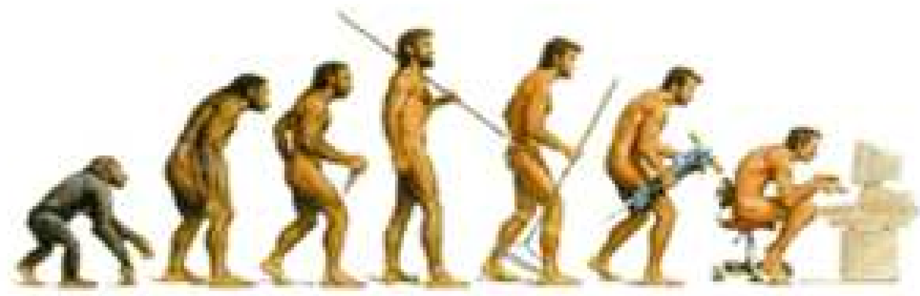
Osnova

- ÚT



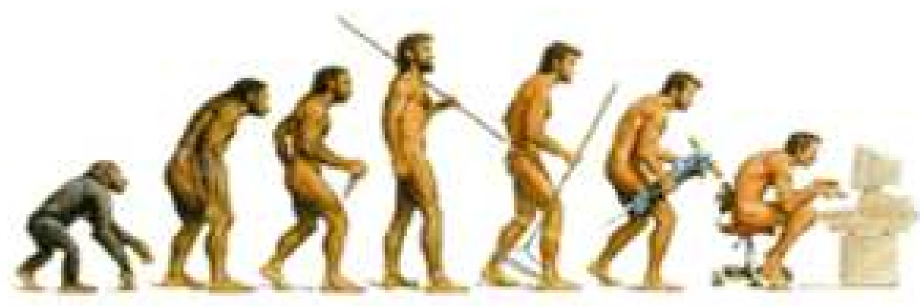
Osnova

- ÚT
- ÚT



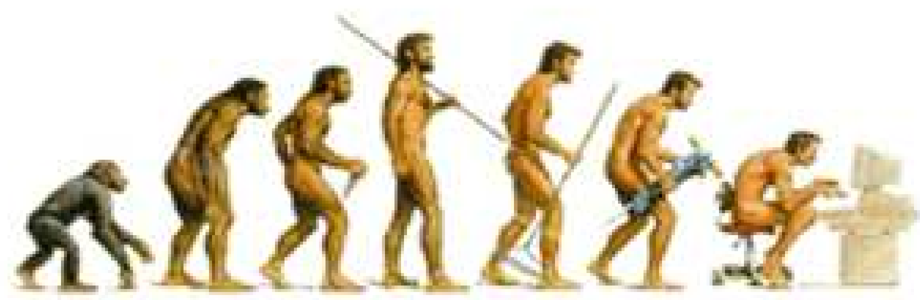
Osnova

- ÚT
- ÚT
- ÚD



Osnova

- ÚT
- ÚT
- D



ÚT

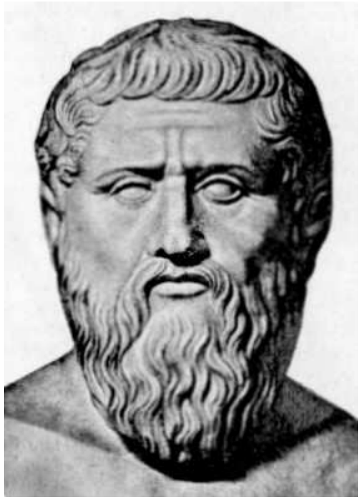
$$\dot{x} = rx - axy$$
$$\dot{y} = -dy + cxy$$

$$H(x,y) = cx + ay - \ln x^d y^r, \qquad \begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial H}{\partial y} = a - \frac{r}{y} \\ \dot{y} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{d}{x} - c \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial}{\partial y}\dot{y} = 0$$

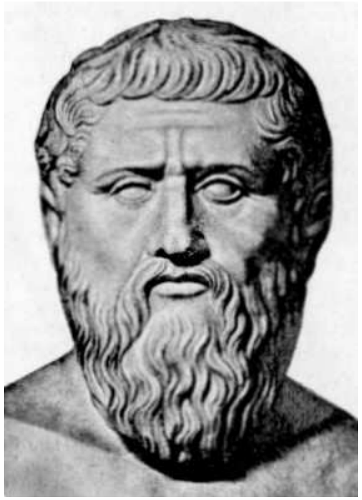
KERNER E. A statistical mechanics of interacting biological species. *Bull. Math. Biophys.* **19**, 121-146, 1957

ÚT

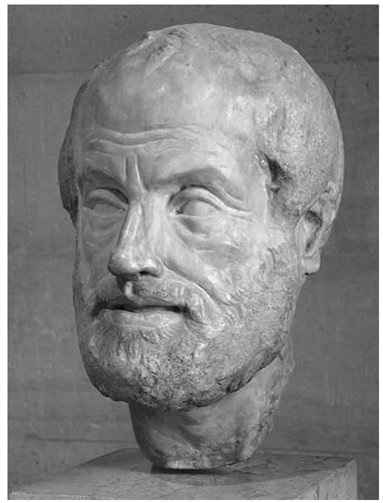


Nejprve jest podle mého mínění stanoviti tuto rozluku: co jest to, co stále jest, ale vzniku nemá, a co jest to, co stále vzniká, ale nikdy není jsoucí.

ÚT



Nejprve jest podle mého mínění stanoviti tuto rozluku: co jest to, co stále jest, ale vzniku nemá, a co jest to, co stále vzniká, ale nikdy není jsoucí.



Vedle látky a formy je třeba stanoviti příčinu pohybu ($\kappa\iota\nu\varepsilon\sigma\iota\varsigma$) a přirozený účel věcí.

ÚT

ÚT

Vývoj sluneční soustavy:

E. Swedenborg (1733), I. Kant (1755)

P. S. Laplace (Exposition du système du monde, 1796)

ÚT

Vývoj sluneční soustavy:

E. Swedenborg (1733), I. Kant (1755)

P. S. Laplace (Exposition du système du monde, 1796)

Vývoj živých organismů:

J. B. Lamarck (Philosophie zoologique, 1809)

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t) \ldots$ velikost populace i-tého druhu

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t)$ …velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t)$ … velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t) \ldots$ velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Specifický předpoklad: Tyto závislosti jsou lineární

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t) \ldots$ velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Specifický předpoklad: Tyto závislosti jsou lineární

$$g_i(\boldsymbol{y}) = r_i - \sum_j b_{ij} y_j, \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t) \ldots$ velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Specifický předpoklad: Tyto závislosti jsou lineární

$$\dot{y}_i = y_i\big(r_i - (\mathsf{B}\boldsymbol{y})_i\big), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

$y_i = y_i(t)$ ... velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

Specifický předpoklad: Tyto závislosti jsou lineární

$$\dot{y}_i = y_i\big(r_i - (\mathsf{B}\boldsymbol{y})_i\big), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

DUBOVIK V.M., GALPERIN A.G., RICHVITSKY V.S., SLEPNYOV S.K. The condition of existence of first integrals and Hamiltonian structures of the Lotka-Volterra equations. Обединенный институт ядерных исследований, Дубна, 1997

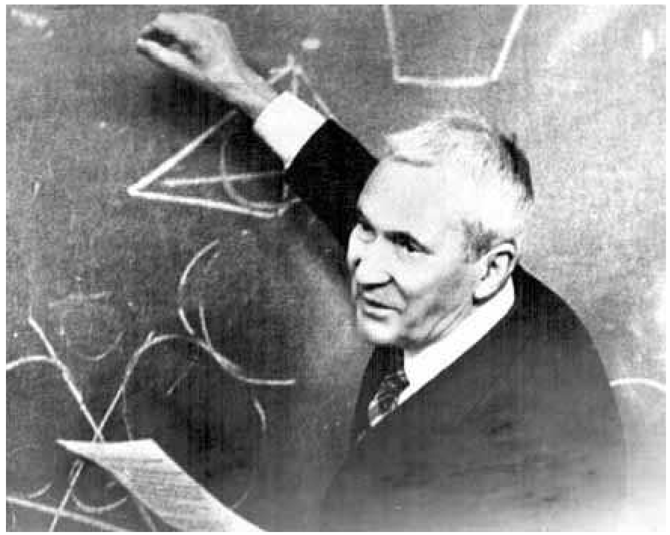
Lotkovy-Volterrovy rovnice

Vývoj společenstva tvořeného k druhy organismů

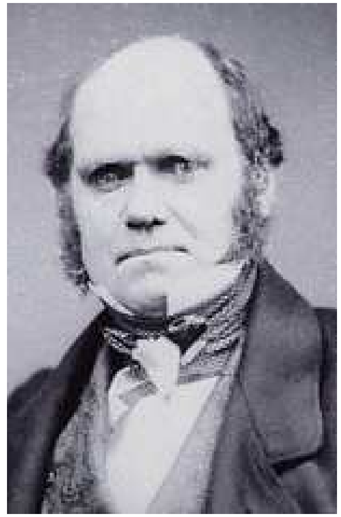
$y_i = y_i(t) \ldots$ velikost populace i-tého druhu

Obecný předpoklad: Relativní přírůstek velikosti populace je určen velikostí samotné populace a velikostí všech ostatních

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = g_i(\boldsymbol{y}), \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

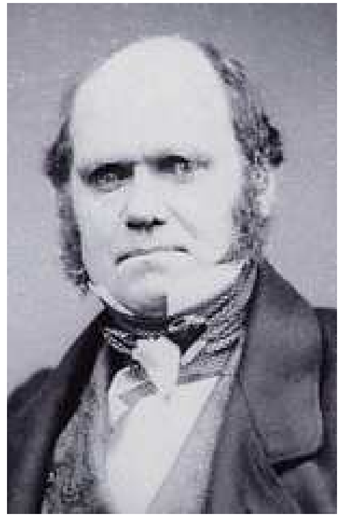


Replikátorová rovnice



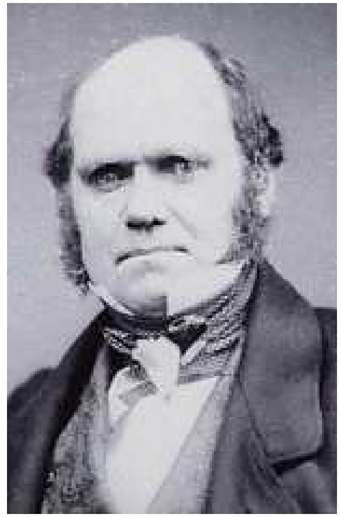
Replikátorová rovnice

evoluční úspěch



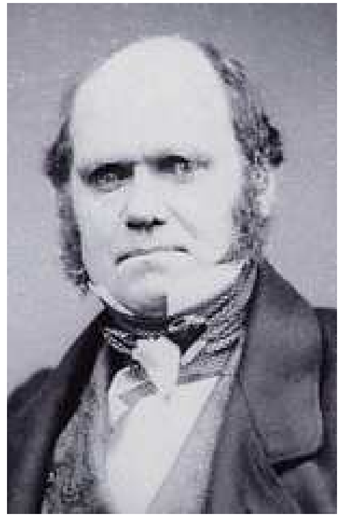
Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost



Replikátorová rovnice

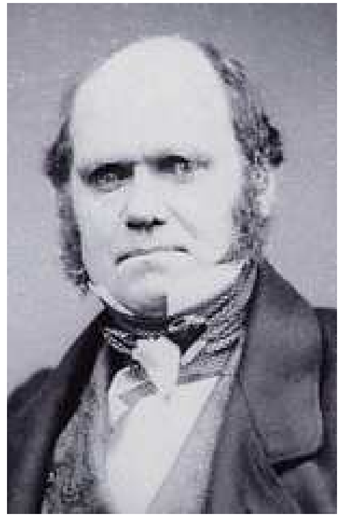
evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost



Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i ... relativní zastoupení i-tého typu v populaci

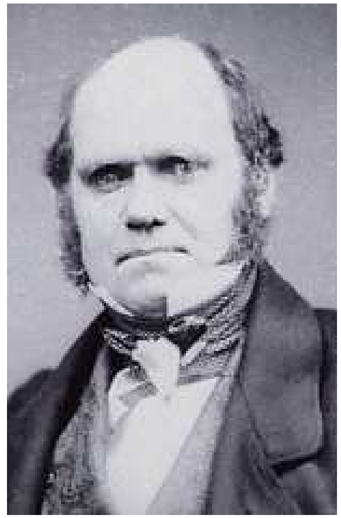


Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i … relativní zastoupení i-tého typu v populaci

f_i … zdatnost i-tého typu

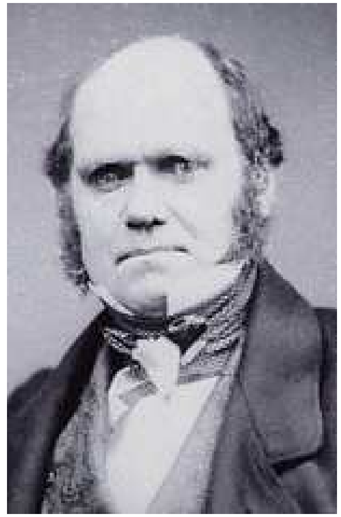


Replikátorová rovnice

evoluční úspěch $=$ zdatnost $-$ průměrná zdatnost

x_i … relativní zastoupení i-tého typu v populaci

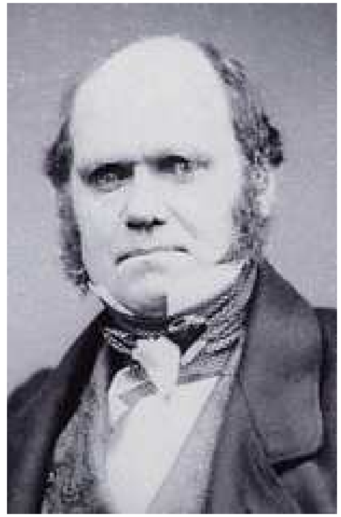
$f_i = f_i(\boldsymbol{x})$ … zdatnost i-tého typu



Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i	... relativní zastoupení i-tého typu v populaci
$f_i = f_i(\boldsymbol{x})$	... zdatnost i-tého typu
$\bar{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n}\sum_i f_i(\boldsymbol{x})$	... průměrná zdatnost



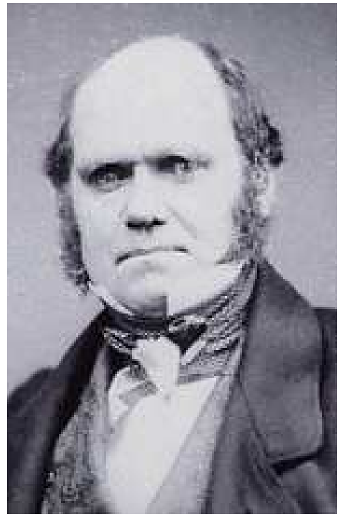
Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i … relativní zastoupení i-tého typu v populaci

$f_i = f_i(\boldsymbol{x})$ … zdatnost i-tého typu

$\bar{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n}\sum_i f_i(\boldsymbol{x})$ … průměrná zdatnost



$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = f_i(\boldsymbol{x}) - \bar{f}(\boldsymbol{x})$$

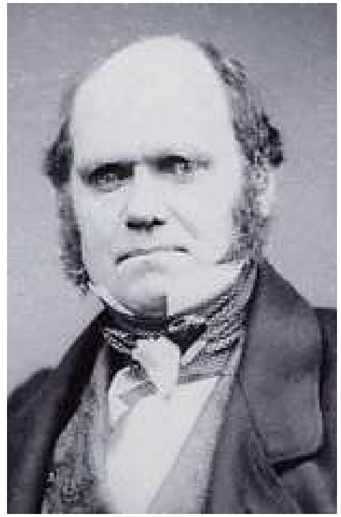
Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i … relativní zastoupení i-tého typu v populaci

$f_i = f_i(\boldsymbol{x})$ … zdatnost i-tého typu

$\bar{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n}\sum_i f_i(\boldsymbol{x})$ … průměrná zdatnost



$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = f_i(\boldsymbol{x}) - \bar{f}(\boldsymbol{x})$$

$$\dot{x}_i = x_i\left(f_i(\boldsymbol{x}) - \bar{f}(\boldsymbol{x})\right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

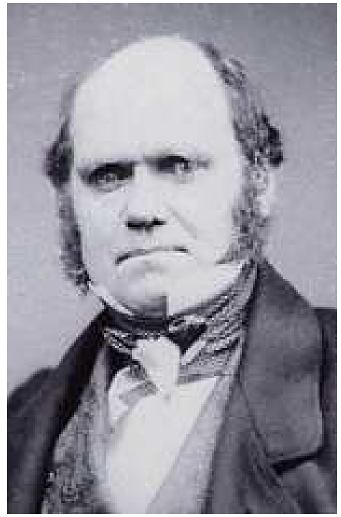
Replikátorová rovnice

evoluční úspěch = zdatnost − průměrná zdatnost

x_i … relativní zastoupení i-tého typu v populaci

$f_i = f_i(\boldsymbol{x})$ … zdatnost i-tého typu

$\bar{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n}\sum_i f_i(\boldsymbol{x})$ … průměrná zdatnost



$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = f_i(\boldsymbol{x}) - \bar{f}(\boldsymbol{x})$$

$$\dot{x}_i = x_i\left(f_i(\boldsymbol{x}) - \bar{f}(\boldsymbol{x})\right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in S_n = \left\{\boldsymbol{x} : \sum_i x_i = 1, x_i \geq 0\right\}$$

Maticová hra

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

a_{ij} … výhra hráče, který použil i-tou strategii a jeho protivník j-tou

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

a_{ij} … výhra hráče, který použil i-tou strategii a jeho protivník j-tou

První hráč použije i-tou strategii,
druhý j-tou s pravděpodobností x_j, $j = 1, \ldots, n$.

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

a_{ij} ... výhra hráče, který použil i-tou strategii a jeho protivník j-tou

První hráč použije i-tou strategii,
druhý j-tou s pravděpodobností x_j, $j = 1, \ldots, n$.
Střední výhra prvního hráče je

$$v_i = \sum_j a_{ij} x_j = (\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$$

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

a_{ij} …výhra hráče, který použil i-tou strategii a jeho protivník j-tou

První hráč použije i-tou strategii,
druhý j-tou s pravděpodobností x_j, $j = 1, \dots, n$.
Střední výhra prvního hráče je

$$v_i = \sum_j a_{ij} x_j = (\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$$

První hráč také použije i-tou strategii s pravděpodobností x_i, $i = 1, \dots, n$.

Maticová hra

Konflikt dvou „hráčů“, každý si může vybrat z n strategií.

a_{ij} … výhra hráče, který použil i-tou strategii a jeho protivník j-tou

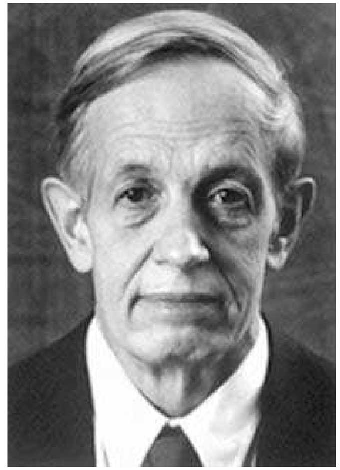
První hráč použije i-tou strategii,
druhý j-tou s pravděpodobností x_j, $j = 1, \ldots, n$.
Střední výhra prvního hráče je

$$v_i = \sum_j a_{ij} x_j = (\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$$

První hráč také použije i-tou strategii s pravděpodobností x_i, $i = 1, \ldots, n$. Jeho očekávaná výhra je

$$\sum_i x_i v_i = \sum_{ij} x_i a_{ij} x_j = \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$$

Maticová hra



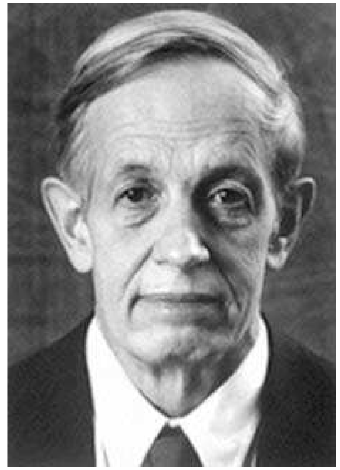
A … výplatní matice

$\boldsymbol{x}$ … smíšená strategie, $\boldsymbol{x} \in S_n$

$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$ … střední výhra

$(\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$ … očekávaná výhra při i-té strategii

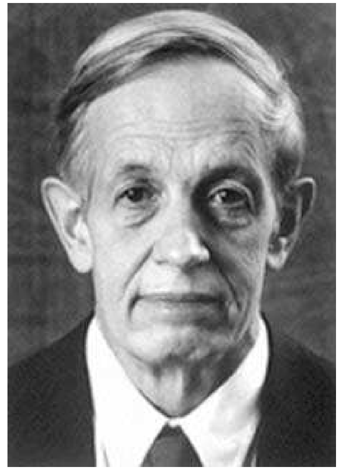
Maticová hra



A … výplatní matice
$\boldsymbol{x}$ … smíšená strategie, $\boldsymbol{x} \in S_n$
$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$ … střední výhra
$(\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$ … očekávaná výhra při i-té strategii

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$:

Maticová hra

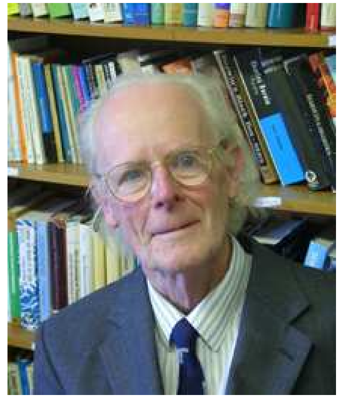


A … výplatní matice
$\boldsymbol{x}$ … smíšená strategie, $\boldsymbol{x} \in S_n$
$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$ … střední výhra
$(\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$ … očekávaná výhra při i-té strategii

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$: Nashova rovnováha

$$(\forall \boldsymbol{x} \in S_n)\ \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}}$$

Maticová hra



A … výplatní matice
$\boldsymbol{x}$ … smíšená strategie, $\boldsymbol{x} \in S_n$
$\boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}$ … střední výhra
$(\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$ … očekávaná výhra při i-té strategii

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$: Nashova rovnováha

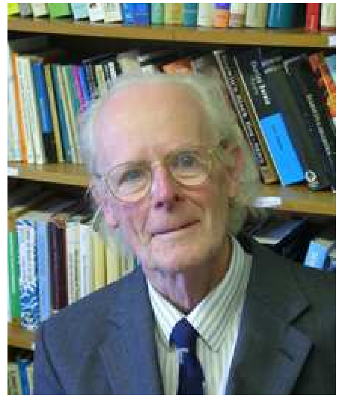
$$(\forall \boldsymbol{x} \in S_n)\ \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}}$$

Evolučně stabilní strategie

$$\boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}}$$

$$\boldsymbol{x} \neq \hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{x}}^T\mathsf{A}\hat{\boldsymbol{x}} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x} < \hat{\boldsymbol{x}}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}$$

Maticová hra



A … výplatní matice

$\boldsymbol{x}$ … smíšená strategie, $\boldsymbol{x} \in S_n$

$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$ … střední výhra

$(\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i$ … očekávaná výhra při i-té strategii

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$: Nashova rovnováha

$$(\forall \boldsymbol{x} \in S_n)\ \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}}$$

Evolučně stabilní stav

$$\left(\forall \boldsymbol{x} \in \mathcal{O}(\hat{\boldsymbol{x}}) \cap (S_n), \boldsymbol{x} \neq \hat{\boldsymbol{x}}\right)\ \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x} < \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$$

Evolučně stabilní strategie

$$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}}$$

$$\boldsymbol{x} \neq \hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{x}} \ \Rightarrow\ \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x} < \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \boldsymbol{x}$$

Maticová hra a replikátorová rovnice

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie $\leftrightarrow$ znak

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie	$\leftrightarrow$	znak
střední výhra při i-té strategii	$\leftrightarrow$	zdatnost při i-tém znaku

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie	$\leftrightarrow$	znak
střední výhra při i-té strategii	$\leftrightarrow$	zdatnost při i-tém znaku
střední výhra	$\leftrightarrow$	průměrná zdatnost

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie	$\leftrightarrow$	znak
střední výhra při i-té strategii	$\leftrightarrow$	zdatnost při i-tém znaku
střední výhra	$\leftrightarrow$	průměrná zdatnost

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie $\leftrightarrow$ znak

střední výhra při i-té strategii $\leftrightarrow$ zdatnost při i-tém znaku

střední výhra $\leftrightarrow$ průměrná zdatnost

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$ Nashova rovnováha $\Rightarrow$ stacionární bod

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie	$\leftrightarrow$	znak
střední výhra při i-té strategii	$\leftrightarrow$	zdatnost při i-tém znaku
střední výhra	$\leftrightarrow$	průměrná zdatnost

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$ Nashova rovnováha	$\Rightarrow$	stacionární bod
$\hat{\boldsymbol{x}} \in \mathrm{int}\, S_n$ Nashova rovnováha	$\Leftarrow$	přitažlivý stacionární bod

Maticová hra a replikátorová rovnice

$$\text{strategie} \quad \leftrightarrow \quad \text{znak}$$

$$\text{střední výhra při } i\text{-té strategii} \quad \leftrightarrow \quad \text{zdatnost při } i\text{-tém znaku}$$

$$\text{střední výhra} \quad \leftrightarrow \quad \text{průměrná zdatnost}$$

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n \text{ Nashova rovnováha} \quad \Rightarrow \quad \text{stacionární bod}$$

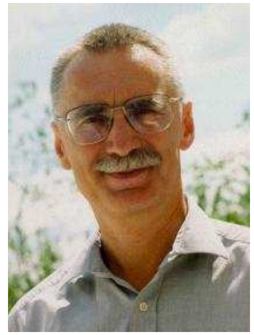
$$\hat{\boldsymbol{x}} \in \operatorname{int} S_n \text{ Nashova rovnováha} \quad \Leftarrow \quad \text{přitažlivý stacionární bod}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n \text{ Evolučně stabilní stav} \quad \Rightarrow \quad \text{přitažlivý stacionární bod}$$

Maticová hra a replikátorová rovnice

strategie	$\leftrightarrow$	znak
střední výhra při i-té strategii	$\leftrightarrow$	zdatnost při i-tém znaku
střední výhra	$\leftrightarrow$	průměrná zdatnost

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \dots, n$$



$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$ Nashova rovnováha	$\Rightarrow$	stacionární bod
$\hat{\boldsymbol{x}} \in \operatorname{int} S_n$ Nashova rovnováha	$\Leftarrow$	přitažlivý stacionární bod
$\hat{\boldsymbol{x}} \in S_n$ Evolučně stabilní stav	$\Rightarrow$	přitažlivý stacionární bod

Příklady

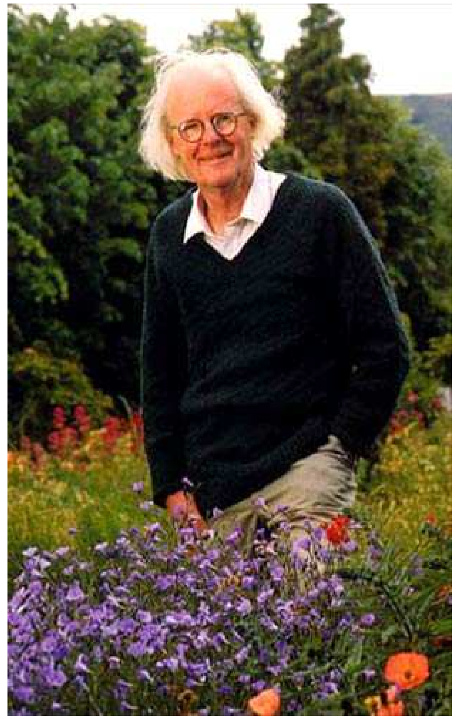
	kámen	nůžky	papír
kámen	0	1	-1
nůžky	-1	0	1
papír	1	-1	0

Příklady

	jestřáb	holubice
jestřáb	$\frac{1}{2}(V-D)$	V
holubice	0	$\frac{1}{2}V$

V … hodnota zdroje

D … náklady na boj



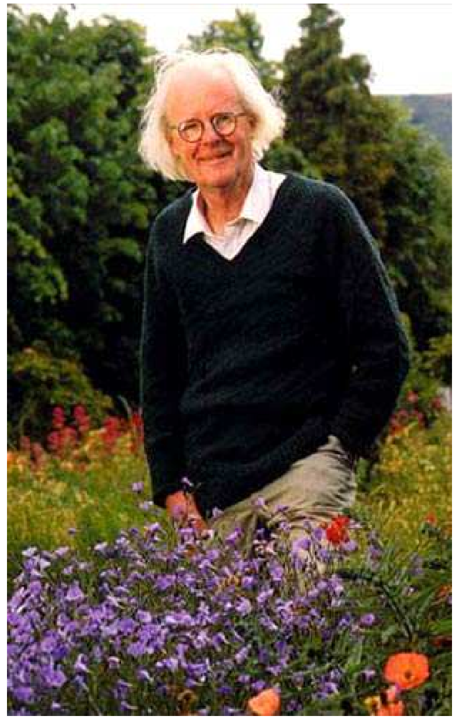
Příklady

	jestřáb	holubice
jestřáb	$\frac{1}{2}(V-D)$	V
holubice	0	$\frac{1}{2}V$

V … hodnota zdroje

D … náklady na boj

	jestřáb	holubice	měšťák
jestřáb	$\frac{1}{2}(V-D)$	V	$\frac{1}{4}(3V-D)$
holubice	0	$\frac{1}{2}V$	$\frac{1}{4}V$
měšťák	$\frac{1}{4}(V-D)$	$\frac{3}{4}V$	$\frac{1}{2}V$



Replikátor a Lotka-Volterra

Replikátor a Lotka-Volterra

$$\dot{x}_i = x_i \left((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T \mathsf{A}\boldsymbol{x} \right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Replikátor a Lotka-Volterra

$$\dot{x}_i = x_i \left((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T \mathsf{A}\boldsymbol{x} \right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Transformace: $y_i = \dfrac{x_i}{x_n}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1$

Označení: $r_i = a_{in} - a_{nn}$, $b_{ij} = a_{nj} - a_{ij}$

Replikátor a Lotka-Volterra

$$\dot{x}_i = x_i \left((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T \mathsf{A}\boldsymbol{x} \right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Transformace: $y_i = \dfrac{x_i}{x_n}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1$
Označení: $r_i = a_{in} - a_{nn}$, $b_{ij} = a_{nj} - a_{ij}$

$$\dot{y}_j = y_j \left(\boldsymbol{r} - \mathsf{B}\boldsymbol{y} \right), \quad j = 1, 2, \ldots, n-1$$

$$\boldsymbol{y} \in \operatorname{int} \mathbb{R}_+^{n-1}$$

Replikátor a Lotka-Volterra

$$\dot{x}_i = x_i \left((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T \mathsf{A}\boldsymbol{x} \right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Transformace: $y_i = \dfrac{x_i}{x_n}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1$

Označení: $r_i = a_{in} - a_{nn}$, $b_{ij} = a_{nj} - a_{ij}$

$$\dot{y}_j = y_j \left(\boldsymbol{r} - \mathsf{B}\boldsymbol{y} \right), \quad j = 1, 2, \ldots, n-1$$

$$\boldsymbol{y} \in \operatorname{int} \mathbb{R}_+^{n-1}$$

Inversní transformace: $x_i = \dfrac{y_i}{1 + \sum_j y_j}, \quad x_n = \dfrac{1}{1 + \sum_j y_j}$

Replikátor a Lotka-Volterra

$$\dot{x}_i = x_i \left((\mathsf{A}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T \mathsf{A}\boldsymbol{x} \right), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Transformace: $y_i = \dfrac{x_i}{x_n}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1$

Označení: $r_i = a_{in} - a_{nn}$, $b_{ij} = a_{nj} - a_{ij}$

$$\dot{y}_j = y_j \left(\boldsymbol{r} - \mathsf{B}\boldsymbol{y} \right), \quad j = 1, 2, \ldots, n-1$$

$$\boldsymbol{y} \in \operatorname{int} \mathbb{R}_+^{n-1}$$

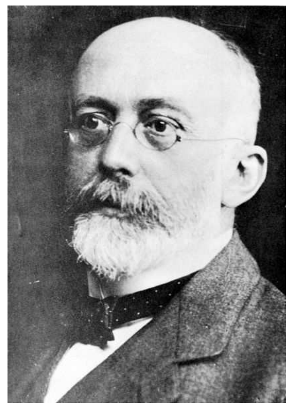
Inversní transformace: $x_i = \dfrac{y_i}{1 + \sum_j y_j}, \quad x_n = \dfrac{1}{1 + \sum_j y_j}$

Replikátor a Lotka-Volterra

Příklad: Kámen-nůžky-papír

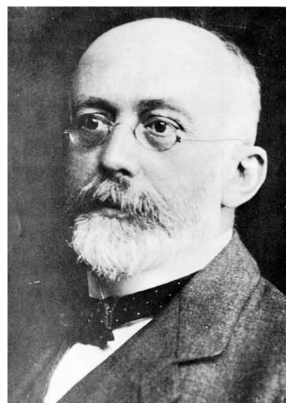
$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathsf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rovnice selekce



Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

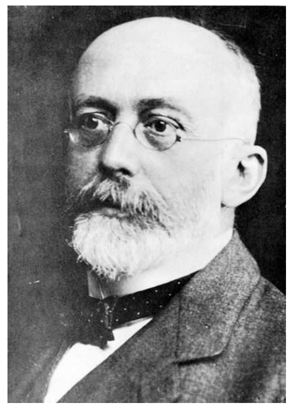


Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze



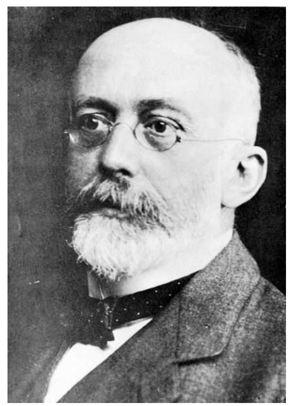


Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i



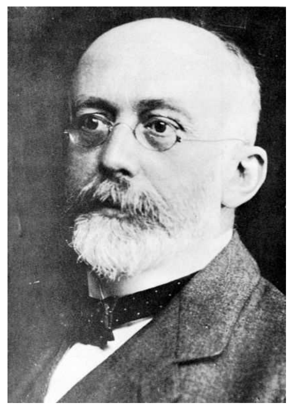
Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i

$N = N(t) \ \ \ldots$ celkový počet jedinců



Rovnice selekce

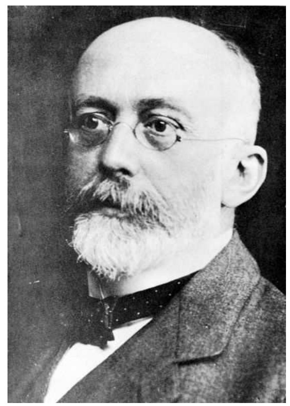
Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i

$N = N(t) \quad \ldots$ celkový počet jedinců

$x_i = \dfrac{N_i}{2N} \ldots$ relativní frekvence A_i



Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \dots, A_n$.

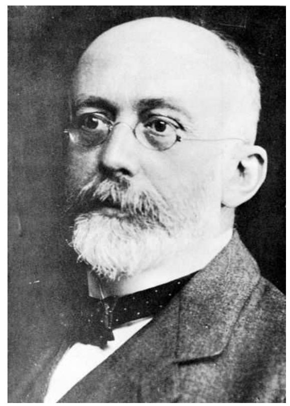
1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \dots$ počet allel A_i

$N = N(t) \dots$ celkový počet jedinců

$x_i = \dfrac{N_i}{2N} \dots$ relativní frekvence A_i

d_{ij} a $b_{ij} \dots$ úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)



Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i

$N = N(t) \ldots$ celkový počet jedinců

$$x_i = \frac{N_i}{2N} \ldots \text{ relativní frekvence } A_i$$

d_{ij} a b_{ij} $\ldots$ úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)

$$m_{ij} = b_{ij} - d_{ij}, \quad m_{ij} = m_{ji}$$

Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i

$N = N(t) \ \ldots$ celkový počet jedinců

$$x_i = \frac{N_i}{2N} \ldots \text{ relativní frekvence } A_i$$

d_{ij} a b_{ij} $\ldots$ úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)

$$m_{ij} = b_{ij} - d_{ij}, \quad m_{ij} = m_{ji}$$

Počet jedinců genotypu (A_i, A_j) je $N x_i x_j$

Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t)$ … počet allel A_i

$N = N(t)$ … celkový počet jedinců

$x_i = \dfrac{N_i}{2N}$ … relativní frekvence A_i

d_{ij} a b_{ij} … úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)

$$m_{ij} = b_{ij} - d_{ij}, \quad m_{ij} = m_{ji}$$

Počet jedinců genotypu (A_i, A_j) je Nx_ix_j

Allela A_i je v genotypech (A_i, A_j) a (A_j, A_i), $j = 1, 2, \ldots, n$

Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \ldots$ počet allel A_i

$N = N(t) \;\; \ldots$ celkový počet jedinců

$x_i = \dfrac{N_i}{2N} \ldots$ relativní frekvence A_i

d_{ij} a $b_{ij} \quad \ldots$ úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)

$$m_{ij} = b_{ij} - d_{ij}, \quad m_{ij} = m_{ji}$$

Počet jedinců genotypu (A_i, A_j) je Nx_ix_j

Allela A_i je v genotypech (A_i, A_j) a (A_j, A_i), $j = 1, 2, \ldots, n$

$$N_i(t + \Delta t) = N_i(t) + \sum_j m_{ij}(Nx_ix_j)\Delta t + \sum_j m_{ji}(Nx_ix_j)\Delta t$$

Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \dots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$N_i = N_i(t) \dots$ počet allel A_i

$N = N(t)$ $\dots$ celkový počet jedinců

$$x_i = \frac{N_i}{2N} \dots \text{ relativní frekvence } A_i$$

d_{ij} a b_{ij} $\dots$ úmrtnost a porodnost jedinců genotypu (A_i, A_j)

$$m_{ij} = b_{ij} - d_{ij}, \quad m_{ij} = m_{ji}$$

Počet jedinců genotypu (A_i, A_j) je Nx_ix_j

Allela A_i je v genotypech (A_i, A_j) a (A_j, A_i), $j = 1, 2, \dots, n$

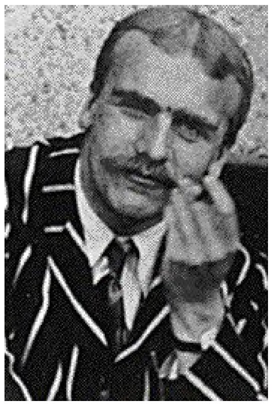
$$\dot{N}_i = \frac{N_i}{2N} \sum_j m_{ij} N_n, \quad \dot{N} = \tfrac{1}{2} \sum_i \dot{N}_i, \quad \dot{x}_i = x_i \left(\sum_i m_{ij} x_j - \sum_{ij} x_i m_{ij} x_j \right)$$

Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

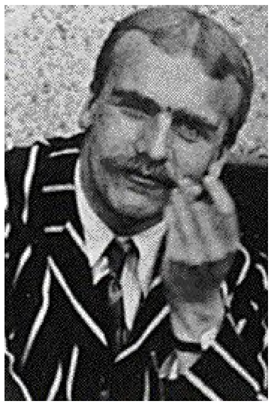


Rovnice selekce

Diploidní organismy, jeden lokus, allely $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$
$$\boldsymbol{x} \in S_n, \qquad \mathsf{M} = \mathsf{M}^T$$

Potenciál rovnice selekce

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}^n_0 = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}^n_0 = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}_0^n = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x},$ $\quad\dfrac{\partial V}{\partial x_i}(\boldsymbol{x}) = (\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i$

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}^n_0 = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}$, $\qquad \dfrac{\partial V}{\partial x_i}(\boldsymbol{x}) = (\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i$

Pro $\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$ a $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^n_0$ je

$$\langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi} \rangle_{\boldsymbol{x}} = \sum_i \frac{1}{x_i} x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big)\xi_i = \sum_i (\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i \xi_i - 2V \sum_i \xi_i =$$

$$= \sum_i \frac{\partial V}{\partial x_i}(\boldsymbol{x})\xi_i = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$$

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}_0^n = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n,\ \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}_0^n : \quad \langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi} \rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}} V(\boldsymbol{\xi})$

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}_0^n = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n,\ \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}_0^n : \quad \langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}\rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$

$\dot{\boldsymbol{x}}$ je G gradient potenciálu V

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}_0^n = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = \big(g_{ij}(\boldsymbol{x})\big) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n,\ \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}_0^n : \quad \langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}\rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$

$\dot{\boldsymbol{x}}$ je G gradient potenciálu V

G Shahshahaniho metrika

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$\mathbb{R}_0^n = \{\boldsymbol{\xi} : \sum \xi_i = 0\}$ tečný prostor k int S_n

$\mathsf{G}(\boldsymbol{x}) = (g_{ij}(\boldsymbol{x})) = \left(\dfrac{\delta_{ij}}{x_i}\right)$ metrika na int S_n

$V(\boldsymbol{x}) := \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n,\ \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}_0^n : \quad \langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}\rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$

$\dot{\boldsymbol{x}}$ je G gradient potenciálu V

G Shahshahaniho metrika

Potenciál rovnice selekce

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$$V(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}, \quad \langle\dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}\rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$$

Potenciál rovnice selekce

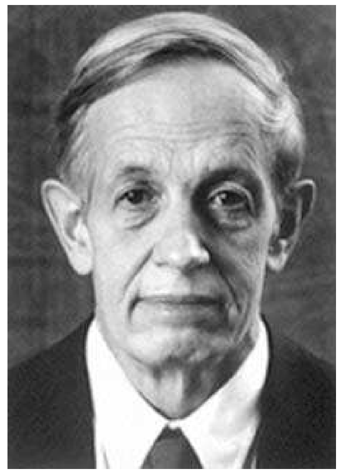
$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{M}\boldsymbol{x})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\boldsymbol{x} \in \operatorname{int} S_n$$

$$V(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\mathsf{M}\boldsymbol{x}, \quad \langle \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi} \rangle_{\boldsymbol{x}} = D_{\boldsymbol{x}}V(\boldsymbol{\xi})$$

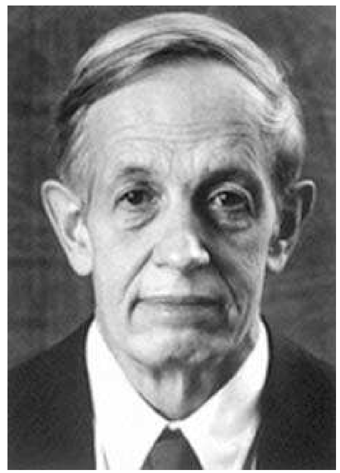
1. populace velká, generace neoddělené, smrt a narození se objevují celkem pravidelně
2. allely jsou v Hardyho-Weinbergově rovnováze
3. $m_{ij} = const$

Bimaticová hra



Bimaticová hra

Každý z hráčů má jiné strategie; první jich má n, druhý m.

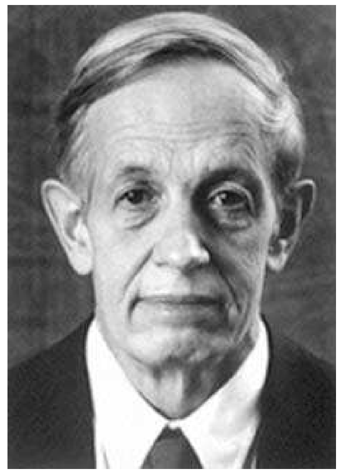


Bimaticová hra

Každý z hráčů má jiné strategie; první jich má n, druhý m.

$\boldsymbol{x} \in S_n \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií prvním hráčem

$\boldsymbol{y} \in S_m \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií druhým hráčem



Bimaticová hra

Každý z hráčů má jiné strategie; první jich má n, druhý m.

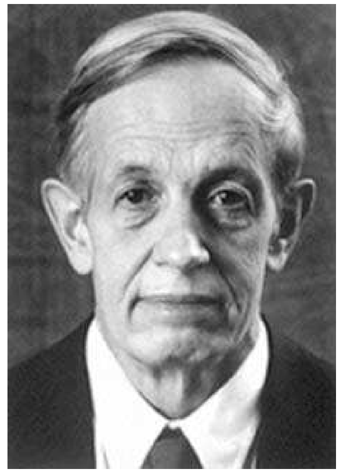
$\boldsymbol{x} \in S_n \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií prvním hráčem

$\boldsymbol{y} \in S_m \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií druhým hráčem

Pokud první hráč použije svou i-tou strategii a druhý svou j-tou:

$a_{ij} \ldots$ výhra prvního hráče

$b_{ji} \ldots$ výhra druhého hráče



Bimaticová hra

Každý z hráčů má jiné strategie; první jich má n, druhý m.

$\boldsymbol{x} \in S_n \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií prvním hráčem

$\boldsymbol{y} \in S_m \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií druhým hráčem

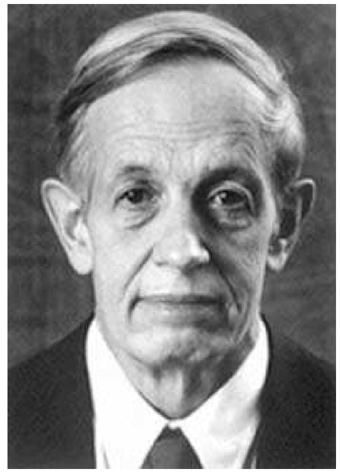
Pokud první hráč použije svou i-tou strategii a druhý svou j-tou:

$a_{ij} \ldots$ výhra prvního hráče

$b_{ji} \ldots$ výhra druhého hráče

$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{y} \ldots$ střední výhra prvního hráče

$\boldsymbol{y}^T \mathsf{B} \boldsymbol{x} \ldots$ střední výhra druhého hráče



Bimaticová hra

Každý z hráčů má jiné strategie; první jich má n, druhý m.

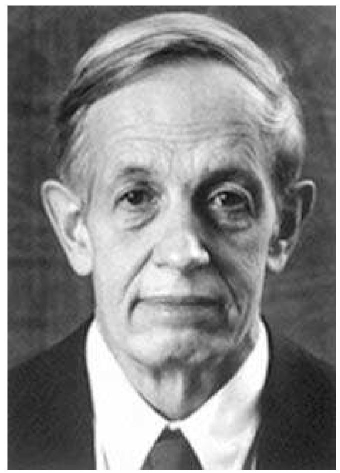
$\boldsymbol{x} \in S_n \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií prvním hráčem

$\boldsymbol{y} \in S_m \ldots$ pravděpodobnosti používání strategií druhým hráčem

Pokud první hráč použije svou i-tou strategii a druhý svou j-tou:

$a_{ij} \ldots$ výhra prvního hráče

$b_{ji} \ldots$ výhra druhého hráče



$\boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \boldsymbol{y} \ldots$ střední výhra prvního hráče

$\boldsymbol{y}^T \mathsf{B} \boldsymbol{x} \ldots$ střední výhra druhého hráče

$(\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{y}}) \in S_n \times S_m$ je Nashova rovnováha:

$$(\forall (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in S_n \times S_n) \;\; \boldsymbol{x}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{y}} \leq \hat{\boldsymbol{x}}^T \mathsf{A} \hat{\boldsymbol{y}}, \;\; \boldsymbol{y}^T \mathsf{B} \hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{\boldsymbol{y}}^T \mathsf{B} \hat{\boldsymbol{x}}$$

Bimaticová hra

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{y})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{y}\big) \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\dot{y}_j = y_j\big((\mathsf{B}\boldsymbol{x})_j - \boldsymbol{y}^T\mathsf{B}\boldsymbol{x}\big) \qquad j = 1, 2, \ldots, m$$

Bimaticová hra

$$\dot{x}_i = x_i\big((\mathsf{A}\boldsymbol{y})_i - \boldsymbol{x}^T\mathsf{A}\boldsymbol{y}\big) \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$
$$\dot{y}_j = y_j\big((\mathsf{B}\boldsymbol{x})_j - \boldsymbol{y}^T\mathsf{B}\boldsymbol{x}\big) \qquad j = 1, 2, \ldots, m$$

Pokud $n = m$ a existují $c, c_{ij}, c_j, d_i \in \mathbb{R}$ takové, že

$$a_{ij} = c_{ij} + c_j, \quad b_{ji} = cc_{ij} + d_i$$

a $(\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{y}}) \in S_n \times S_m$ je Nashova rovnováha bimaticové hry (A, B), pak funkce

$$H(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = c\sum_i \hat{x}_i \log x_i - \sum_j \hat{y}_j \log y_j$$

je invariantem (prvním integrálem) systému.

Příklad: válka pohlaví

samice / **samec**

		zdrženlivá	nevázaná
samec	věrný	$G - \frac{1}{2}C - E$ (samice); $G - \frac{1}{2}C - E$ (samec)	$G - \frac{1}{2}C$ (samice); $G - \frac{1}{2}C$ (samec)
	záletník	0 (samice); 0 (samec)	$G - C$ (samice); G (samec)

G … hodnota potomka

C … rodičovské investice

E … náklady na námluvy

$0 < E < G < C < 2(G - E)$

Příklad: válka pohlaví

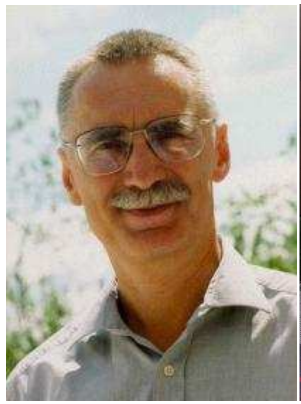
		samice	
		zdrženlivá	nevázaná
samec	věrný	$G - \frac{1}{2}C - E$; $G - \frac{1}{2}C - E$	$G - \frac{1}{2}C$; $G - \frac{1}{2}C$
	záletník	0; 0	$G - C$; G

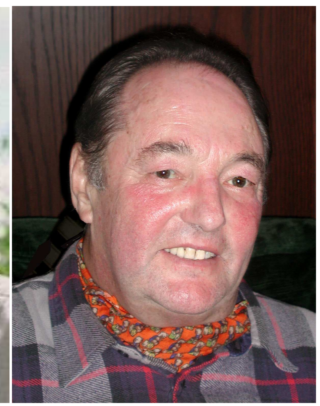
G … hodnota potomka

C … rodičovské investice

E … náklady na námluvy

$0 < E < G < C < 2(G - E)$





A co Bůh?

A co Bůh?

A co Bůh?

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		
	nevěří		

A co Bůh?

		Bůh	
		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		
	nevěří		

Preference:

A co Bůh?

Bůh

	zjevuje se	je skrytý
člověk věří		
člověk nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří		4
	nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří		

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří		2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3	4
	nevěří	1	2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4
	nevěří	1	2

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4
	nevěří	1	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4 2
	nevěří	1	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

A co Bůh?

Bůh

		zjevuje se	je skrytý
člověk	věří	3 4	4 2
	nevěří	1 1	2 3

Preference:

	Bůh	člověk
1	aby člověk věřil	vědět
2	zůstat skrytý	věřit

Děkuji za pozornost