Dokazuje matematika existenci Boha?

Zdeněk Pospíšil

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta
Ústav matematiky a statistiky

Křesťanský sbor Brno

Úvod

Vznik matematiky

Velký zlom 600 B.C.

Mythologie nefungují

Velký zlom 600 B.C.

Mythologie nefungují

Egypt
Zadržet minulost

Velký zlom 600 B.C.

Mythologie nefungují

Egypt
Zadržet minulost

Izrael
Velcí proroci: to důležité přichází z budoucnosti

Velký zlom 600 B.C.

Mythologie nefungují

Egypt
Zadržet minulost

Izrael
Velcí proroci: to důležité přichází z budoucnosti

Persie
Zarathustra: v současnosti probíhá boj dobra se zlem

Velký zlom 600 B.C.

Mythologie nefungují

Egypt
Zadržet minulost

Izrael
Velcí proroci: to důležité přichází z budoucnosti

Persie
Zarathustra: v současnosti probíhá boj dobra se zlem

Dálný východ
Buddha: vše je jen představa

Pýthagorás

Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se nesháněji ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

Pýthagorás

Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se neshánějí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

Pýthagorás

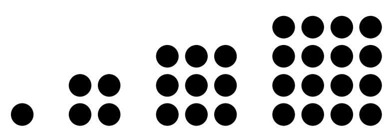
Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se neshánějí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

Pýthagorás

Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se neshánějí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

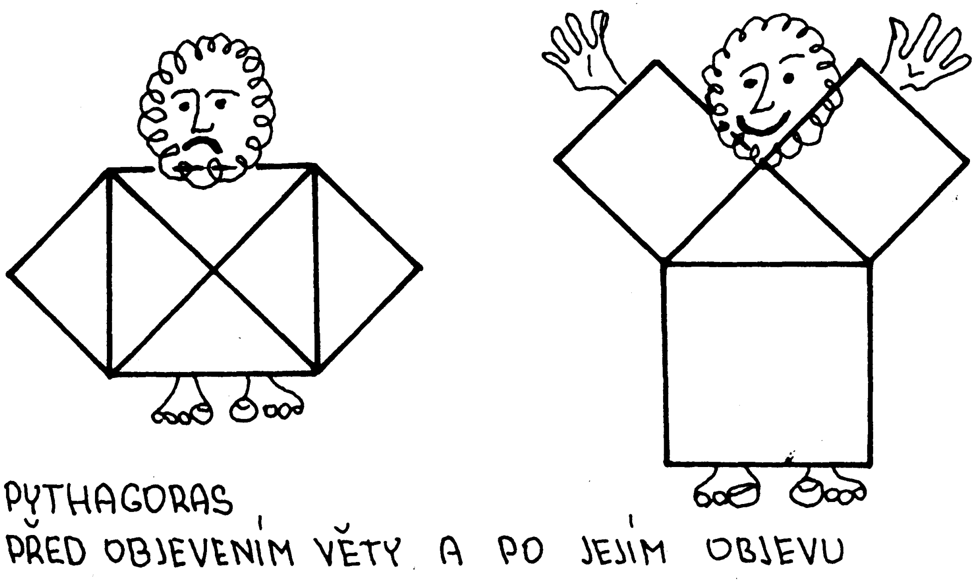


Pýthagorás

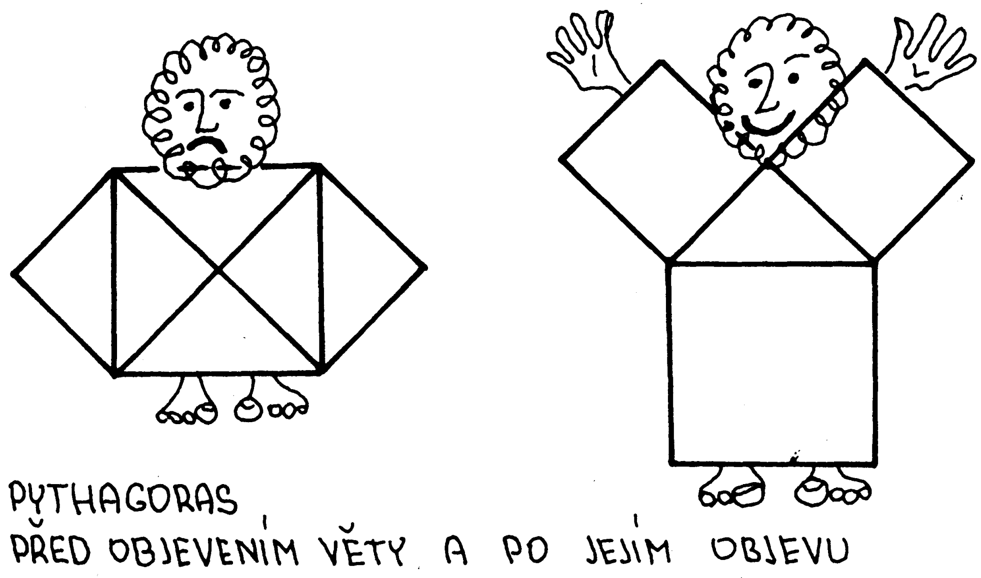
Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se nesháněji ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

Pýthagorás



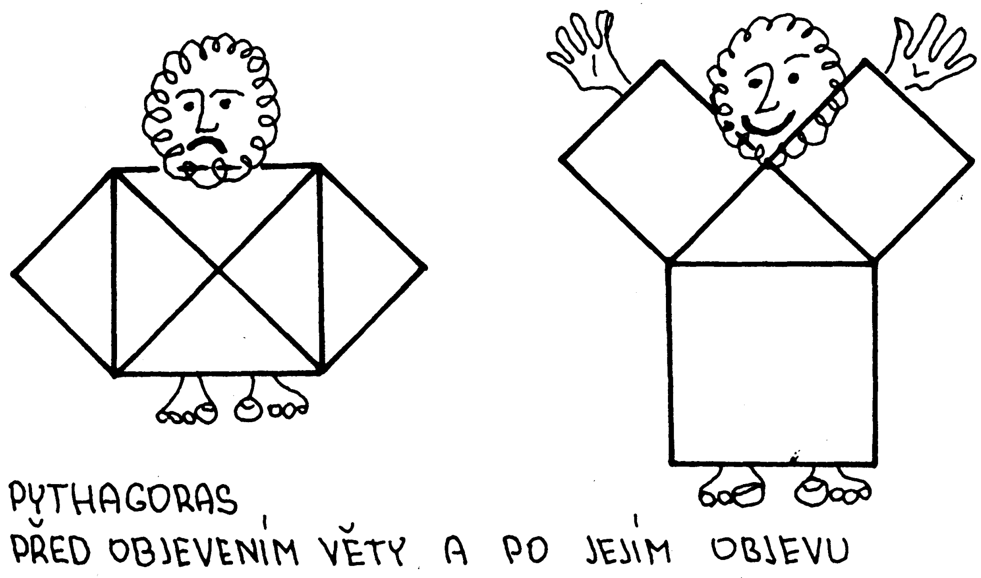
Pýthagorás

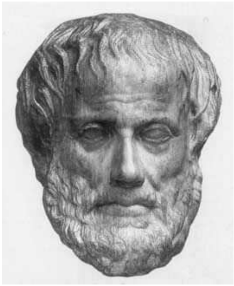


Základem jsoucna je $\alpha\varrho\iota\vartheta\mu o\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

Co je nejmoudřejší? – Číslo a potom ten, kdo dal věcem jména. ... Co je nejkrásnější? – Harmonie. Co je nejmocnější? – Myšlenka. ... číslu se podobá všechno.
Číslo vládne vesmíru. Číslo je uvnitř všech věcí.

Pýthagorás





Aristoteles: A ježto viděli [pythagorejci] v číslech stavy a poměry harmonií a ježto se jim zdálo, že se i vše ostatní podobá celou svou přirozeností číslům a že čísla jsou první z celé přírody, usoudili, že prvky čísel jsou též prvky všech věcí a že celý vesmír je harmonií a číslem.

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál středního rodu)

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál středního rodu)

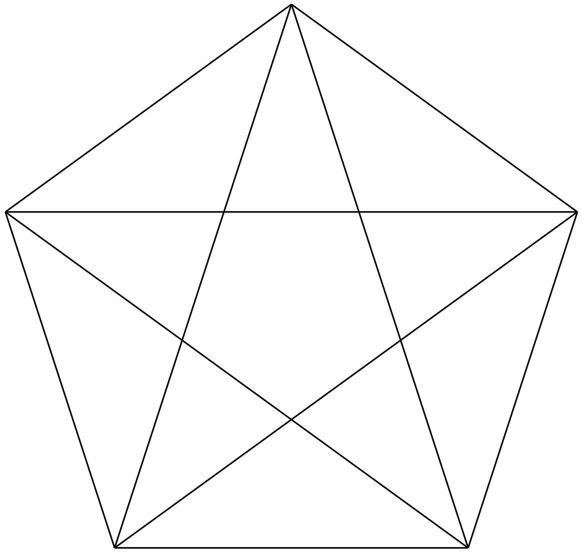
Vlivem pythagorejských učedníků ($\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\iota$) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly.

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

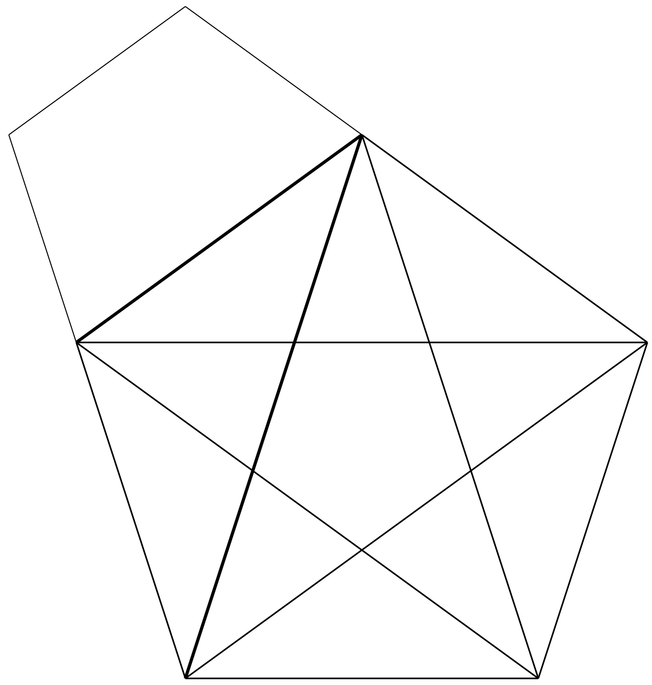
$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco mezi $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál středního rodu)

Vlivem pythagorejských učedníků ($\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\iota$) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly a geometrickými objekty.

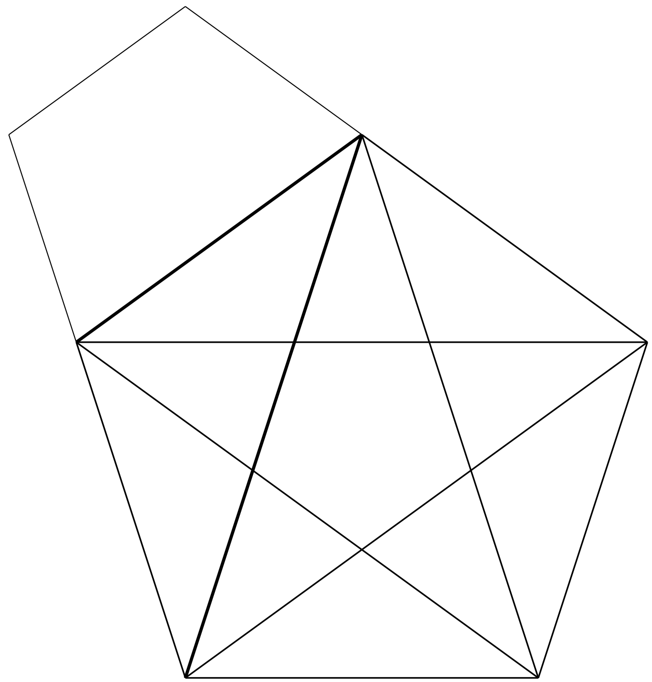
Krize a její překonání



Krize a její překonání



Krize a její překonání



Geometrie je vědění o věčně existujícím.

Euklidés

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

- Základní pojmy (výměry)

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

- Základní pojmy (výměry)

  Prvotní (primitivní)
  Složené

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

- Základní pojmy (výměry)

  Prvotní (primitivní)
  Složené

- Axiomy (zásady)

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

- Základní pojmy (výměry)

  Prvotní (primitivní)
  Složené

- Axiomy (zásady)
- Postuláty (úlohy prvotné)

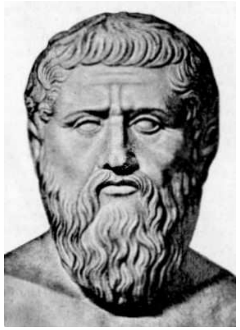
Euklidés

Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, Elementa)

- Základní pojmy (výměry)

  Prvotní (primitivní)
  Složené

- Axiomy (zásady)
- Postuláty (úlohy prvotné)



Platón: . . . máme uvažovat, jaké asi je to, o čem ještě nevíme, co to jest. Nuže uvolni mi aspoň něco málo svou vládu a dovol mi to zkoumat s užitím předpokladu. . . Slovy „s užitím předpokladu“ rozumím zkoumati tak, jak to často dělají geometrové.

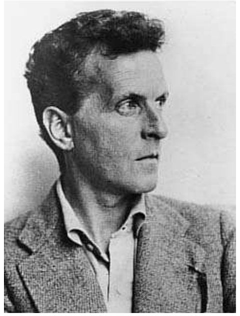
Vztah k otázce

Vztah k otázce

Paul Tillich: Bůh je hlubina skutečnosti; kdo ví o hlubině, ví o Bohu, byť pro tuto hlubinu užívá jiné jméno.
Hlubina není v tomto případě opakem výšiny, nýbrž protikladem mělkosti a povrchnosti.

Vztah k otázce

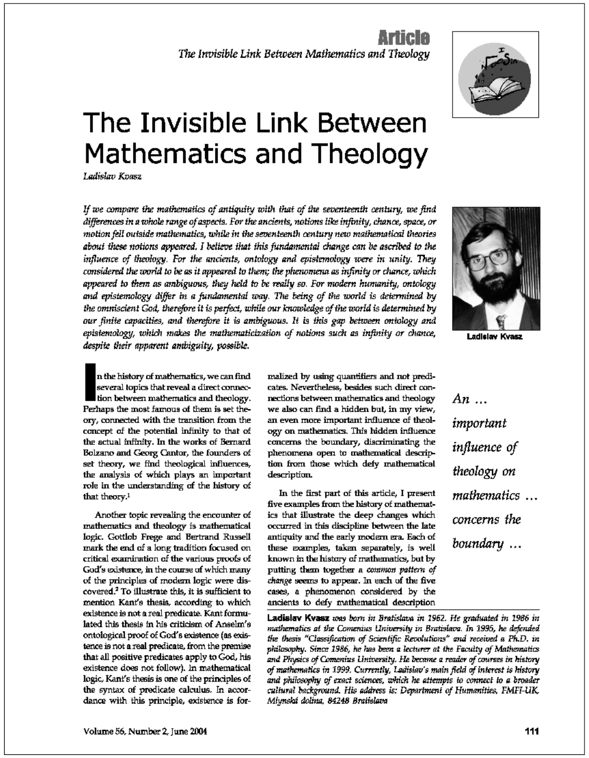
Paul Tillich: Bůh je hlubina skutečnosti; kdo ví o hlubině, ví o Bohu, byť pro tuto hlubinu užívá jiné jméno.
Hlubina není v tomto případě opakem výšiny, nýbrž protikladem mělkosti a povrchnosti.



Ludwig Wittgenstein: Žádné náboženské vyznání nehřešilo zneužíváním metafyzických výrazů tolik jako matematika.

Vytváření novověké matematiky

Novověká matematika



Article
The Invisible Link Between Mathematics and Theology

The Invisible Link Between Mathematics and Theology

Ladislav Kvasz

If we compare the mathematics of antiquity with that of the seventeenth century, we find differences in a whole range of aspects. For the ancients, notions like infinity, chance, space, or motion fell outside mathematics, while in the seventeenth century new mathematical theories about these notions appeared. I believe that this fundamental change can be ascribed to the influence of theology. For the ancients, ontology and epistemology were in unity. They considered the world to be as it appeared to them; the phenomena as infinity or chance, which appeared to them as ambiguous, they held to be really so. For modern humanity, ontology and epistemology differ in a fundamental way. The being of the world is determined by the omniscient God, therefore it is perfect, while our knowledge of the world is determined by our finite capacities, and therefore it is ambiguous. It is this gap between ontology and epistemology, which makes the mathematicization of notions such as infinity or chance, despite their apparent ambiguity, possible.

Ladislav Kvasz

In the history of mathematics, we can find several topics that reveal a direct connection between mathematics and theology. Perhaps the most famous of them is set theory, connected with the transition from the concept of the potential infinity to that of the actual infinity. In the works of Bernard Bolzano and Georg Cantor, the founders of set theory, we find theological influences, the analysis of which plays an important role in the understanding of the history of that theory.[1]

Another topic revealing the encounter of mathematics and theology is mathematical logic. Gottlob Frege and Bertrand Russell mark the end of a long tradition focused on critical examination of the various proofs of God's existence, in the course of which many of the principles of modern logic were discovered.[2] To illustrate this, it is sufficient to mention Kant's thesis, according to which existence is not a real predicate. Kant formulated this thesis in his criticism of Anselm's ontological proof of God's existence (as existence is not a real predicate, from the premise that all positive predicates apply to God, his existence does not follow). In mathematical logic, Kant's thesis is one of the principles of the syntax of predicate calculus. In accordance with this principle, existence is formalized by using quantifiers and not predicates. Nevertheless, besides such direct connections between mathematics and theology we also can find a hidden but, in my view, an even more important influence of theology on mathematics. This hidden influence concerns the boundary, discriminating the phenomena open to mathematical description from those which defy mathematical description.

In the first part of this article, I present five examples from the history of mathematics that illustrate the deep changes which occurred in this discipline between the late antiquity and the early modern era. Each of these examples, taken separately, is well known in the history of mathematics, but by putting them together a *common pattern of change* seems to appear. In each of the five cases, a phenomenon considered by the ancients to defy mathematical description

An … important influence of theology on mathematics … concerns the boundary …

Ladislav Kvasz *was born in Bratislava in 1962. He graduated in 1986 in mathematics at the Comenius University in Bratislava. In 1995, he defended the thesis "Classification of Scientific Revolutions" and received a Ph.D. in philosophy. Since 1986, he has been a lecturer at the Faculty of Mathematics and Physics of Comenius University. He became a reader of courses in history of mathematics in 1999. Currently, Ladislav's main field of interest is history and philosophy of exact sciences, which he attempts to connect to a broader cultural background. His address is: Department of Humanities, FMFI-UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava*

Volume 56, Number 2, June 2004 111

Ladislav Kvasz: Matematika 16. a 17. století nebyla pouhým obnovením antické tradice. Lišila se od ní v celé řadě aspektů, které mohou – podle mého názoru – být připsány vlivu monotheistické theologie na matematiku.

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)

Pravděpodobnost a statistika

Logika a teorie množin

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)
neznámá

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)

Pravděpodobnost a statistika

Logika a teorie množin

Abú ‘Abdalláh Muhammad ibn Músá al-Chwárizmí (790–840)

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)

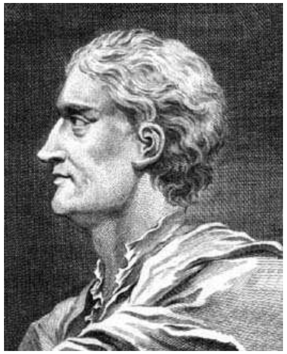
neznámá

prostor

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)

Pravděpodobnost a statistika

Logika a teorie množin



Isaac Newton (1643–1727)

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)
- neznámá
- prostor

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)
- pohyb, infinitesimál (nekonečně malá veličina, ε, δ)

Pravděpodobnost a statistika

Logika a teorie množin

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716)

Isaac Newton (1643–1727)

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)
- neznámá
- prostor

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)
- pohyb, infinitesimál (nekonečně malá veličina, ε, δ)

Pravděpodobnost a statistika
- náhoda

Logika a teorie množin

Blaise Pascal (1623–1662)

Obsah kursů matematiky

Lineární algebra (algebra a geometrie)
- neznámá
- prostor

Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)
- pohyb, infinitesimál (nekonečně malá veličina, ε, δ)

Pravděpodobnost a statistika
- náhoda

Logika a teorie množin
- nekonečno

Bernard Bolzano (1781–1848)

Obsah kursů matematiky

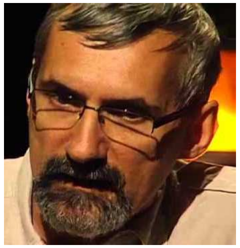
- Lineární algebra (algebra a geometrie)
  - neznámá
  - prostor
- Matematická analýza (diferenciální a integrální počet)
  - pohyb, infinitesimál (nekonečně malá veličina, ε, δ)
- Pravděpodobnost a statistika
  - náhoda
- Logika a teorie množin
  - nekonečno

Bůh v matematice?

Aurelius Augustin: Bůh je naprosto všude; proto mysl žije v něm a pohybuje se v něm a má v něm své bytí. . . Pamatuje si ho tím že se obrací k Pánu jako ke světlu, které ji určitým způsobem zasáhlo, i když od něj byla odvrácena.

Bůh v matematice?

Aurelius Augustin: Bůh je naprosto všude; proto mysl žije v něm a pohybuje se v něm a má v něm své bytí. . . Pamatuje si ho tím že se obrací k Pánu jako ke světlu, které ji určitým způsobem zasáhlo, i když od něj byla odvrácena.



Ladislav Kvasz: Staří chápali ontologii v jednotě s epistemologií. Svět je takový, jak se jeví; proto například nekonečno nebo náhoda, které se jim jevily jako nejasné, za nejasné považovali. Pro moderního člověka se však ontologie a epistemologie podstatně liší. Bytí světa je určeno všemocným Bohem, proto je svět dokonalý. Naproti tomu naše vnímání je určeno našimi omezenými schopnostmi, a proto je nejasné. A právě toto rozštěpení ontologie a epistemologie umožnilo matematizaci takových pojmů jako nekonečno, pohyb, proměnná, náhoda; navzdory tomu, že se jeví jako nejasné.

Bůh v matematice?

Petr Vopěnka: Novověká věda čerpá z tolika předpojatostí zděděných ze scholastiky, že je schopna zpětně dokázat, že je nutné, aby byl Bůh. Nejde pochopitelně o nějakého novodobě vykládaného Boha, ale o takového, jenž odpovídá poměrně jednoduchým středověkým představám. Avšak právě vědecký důkaz nutnosti takového Boha – úvahami sice nepřesvědčivými, avšak obvyklými v novověké matematice a logice – dosvědčuje, o jaké předpojatosti se novověká věda opírá, i když si toho není vědoma.

Kurt Gödel a důkaz $\Box(\exists x)G(x)$

Kurt Gödel

1906	28. dubna narozen v Brně (Pekařská 5)
1912–1916	Evangelická základní škola v Brně (s německou řečí)
1916–1924	Reálné gymnázium v Brně (s německou řečí)
1924	Vstupuje na univerzitu ve Vídni
1927	Seznamuje se s Adelou Nimburskou, roz. Porketovou
1929	Vzdává se československého občanství, nabývá občanství rakouského 24. října obhajuje disertaci Über die Vollständigkeit des Logikkalkulus.
1929–1939	Zásadní výsledky na poli matematické logiky
1931	Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, **38**, 137–198.
1933	11. března habilitován na Vídeňské univerzitě
1938	20. září svatba s Adelou Nimburskou ve Vídni
1940	V lednu až březnu cesta manželů Gödelových do USA (přes Sibiř, Yokohamu a San Francisco do Princetonu)
1947	What is Cantor's continuum problem? *American Mathematical Monthly*, **54**, 515–525.
1948	Získává americké občanství
1949	An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. *Review of Modern Physics*, **21**, 447-450.
1958	Uber eine bischer noch nicht benütze Erweiterung des finiten Standpunktes. *Dialectica*, **12**, 280–287. (Poslední publikovaná práce)
1978	14. ledna umírá v Princetonu
1992	9. dubna založena *Společnost Kurta Gödela* v Brně
1996	25.–29. srpna mezinárodní konference *Logical Foundations of Mathematics, computer Science and Physics – Kurt Gödel Legacy* v Brně
2008	12.–13. září symposium *Otázky popularizace díla Kurta Gödela* v Brně

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.

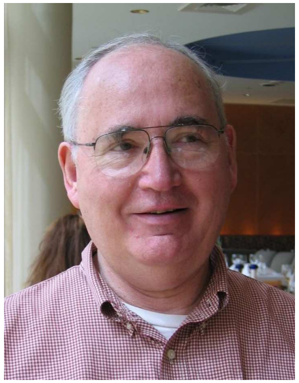
Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

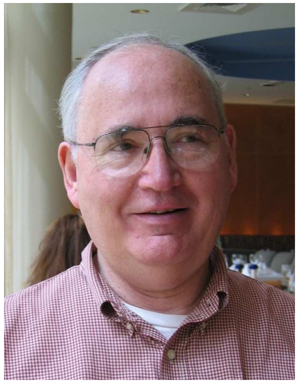
1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.



Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.

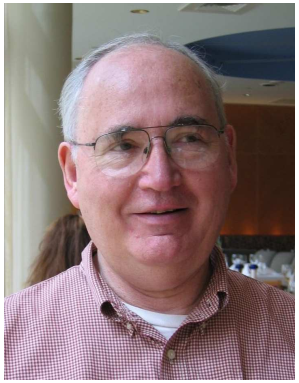


1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.

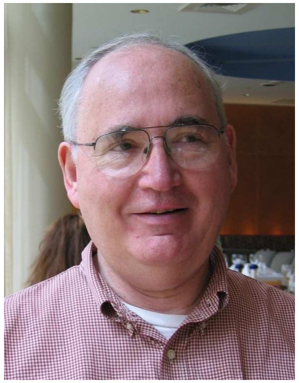


1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

1990 Gödelův důkaz publikován (Collected works III, včetně textů souvisejících a první varianty důkazu).

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

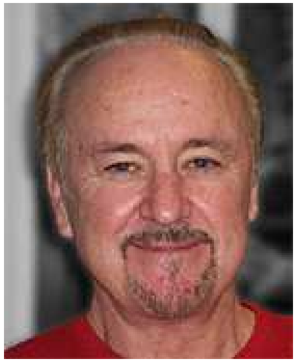
1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit



1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.

1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

1990 Gödelův důkaz publikován (Collected works III, včetně textů souvisejících a první varianty důkazu).



1990 C. Anthony Anderson důkaz modifikoval.

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Své stanovisko charakterizoval jako spíše theistické než deistické, bližší Leibnizovi než Spinozovi.

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Své stanovisko charakterizoval jako spíše theistické než deistické, bližší Leibnizovi než Spinozovi.

Samozřejmě zdaleka nejsme schopni vědecky potvrdit theologický obraz světa. Ale bylo by možné, věřím, pochopit čistým rozumem (bez odvolávání se na víru v jakékoliv náboženství), že theologický pohled na svět je zcela slučitelný se všemi dostupnými daty. To se již před 250 lety pokusil udělat proslulý filosof a matematik Leibniz a o totéž jsem se pokoušel já. (Dopis matce)

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

Feb 10, 1970

Ontologischer Bewis

$P(\phi)$	ϕ is positive	$(e\ \phi \epsilon P)$	
Ax 1	$P(\Phi) \cdot P(\psi) \supset P(\Phi \cdot \psi)$[a]	Ax 2 $\quad P(\Phi) v^b P(\sim \Phi)$	
Df 1	$G(x) \equiv (\Phi)[P(\Phi \supset \Phi(x)]$	(God)	
Df 2	$\Phi Ess.x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\Phi(y) \supset \psi(y)]]$		(Essence of x)[c]
	$p \supset_N q = N(p \supset q)$	Necessity	
Ax 2	$P(\Phi) \supset NP(\Phi)$		because it follows from
	$\sim P(\Phi) \supset N\sim P(\Phi)$		the nature of the property
Th.	$G(x) \supset G\ Ess.\ x$		
Df	$E(x) \equiv (\Phi)[\Phi Ess.x \supset N(\exists x)\Phi(x)$		Necessary Existence
Ax3	$P(E)$		
Th	$G(x) \supset N(\exists y)G(y)$		
	hence $(\exists x)G(x) \supset N(\exists y)G(y)$		
	"$M(\exists x)G(x) \supset MN(\exists y)G(y)$	M = possibility	
	"$\supset N(\exists y)G(y)$		

---

[a] and for any number of summand

[b] exclusive or

[c] any two essences of x are nec. equivalent [It is not clear from my copy exactly where this footnote belongs.

J. H. S.]

Analýza důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Analýza důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Důkaz výroku Φ: Důkaz, jehož posledním členem je Φ.

Analýza důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Důkaz výroku Φ: Důkaz, jehož posledním členem je Φ.

Důkaz výroku Φ sporem: Důkaz, jehož prvním členem je výrok $\neg\Phi$ a v němž se vyskytují výroky Θ a $\neg\Theta$.

Axiomy:

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta)\big) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Phi \rightarrow \Theta)\big)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta)\big) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Phi \rightarrow \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \neg\Psi) \rightarrow \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \rightarrow \Phi$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \to \Phi$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi$, $\qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \to \Phi$

(m3) $\Diamond\Phi \to \Box\Diamond\Phi$

Analýza důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi$, $\qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \to \Phi$

(m3) $\Diamond\Phi \to \Box\Diamond\Phi$

(m4) $\neg\Box\Phi \equiv \Diamond\neg\Phi$, $\qquad \neg\Diamond\Phi \equiv \Box\neg\Phi$

Analýza důkazu

Odvozovací pravidla:

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi, \Phi \mid \Psi.$

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \rightarrow \Psi,\ \Phi \mid \Psi.$
2. $\Phi \ \& \ \Psi \mid \Phi. \qquad \Phi \ \& \ \Psi \mid \Psi. \qquad \Phi,\ \Psi \mid \Phi \ \& \ \Psi.$

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi.$
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi. \qquad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi. \qquad \Phi,\ \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi.$
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi, \Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi \;\&\; \Psi \mid \Phi$. $\quad \Phi \;\&\; \Psi \mid \Psi$. $\quad \Phi, \Psi \mid \Phi \;\&\; \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \rightarrow \Psi$, $\Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi$. $\quad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi$. $\quad \Phi, \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.

Analýza důkazu

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi.$
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi.\qquad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi.\qquad \Phi,\ \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi.$
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.
6. $\Phi \mid \forall(\xi)\Phi.$

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi.$
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi.$ $\qquad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi.$ $\qquad \Phi,\ \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi.$
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.
6. $\Phi \mid \forall(\xi)\Phi.$
7. $\Phi \mid \Box\Phi.$

Gödelův systém

Gödelův systém

Abeceda:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát:

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$

Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$

Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.

Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} \ X(a) \ \ \& \ \ (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\; \& \;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x) X(x)\big)$

Postuláty:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \dots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \dots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$
$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$
$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} \ X(a) \ \ \& \ \ (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x) X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \ \ \& \ \ \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \rightarrow X(x)\big)$

$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \rightarrow \Box(\forall z)\big(X(z) \rightarrow Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \rightarrow \Box(\exists x) X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \;\;\&\;\; \Box(\forall x)\big(X(x) \rightarrow Y(x)\big)\Big) \rightarrow \mathcal{P}(Y)$

(A3) $\mathcal{P}(X) \rightarrow \Box\mathcal{P}(X)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} \ X(a) \ \ \& \ \ (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \ \ \& \ \ \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

(A3) $\mathcal{P}(X) \to \Box\mathcal{P}(X)$

(A4) $\mathcal{P}(G)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \;\;\&\;\; \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

(A3) $\mathcal{P}(X) \to \Box\mathcal{P}(X)$

(A4) $\mathcal{P}(G)$

(A5) $\mathcal{P}(N)$

Kroky důkazu:

T1 (Věta)	$\mathcal{P}(X) \rightarrow \Diamond(\exists x)X(x)$
C1 (Důsledek)	$\Diamond(\exists x)G(x)$
L1 (Lemma)	$G(x) \rightarrow (\forall X)\big(X(x) \rightarrow \mathcal{P}(X)\big)$
T2 (Věta)	$G(x) \;\rightarrow\; G\,\mathrm{Ess}\,x$
L6 (Lemma)	$G(x) \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$
C2 (Důsledek)	$\Box(\exists x)G(x)$

Kroky důkazu:

T1 (Věta)	$\mathcal{P}(X) \to \Diamond(\exists x)X(x)$
C1 (Důsledek)	$\Diamond(\exists x)G(x)$
L1 (Lemma)	$G(x) \to (\forall X)\big(X(x) \to \mathcal{P}(X)\big)$
T2 (Věta)	$G(x) \ \to \ G \operatorname{Ess} x$
L6 (Lemma)	$G(x) \to \Box(\exists x)G(x)$
C2 (Důsledek)	$\Box(\exists x)G(x)$

Podrobnosti ...

Gödelův systém

Kroky důkazu:

T1 (Věta)	$\mathcal{P}(X) \rightarrow \Diamond(\exists x)X(x)$
C1 (Důsledek)	$\Diamond(\exists x)G(x)$
L1 (Lemma)	$G(x) \rightarrow (\forall X)\big(X(x) \rightarrow \mathcal{P}(X)\big)$
T2 (Věta)	$G(x) \ \rightarrow\ G\,\mathrm{Ess}\,x$
L6 (Lemma)	$G(x) \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$
C2 (Důsledek)	$\Box(\exists x)G(x)$
C3 (Důsledek)	$(\forall x)(\forall y)\big(G(x)\ \ \&\ \ G(y)\big) \rightarrow x = y$

Důkaz ovšem využívá axiomy rovnosti predikátového počtu, které nebyly uvedeny

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (. . .) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (. . .) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (. . .) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (. . .) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

Pavol Zlatoš: . . . aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (...) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (...) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

Pavol Zlatoš: ...aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

Petr Vopěnka: ...nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Pavol Zlatoš: ...aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

Petr Vopěnka: ...nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

Petr Hájek: Náboženská víra nespočívá v přijetí nějakých axiomů, ale v přijetí způsobu života (které přichází za pozváním).

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Pavol Zlatoš: …aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

Petr Vopěnka: …nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

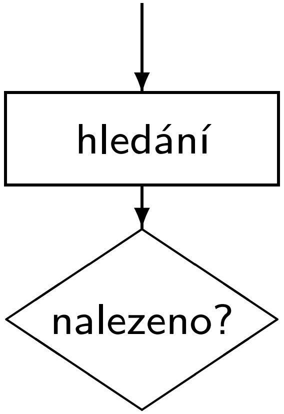
Petr Hájek: Náboženská víra nespočívá v přijetí nějakých axiomů, ale v přijetí způsobu života (které přichází za pozváním). Věřím, že Gödelův důkaz by si zasloužil podobný rozbor, jaký představil slavný protestantský theolog K. Barth pro důkaz Anselmův.

Závěr

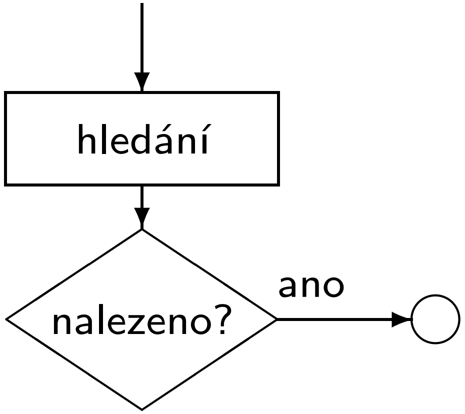
Hledání . . .

hledání

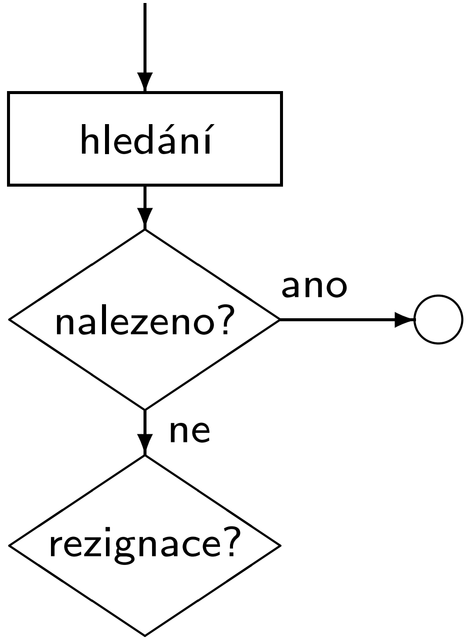
Hledání . . .



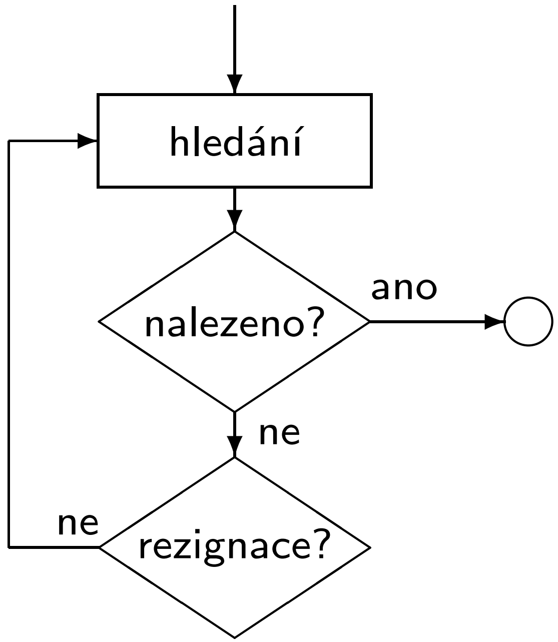
Hledání . . .



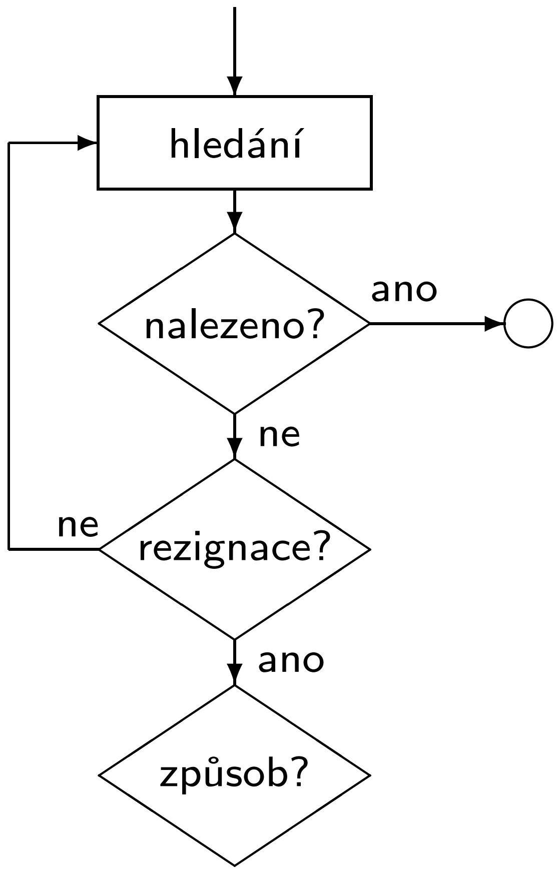
Hledání . . .



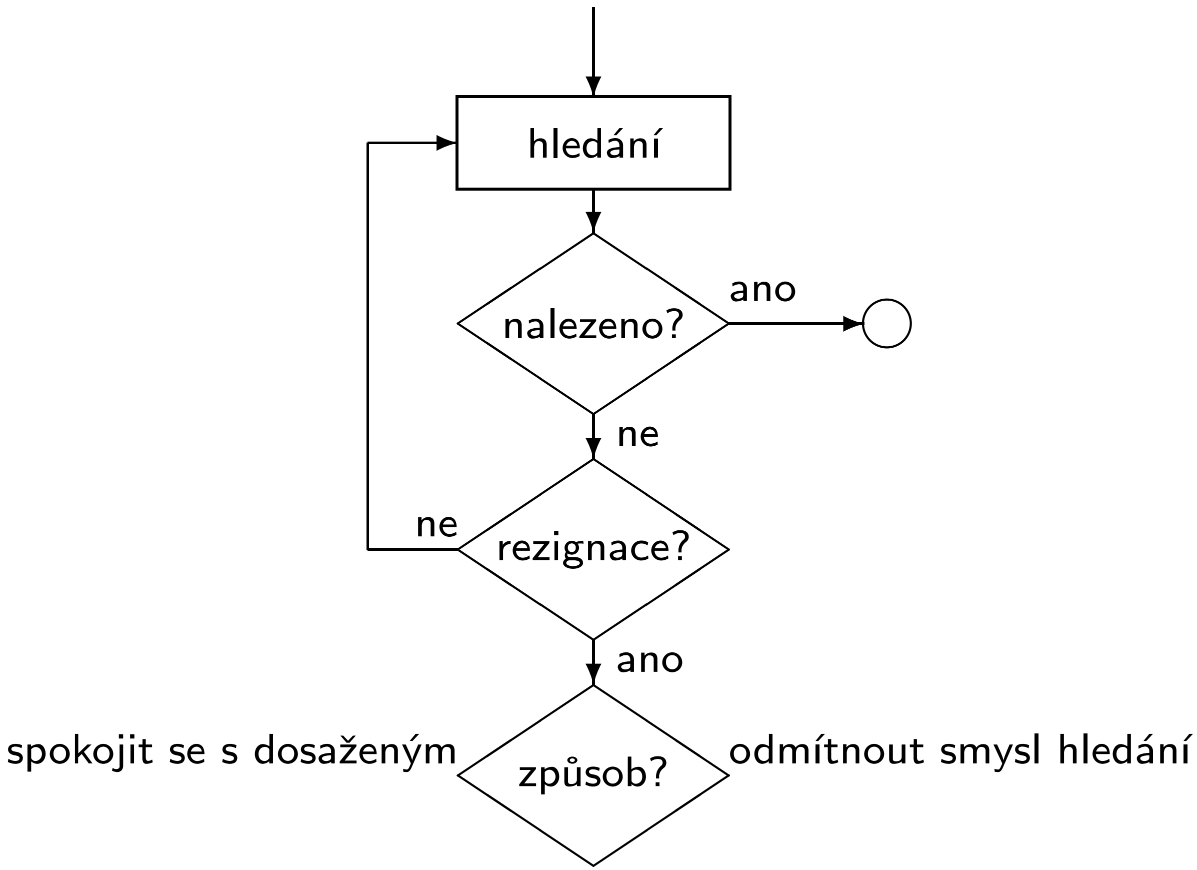
Hledání . . .



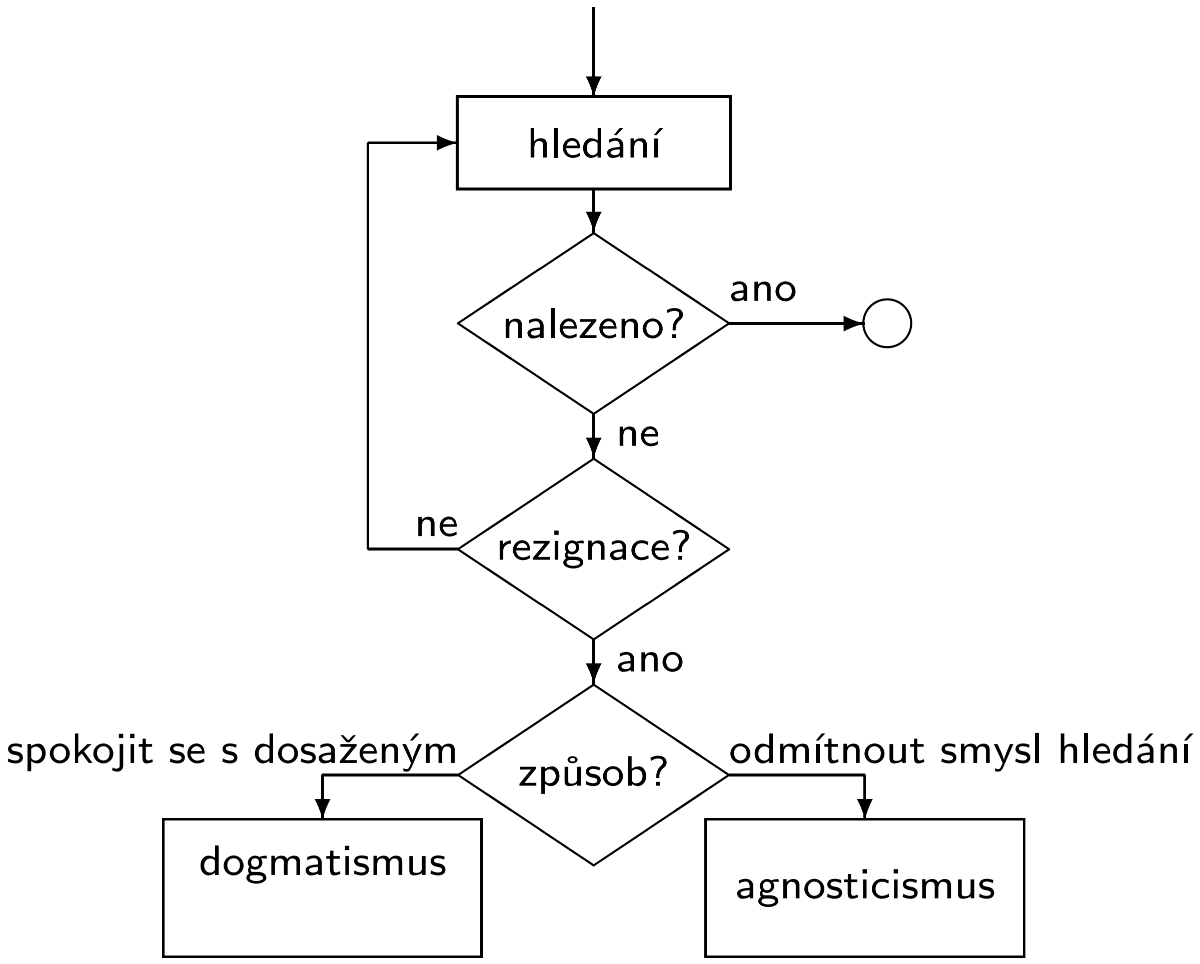
Hledání . . .



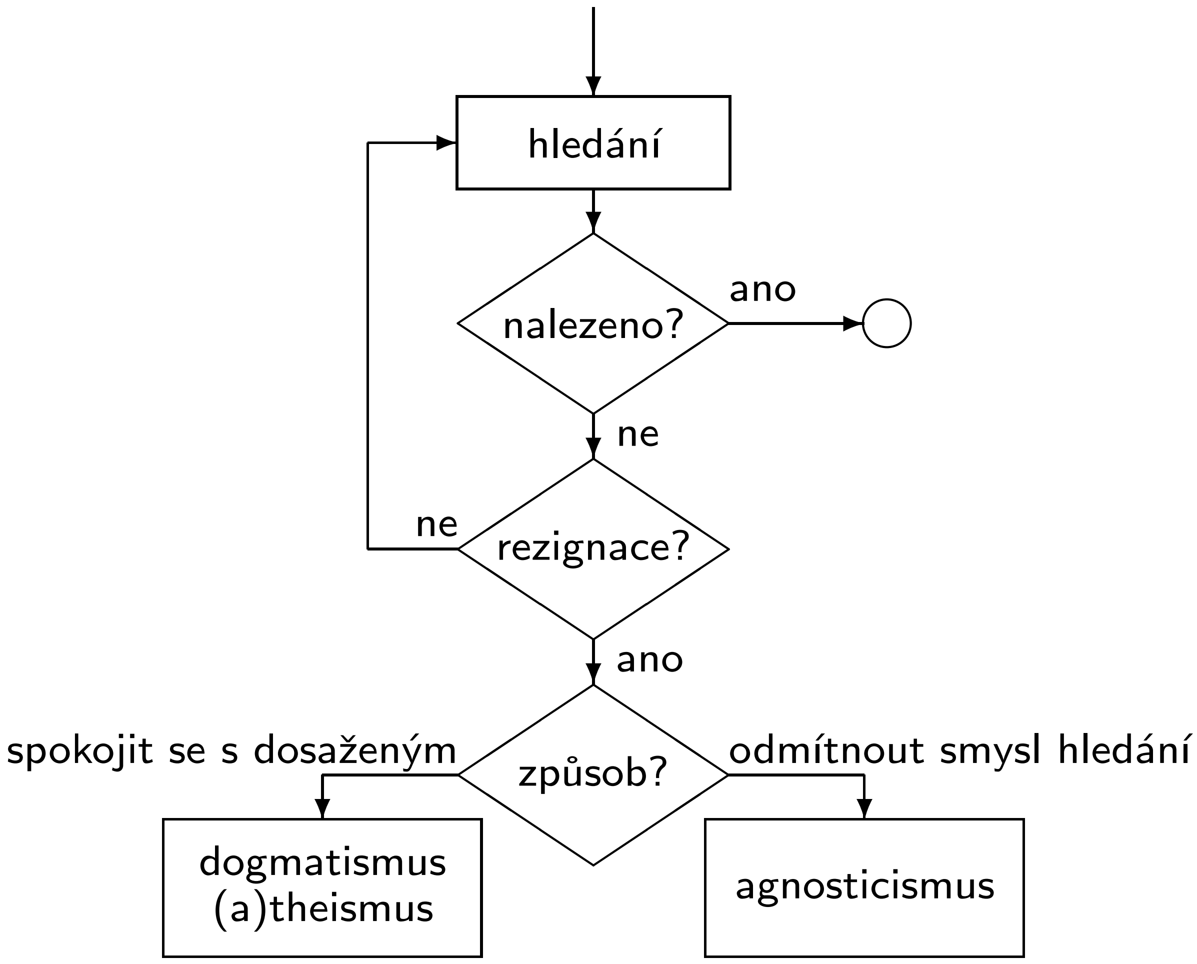
Hledání . . .


hledání
nalezeno?
ano
ne
ne
rezignace?
ano
spokojit se s dosaženým
způsob?
odmítnout smysl hledání

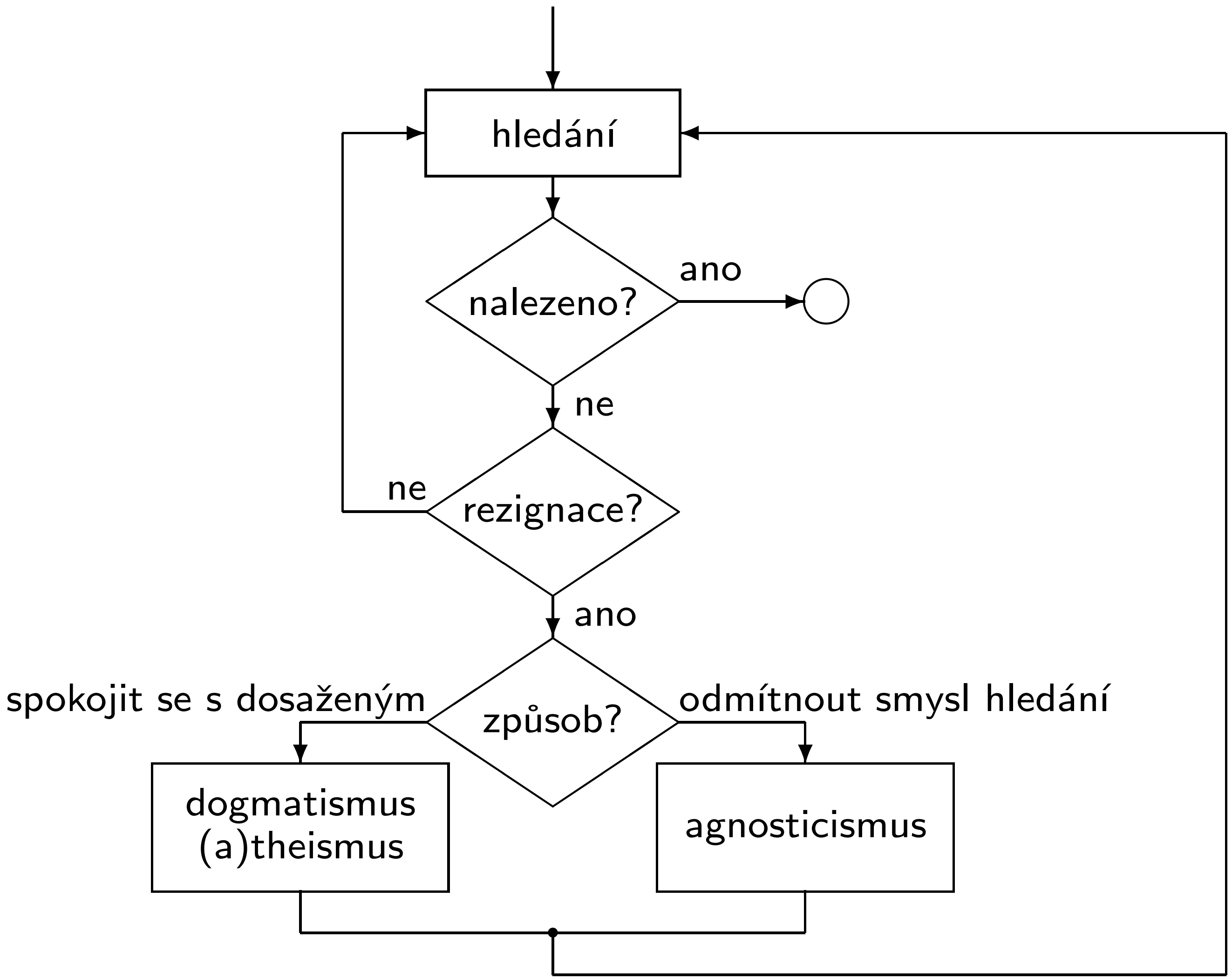
Hledání . . .


hledání
nalezeno?
ano
ne
rezignace?
ne
ano
způsob?
spokojit se s dosaženým
odmítnout smysl hledání
dogmatismus
agnosticismus

Hledání . . .


hledání
nalezeno?
ano
ne
rezignace?
ne
ano
spokojit se s dosaženým
způsob?
odmítnout smysl hledání
dogmatismus
(a)theismus
agnosticismus

Hledání . . .


hledání
nalezeno?
ano
ne
rezignace?
ne
ano
způsob?
spokojit se s dosaženým
odmítnout smysl hledání
dogmatismus
(a)theismus
agnosticismus