Bůh a logika
Od Descarta ke Gödelovi

Zdeněk Pospíšil

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta,
Ústav matematiky a statistiky

Křesťanský sbor Brno

Seminář KMa PdF MU v Brně
Středa 13. dubna 2016

Úvod

Motivace

Aurelius Augustinus

Intellige ut credas, crede ut intelligas.

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem. $2n - n = n$

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

354–430

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...


354–430

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Aurelius Augustinus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 . . .

354–430

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Zde ti již zazáří moudrost přímo ze svého niterného sídla a přímo z tajemného centra pravdy. Je-li tvůj pohled dosud příliš malátný, obrať oko své mysli na tu cestu, kde pro tebe moudrost byla radostí.

Anselm z Canterbury
1033–1109

Proslogion II, III

. . . i blázen uznává, že alespoň v jeho rozumu je něco, nad co větší si nelze myslet. Neboť slyší-li o tom, rozumí tomu, a vše, čemu rozumí, je v jeho rozumu. Je však jisté, že to, nad co větší si nelze myslit, nemůže být pouze v rozumu: v tom případě by se dalo myslit, že to je i ve skutečnosti, což je něco většího . . .

To, nad co nic většího nelze myslet, je tak pravdivé, že ani není možno myslet, že to není. A to jsi ty, Pane, náš Pane.

Duns Scotus
1266-1308

De primo principio

. . . kdybychom připustili více nutných bytí, museli bychom hledat, v čem se od sebe liší. To by však muselo být něco, co je mimo jejich společnou přirozenost, kterou je nutné bytí . . .

Pět cest

1. **Pohyb:** Každá pohybující se věc potřebuje hybatele
2. **Příčinnost:** Žádná věc nemůže být příčinou své vlastní existence
3. **Nutnost a nahodilost:** Nahodilé věci mají důvod, proč jsou takové, jaké jsou
4. **Stupně dokonalosti:** Pro jakoukoliv kvalitu musí existovat dokonalý standard
5. **Rozumný plán:** Nevědomá příroda je uspořádána účelně

Tomáš Akvinský
1225–1274

Summa Theologica
(část I, otázka ii)

Pět cest

1. **Pohyb:** Každá pohybující se věc potřebuje hybatele
2. **Příčinnost:** Žádná věc nemůže být příčinou své vlastní existence
3. **Nutnost a nahodilost:** Nahodilé věci mají důvod, proč jsou takové, jaké jsou
4. **Stupně dokonalosti:** Pro jakoukoliv kvalitu musí existovat dokonalý standard
5. **Rozumný plán:** Nevědomá příroda je uspořádána účelně

$$\frac{(\forall x)(\exists y)\, Q(x,y)}{(\exists y)(\forall x)\, Q(x,y)}$$

Tomáš Akvinský
1225–1274

Summa Theologica
(část I, otázka ii)

Scholastici

Pět cest

1. **Pohyb:** Každá pohybující se věc potřebuje hybatele
2. **Příčinnost:** Žádná věc nemůže být příčinou své vlastní existence
3. **Nutnost a nahodilost:** Nahodilé věci mají důvod, proč jsou takové, jaké jsou
4. **Stupně dokonalosti:** Pro jakoukoliv kvalitu musí existovat dokonalý standard
5. **Rozumný plán:** Nevědomá příroda je uspořádána účelně

Tomáš Akvinský
1225–1274

Summa Theologica
(část I, otázka ii)

$$\frac{(\forall x)(\exists y)\, Q(x,y)}{(\exists y)(\forall x)\, Q(x,y)}$$

$$\frac{\mathsf{P}(A|H) > \mathsf{P}(A|H') \qquad A}{H}$$

Blaise Pascal

Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvojuje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.

1623–1662

Pensées, fr. 233

Blaise Pascal

Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvojuje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.

. . . Není nekonečná vzdálenost mezi jistotou toho, co dáváme v sázku a nejistotou výhry . . . Ve skutečnosti je nekonečnost mezi jistotou výhry a jistotou prohry. Ale nejistota výhry jest úměrná jistotě toho, co dáváme v sázku, podle poměru možností výhry a prohry . . .

1623–1662

Pensées, fr. 233

Blaise Pascal

Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvojuje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.

. . . Není nekonečná vzdálenost mezi jistotou toho, co dáváme v sázku a nejistotou výhry . . . Ve skutečnosti je nekonečnost mezi jistotou výhry a jistotou prohry. Ale nejistota výhry jest úměrná jistotě toho, co dáváme v sázku, podle poměru možností výhry a prohry . . .

1623–1662

Pensées, fr. 233

Nuže, co se vám stane zlého, jestliže takto se rozhodnete? Budete věrný, čestný, pokorný, vděčný, laskavý, přátelský, upřímný, opravdový. Ovšem nebudete v otravných rozkoších, v slávě, v radovánkách; ale což nebudete míti jiných?

Blaise Pascal

Bůh jest, nebo není. Ale kam se nakloníme? Rozum tu nedovede nic rozhodnouti: je nekonečný chaos, který nás rozdvojuje. Hra se hraje v nejzazší krajnosti této nekonečné vzdálenosti, kde vyjde hlava nebo orel. Oč se sadíte? Rozumně nemůžete učiniti jedno ani druhé; rozumně nemůžete hájiti z obojího nic.

1623–1662

Pensées, fr. 233

. . . Není nekonečná vzdálenost mezi jistotou toho, co dáváme v sázku a nejistotou výhry . . . Ve skutečnosti je nekonečnost mezi jistotou výhry a jistotou prohry. Ale nejistota výhry jest úměrná jistotě toho, co dáváme v sázku, podle poměru možností výhry a prohry . . .

Nuže, co se vám stane zlého, jestliže takto se rozhodnete? Budete věrný, čestný, pokorný, vděčný, laskavý, přátelský, upřímný, opravdový. Ovšem nebudete v otravných rozkoších, v slávě, v radovánkách; ale což nebudete míti jiných?

Historie

Anselmovi následovníci

René Descartes
1596–1650

Meditationes III

Jménem „Bůh" chápu jakousi nekonečnou, nezávislou, nanejvýš chápající, nanejvýš mocnou substanci, která stvořila jak mne, tak cokoliv jiného… A tak je z výše řečeného třeba učinit závěr, že Bůh nutně existuje.
…už jen to, že existuji a že je ve mně nějaká idea nejdokonalejšího jsoucna (to jest Boha), zcela zřejmě dokazuje, že existuje také Bůh.

[Tuto ideu]…jsem nenačerpal smysly ani jsem ji nezískal nečekaně, jak se stává u idejí smyslově vnímatelných věcí ani jsem si ji nevybájil, neboť z ní nemohu vůbec nic ubrat ani k ní přidat; a tedy zbývá, že je mi vrozená stejně, jako je mi vrozená také idea mne samého.

Anselmovi následovníci

BáruchSpinoza
1632–1677

Lidé usoudili, že Bůh řídí všechny věci k jejich užitku. Přestože každodenní zkušenost znovu a znovu tento názor vyvracela, bylo pro ně snadnější zůstat ve svém vrozeném stavu nevědomosti, než zbořit celou konstrukci a vymyslet novou. Tak došli k pevnému závěru, že úsudek bohů daleko přesahuje lidské chápání. To by úplně stačilo, aby pravda zůstala lidskému pokolení navždy skryta, kdyby matematika, která se nezabývá účelovými příčinami, neukázala lidstvu jinou normu pravdy.

Benedictus de Spinoza
1632–1677

Etika (1676)

. . . vysvětlil jsem přirozenost Boha a jeho vlastnosti, totiž že nutně existuje, že je jediný, . . . , že je a jakým způsobem je svobodnou příčinou všech věcí, . . .

Benedictus de Spinoza
1632–1677

Etika (1676)

. . . vysvětlil jsem přirozenost Boha a jeho vlastnosti, totiž že nutně existuje, že je jediný, . . . , že je a jakým způsobem je svobodnou příčinou všech věcí, . . .

Definice 1. Příčinou sebe sama rozumím to, čeho esence v sobě zahrnuje existenci.
Definice 6. Bohem rozumím substanci sestávající z nekonečného počtu atributů, z nichž každý vyjadřuje věčnou a nekonečnou esenci.
Axiom 7. Jestliže lze něco chápat jako neexistující, pak esence této věci nezahrnuje existenci.

Tvrzení 11. Bůh existuje nutně.
Tvrzení 18. Bůh je imanentní příčina všech věcí.
Tvrzení 20. Existence Boha a jeho esence jsou jedno a totéž.

Benedictus de Spinoza
1632–1677

Etika (1676)

. . . vysvětlil jsem přirozenost Boha a jeho vlastnosti, totiž že nutně existuje, že je jediný, . . . , že je a jakým způsobem je svobodnou příčinou všech věcí, . . .

Definice 1. Příčinou sebe sama rozumím to, čeho esence v sobě zahrnuje existenci. $C(x) \equiv_{\mathsf{def}} \; X \,\mathrm{Ess}\, x \rightarrow (\exists y) X(y)$

Definice 6. Bohem rozumím substanci sestávající z nekonečného počtu atributů, z nichž každý vyjadřuje věčnou a nekonečnou esenci.

Axiom 7. Jestliže lze něco chápat jako neexistující, pak esence této věci nezahrnuje existenci.

$$\big(X \,\mathrm{Ess}\, x \;\;\&\;\; \Diamond\neg(\exists x)X(x)\big) \rightarrow \neg C(x)$$
$$\sim \big(X \,\mathrm{Ess}\, x \;\;\&\;\; (\exists y)X(y)\big) \rightarrow \Box(\exists x)X(x)$$

Tvrzení 11. Bůh existuje nutně.

Tvrzení 18. Bůh je imanentní příčina všech věcí.

Tvrzení 20. Existence Boha a jeho esence jsou jedno a totéž.

Anselmovi následovníci

G. W. Leibniz
1646–1716

Úvahu o poznání pravdivosti a idejích (1684)

Kdysi slavný scholastický důkaz Boží existence, který obnovil Descartes,

> *Nejdokonalejší bytnost totiž zahrnuje všechny dokonalosti, mezi něž patří existence.*
>
> *Lze tedy Bohu připisovat existenci.*

je neúplný. Předpokládá totiž něco, co samo potřebuje důkazu, aby byl matematicky evidentní.

Anselmovi následovníci

G. W. Leibniz
1646–1716

Úvahu o poznání pravdivosti a idejích (1684)

Kdysi slavný scholastický důkaz Boží existence, který obnovil Descartes,

> *Nejdokonalejší bytnost totiž zahrnuje všechny dokonalosti, mezi něž patří existence.*
>
> *Lze tedy Bohu připisovat existenci.*

je neúplný. Předpokládá totiž něco, co samo potřebuje důkazu, aby byl matematicky evidentní.

Mlčky předpokládá, že představa všemocného nebo nejdokonalejšího jsoucna jest možná a neobsahuje vnitřního sporu. Nemůžeme totiž použít k usuzování definice, aniž bychom se před tím neujistili, že jsou *reálné*.

Anselmovi následovníci

G. W. Leibniz
1646–1716

Úvahu o poznání pravdivosti a idejích (1684)

Mlčky předpokládá, že představa všemocného nebo nejdokonalejšího jsoucna jest možná a neobsahuje vnitřního sporu. Nemůžeme totiž použít k usuzování definice, aniž bychom se před tím neujistili, že jsou *reálné*. Vpravdě však je třeba vidět, že tím je dáno pouze to, že boží existence vyplývá sama sebou, jakmile je dokázána možnost Boha.

Tato představa je myslitelná ... dokud někdo nedokáže opak.

Anselmovi následovníci

G. W. Leibniz
1646–1716

Úvahu o poznání pravdivosti a idejích (1684)

Mlčky předpokládá, že představa všemocného nebo nejdokonalejšího jsoucna jest možná a neobsahuje vnitřního sporu. Nemůžeme totiž použít k usuzování definice, aniž bychom se před tím neujistili, že jsou *reálné*. Vpravdě však je třeba vidět, že tím je dáno pouze to, že boží existence vyplývá sama sebou, jakmile je dokázána možnost Boha.

Tato představa je myslitelná . . . dokud někdo nedokáže opak.

Avšak je naprosto pravda, že máme ideu Boha a že nejdokonalejší bytnost je možná, ba dokonce nutná. Úsudek však není dostatečně konkluzívní. . .

Anselmovi následovníci

J. le R. d'Alembert
1717–1783

Encyklopedie (1750)
heslo Důkaz

Dokazujeme-li existenci boží odvoláním na povahu nekonečné dokonalé bytosti a jejích atributů, dokazujeme existenci a priori neboli úvahou čerpanou ze samotné povahy předmětu.

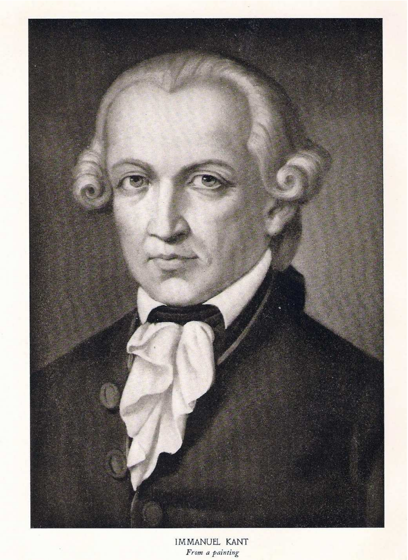
J. le R. d'Alembert
1717–1783

Encyklopedie (1750)
heslo Důkaz

Dokazujeme-li existenci boží odvoláním na povahu nekonečné dokonalé bytosti a jejích atributů, dokazujeme existenci a priori neboli úvahou čerpanou ze samotné povahy předmětu.

Všechny takové důkazy předpokládají ideu nekonečna, a ta není příliš jasná.

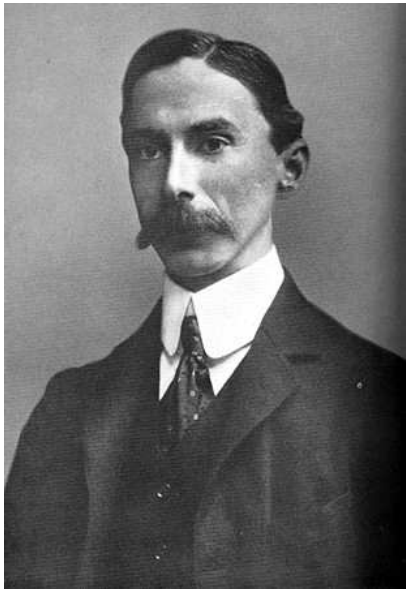
Immanuel Kant
1724–1804



Kritika čistého rozumu
4. kap. (1781)

Vezmu-li subjekt (Boha) se všemi jeho predikáty (k nimž patří i všemohoucnost) a řeknu: *Bůh existuje*, nebo *Existuje Bůh*, tak k pojmu Boha nepřidávám nový predikát, pouze ustavuji sám subjekt se všemi jeho predikáty, a to *předmět* ve vztahu k mému *pojmu*.

Bertrand Russell
1872–1970

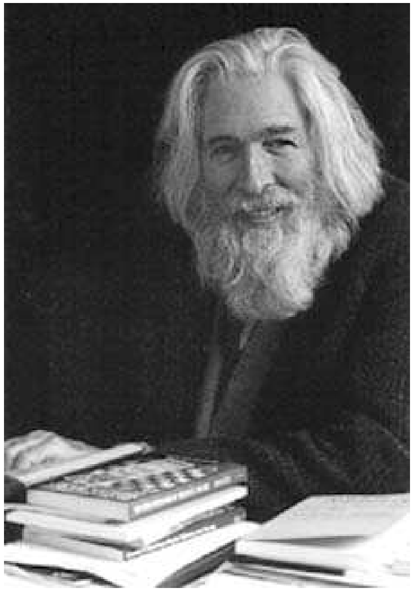


On Denoting (1905)

Úsudek: „Nejdokonalejší bytost má všechny dokonalosti; existence je dokonalost; proto nejdokonalejší bytost existuje“ znamená: „Existuje jedna a pouze jedna entita x, která je nejdokonalejší; tato entita má všechny dokonalosti; proto tato entita existuje.“ Jakožto důkaz je to chybné, protože zde chybí důkaz premisy „existuje jedna a pouze jedna entita x, která je nejdokonalejší“.

. . . a kritici

Raymond M. Smullyan
1919–



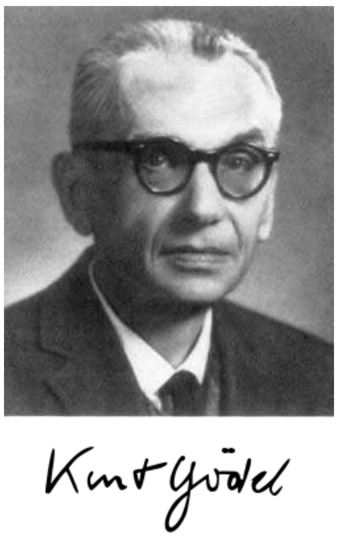
What Is the Name of This Book (1978)

Dokážeme, že existuje jednorožec. K tomu postačí dokázat silnější tvrzení, že existuje existující jednorožec. Možnost, že existující jednorožec neexistuje je zřejmě rozporná. Jak by existující jednorožec mohl neexistovat?

Podobně je tomu s Descartesovým důkazem: vyplývá z něho jen to, že cokoliv, co vyhovuje Descartesově definici Boha, musí mít i vlastnost existence. Jenomže to neznamená, že musí vůbec nějaký Bůh existovat.

Kurt Gödel a důkaz $\Box(\exists x)G(x)$

Kurt Gödel



1906 28. dubna narozen v Brně (Pekařská 5)

1912–1916 Evangelická základní škola v Brně (s německou řečí)

1916–1924 Reálné gymnázium v Brně (s německou řečí)

1924 Vstupuje na univerzitu ve Vídni

1927 Seznamuje se s Adelou Nimburskou, roz. Porketovou

1929 Vzdává se československého občanství, nabývá občanství rakouského
24. října obhajuje disertaci Über die Vollständigkeit des Logikkalkulus.

1929–1939 Zásadní výsledky na poli matematické logiky

1931 Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, **38**, 137–198.

1933 11. března habilitován na Vídeňské univerzitě

1938 20. září svatba s Adelou Nimburskou ve Vídni

1940 V lednu až březnu cesta manželů Gödelových do USA (přes Sibiř, Yokohamu a San Francisco do Princetonu)

1947 What is Cantor's continuum problem? *American Mathematical Monthly*, **54**, 515–525.

1948 Získává americké občanství

1949 An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. *Review of Modern Physics*, **21**, 447-450.

1958 Uber eine bischer noch nicht benütze Erweiterung des finiten Standpunktes. *Dialectica*, **12**, 280–287. (Poslední publikovaná práce)

1978 14. ledna umírá v Princetonu

1992 9. dubna založena *Společnost Kurta Gödela* v Brně

1996 25.–29. srpna mezinárodní konference *Logical Foundations of Mathematics, computer Science and Physics – Kurt Gödel Legacy* v Brně

2008 12.–13. září symposium *Otázky popularizace díla Kurta Gödela* v Brně

2016 26. a 29. dubna *Gödelovy dny* v Brně

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.

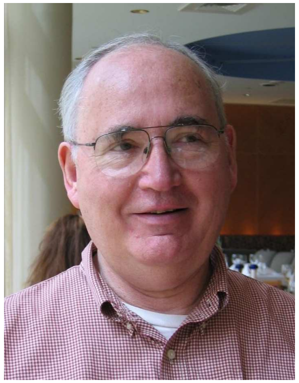
Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

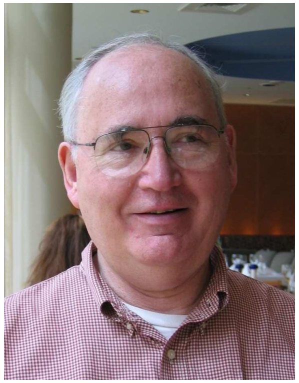
1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.



Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

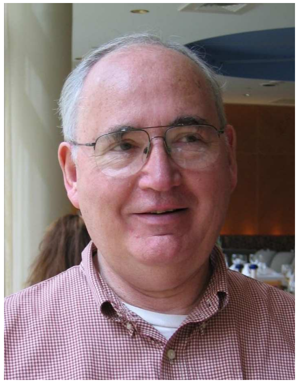
1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.



1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit



1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.

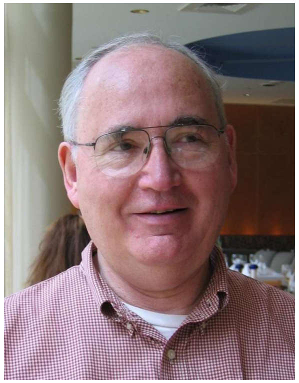
1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

1990 Gödelův důkaz publikován (Collected works III, včetně textů souvisejících a první varianty důkazu).

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

1941 první verse striktně logického důkazu existence Boha.
Začátkem 70. let se o důkazu začalo mluvit

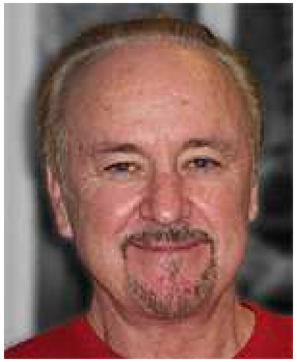
1970 tento důkaz diskutoval Dana Scott na semináři v Princetonu.

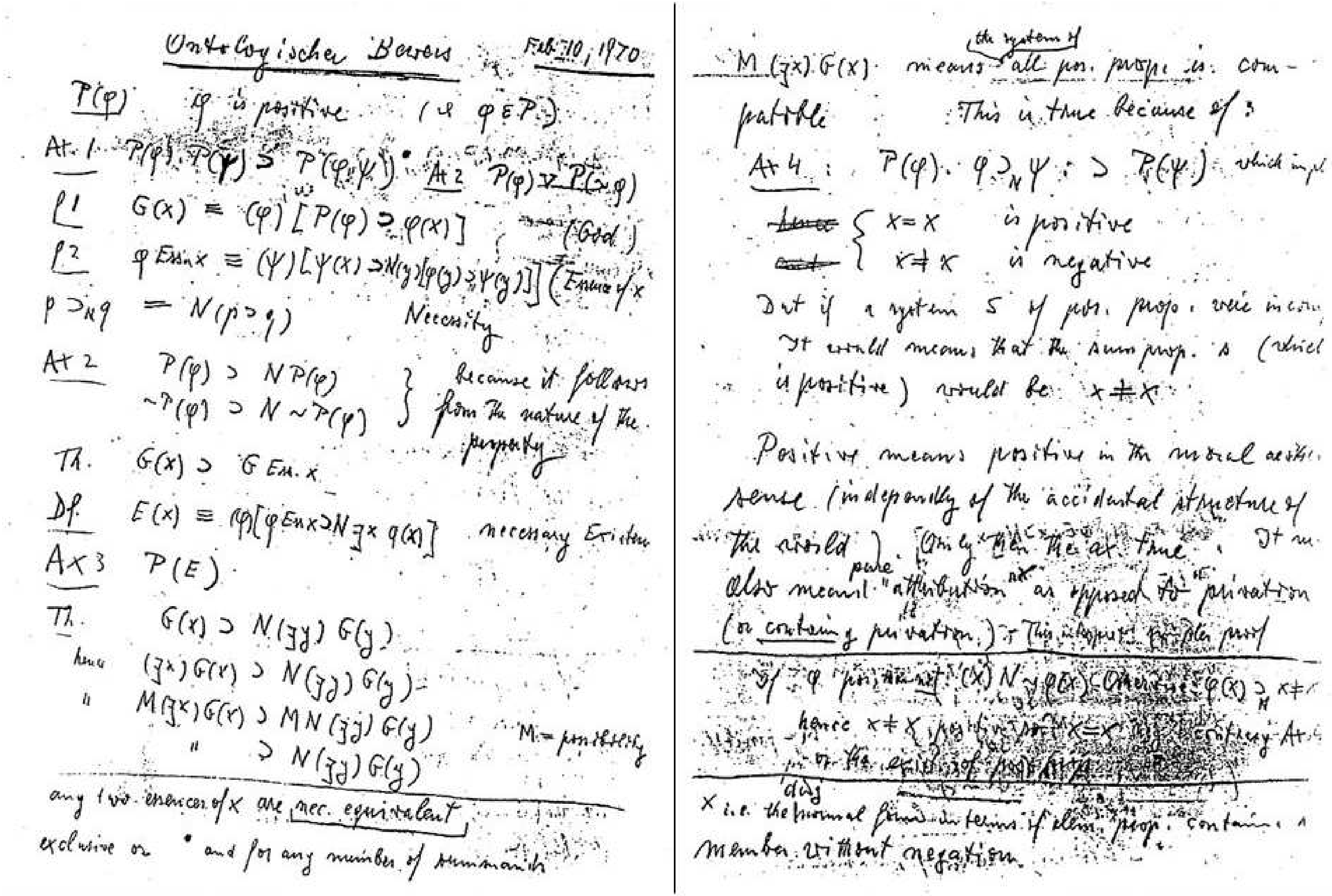


1987 Jordan Howard Sobel důkaz analyzoval (sborník On being and saying, MIT).

1990 Gödelův důkaz publikován (Collected works III, včetně textů souvisejících a první varianty důkazu).

1990 C. Anthony Anderson důkaz modifikoval.





Ontologischer Beweis — Feb. 10, 1970

$P(\varphi)$ — φ is positive ($\varphi \in P$)

At. 1 — $P(\varphi).P(\psi) \supset P(\varphi.\psi)$ • — At 2 — $P(\varphi) \vee P(\sim\varphi)$

Df 1 — $G(x) \equiv (\varphi)[P(\varphi) \supset \varphi(x)]$ (God)

Df 2 — $\varphi \text{ Ess. } x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ (Essence of x)

$p \supset_N q = N(p \supset q)$ — Necessity

At 2 — $P(\varphi) \supset NP(\varphi)$, $\sim P(\varphi) \supset N \sim P(\varphi)$ } because it follows from the nature of the property

Th. — $G(x) \supset G \text{ Ess. } x$

Df. — $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess. } x \supset N \exists x\, \varphi(x)]$ — necessary Existence

Ax 3 — $P(E)$

Th. — $G(x) \supset N(\exists y)\, G(y)$

hence $(\exists x)\, G(x) \supset N(\exists y)\, G(y)$

" $M(\exists x)\, G(x) \supset MN(\exists y)\, G(y)$ — M = possibility

" $\supset N(\exists y)\, G(y)$

any two essences of x are nec. equivalent

exclusive or • and for any number of summands

$M(\exists x)\, G(x)$ means the system of all pos. prop. is compatible. This is true because of:

At 4: $P(\varphi).\varphi \supset_N \psi : \supset P(\psi)$ which impl.

$x = x$ is positive; $x \neq x$ is negative

But if a system S of pos. prop. were incom. it would mean that the sum prop. s (which is positive) would be $x \neq x$

Positive means positive in the moral aesth. sense (independently of the accidental structure of the world). Only then the ax. true. It m. also mean pure "attribution" as opposed to "privation" (or containing privation). This interpret. [illegible] proof

[illegible]

× i.e. the disj. normal form in terms of elem. prop. contains a member without negation.

Kurt Gödel a důkaz nutné existence Boha

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Své stanovisko charakterizoval jako spíše theistické než deistické, bližší Leibnizovi než Spinozovi.

Kurt Gödel nechtěl svůj důkaz publikovat, aby si snad někdo nemyslel, že skutečně věří v Boha, zatímco se jen zabýval logickým zkoumáním. (Rozmluva s Oskarem Morgensternem)

Své stanovisko charakterizoval jako spíše theistické než deistické, bližší Leibnizovi než Spinozovi.

Samozřejmě zdaleka nejsme schopni vědecky potvrdit theologický obraz světa. Ale bylo by možné, věřím, pochopit čistým rozumem (bez odvolávání se na víru v jakékoliv náboženství), že theologický pohled na svět je zcela slučitelný se všemi dostupnými daty. To se již před 250 lety pokusil udělat proslulý filosof a matematik Leibniz a o totéž jsem se pokoušel já. (Dopis matce)

Technika důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Technika důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Důkaz výroku Φ: Důkaz, jehož posledním členem je Φ.

Technika důkazu

Důkaz: Konečná posloupnost výroků, z nichž každý je (logickým) axiomem, postulátem (teorie), výrokem již dokázaným nebo vznikl z předchozích členů posloupnosti pomocí definovaných odvozovacích pravidel.

Důkaz výroku Φ: Důkaz, jehož posledním členem je Φ.

Důkaz výroku Φ sporem: Důkaz, jehož prvním členem je výrok $\neg\Phi$ a v němž se vyskytují výroky Θ a $\neg\Theta$.

Technika důkazu

Axiomy:

Axiomy:

Výrokové logiky

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \to (\Psi \to \Theta)\big) \to \big((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \to \Psi) \to \big((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \to \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \to \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \to \Psi) \to (\Box\Phi \to \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \to \Phi$

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta)\big) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Phi \rightarrow \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \neg\Psi) \rightarrow \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \rightarrow \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \rightarrow \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Box\Phi \rightarrow \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \rightarrow \Phi$

(m3) $\Diamond\Phi \rightarrow \Box\Diamond\Phi$

Technika důkazu

Axiomy:

Výrokové logiky

(v1) $\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Phi)$

(v2) $\big(\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta)\big) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Phi \rightarrow \Theta)\big)$

(v3) $(\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow \big((\Phi \rightarrow \neg\Psi) \rightarrow \neg\Phi\big)$

(v4) $\neg\neg\Phi \rightarrow \Phi$

Predikátové logiky

(p1) $(\forall\xi)\Phi \rightarrow \Phi$

(p2) $\neg(\forall\xi)\Phi \equiv (\exists\xi)\neg\Phi, \qquad \neg(\exists\xi)\Phi \equiv (\forall\xi)\neg\Phi$

Modální logiky

(m1) $\Box(\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow (\Box\Phi \rightarrow \Box\Psi)$

(m2) $\Box\Phi \rightarrow \Phi$

(m3) $\Diamond\Phi \rightarrow \Box\Diamond\Phi$

(m4) $\neg\Box\Phi \equiv \Diamond\neg\Phi, \qquad \neg\Diamond\Phi \equiv \Box\neg\Phi$

Odvozovací pravidla:

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi, \Phi \mid \Psi.$

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \rightarrow \Psi, \Phi \mid \Psi.$

2. $\Phi \;\&\; \Psi \mid \Phi. \qquad \Phi \;\&\; \Psi \mid \Psi. \qquad \Phi, \Psi \mid \Phi \;\&\; \Psi.$

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi.$
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi. \qquad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi. \qquad \Phi, \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi.$
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \rightarrow \Psi,\ \Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi \ \& \ \Psi \mid \Phi$. $\quad \Phi \ \& \ \Psi \mid \Psi$. $\quad \Phi, \Psi \mid \Phi \ \& \ \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi$. $\quad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi$. $\quad \Phi, \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \to \Psi,\ \Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi$. $\quad \Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi$. $\quad \Phi, \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.
6. $\Phi \mid \forall(\xi)\Phi$.

Odvozovací pravidla:

1. $\Phi \rightarrow \Psi,\ \Phi \mid \Psi$.
2. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Phi$. $\Phi\ \&\ \Psi \mid \Psi$. $\Phi,\ \Psi \mid \Phi\ \&\ \Psi$.
3. Je-li $\Phi \equiv \Psi$ dokazatelným výrokem (tautologií), axiomem, postulátem nebo definicí, pak každý výskyt Φ lze nahradit Ψ.
4. $(\exists\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu dosud neobjevil.
5. $(\forall\xi)\Phi(\xi) \mid \Phi(\alpha)$; přitom α je symbol, který se v důkazu objevil před výrokem $\forall(\xi)\Phi(\xi)$.
6. $\Phi \mid \forall(\xi)\Phi$.
7. $\Phi \mid \Box\Phi$.

Gödelův systém

Abeceda:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$

Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \, \mathrm{Rel} \, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice:

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\text{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} \ X(a) \ \ \& \ \ (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$
$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$
$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \to \Box(\exists x) X(x)\big)$

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty:

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty: (A1) $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$$

$$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \;\;\&\;\; \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \ldots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \operatorname{Rel} y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\text{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \operatorname{Ess} a \equiv_{\text{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\text{def}} (\forall X)\big(X \operatorname{Ess} a \to \Box(\exists x) X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$
(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \;\;\&\;\; \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$
(A3) $\mathcal{P}(X) \to \Box\mathcal{P}(X)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \dots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \dots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} \ X(a) \ \ \& \ \ (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} \ (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \to \Box(\exists x) X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \ \ \& \ \ \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

(A3) $\mathcal{P}(X) \to \Box\mathcal{P}(X)$

(A4) $\mathcal{P}(G)$

Gödelův systém

Abeceda: Objekty: $a, b, c, \dots, x, y, z$
Vlastnosti objektů: $A, B, C, \dots, X, Y, Z$
Vztahy mezi vlastnostmi a objekty: $X \,\mathrm{Rel}\, y$ ap.
Vlastnosti vlastností: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots$

Primitivní predikát: $\mathcal{P}$

Definice: $G(x) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(\mathcal{P}(X) \to X(x)\big)$

$X \,\mathrm{Ess}\, a \equiv_{\mathsf{def}} X(a) \;\;\&\;\; (\forall Y)\Big(Y(a) \to \Box(\forall z)\big(X(z) \to Y(z)\big)\Big)$

$N(a) \equiv_{\mathsf{def}} (\forall X)\big(X \,\mathrm{Ess}\, a \to \Box(\exists x)X(x)\big)$

Postuláty: **(A1)** $\mathcal{P}(X) \equiv \neg\mathcal{P}(\neg X)$

(A2) $\Big(\mathcal{P}(X) \;\;\&\;\; \Box(\forall x)\big(X(x) \to Y(x)\big)\Big) \to \mathcal{P}(Y)$

(A3) $\mathcal{P}(X) \to \Box\mathcal{P}(X)$

(A4) $\mathcal{P}(G)$

(A5) $\mathcal{P}(N)$

Kroky důkazu:

T1 (Věta)	$\mathcal{P}(X) \to \Diamond(\exists x)X(x)$
C1 (Důsledek)	$\Diamond(\exists x)G(x)$
L1 (Lemma)	$G(x) \to (\forall X)\big(X(x) \to \mathcal{P}(X)\big)$
T2 (Věta)	$G(x) \ \to\ G\,\mathrm{Ess}\,x$
L6 (Lemma)	$G(x) \to \Box(\exists x)G(x)$
C2 (Důsledek)	$\Box(\exists x)G(x)$

Kroky důkazu:

T1 (Věta)	$\mathcal{P}(X) \rightarrow \Diamond(\exists x)X(x)$
C1 (Důsledek)	$\Diamond(\exists x)G(x)$
L1 (Lemma)	$G(x) \rightarrow (\forall X)\big(X(x) \rightarrow \mathcal{P}(X)\big)$
T2 (Věta)	$G(x) \;\rightarrow\; G \operatorname{Ess} x$
L6 (Lemma)	$G(x) \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$
C2 (Důsledek)	$\Box(\exists x)G(x)$

Podrobnosti ...

Kroky důkazu:

T1 (Věta) $\mathcal{P}(X) \to \Diamond(\exists x)X(x)$

C1 (Důsledek) $\Diamond(\exists x)G(x)$

L1 (Lemma) $G(x) \to (\forall X)\big(X(x) \to \mathcal{P}(X)\big)$

T2 (Věta) $G(x) \ \to \ G \operatorname{Ess} x$

L6 (Lemma) $G(x) \to \Box(\exists x)G(x)$

C2 (Důsledek) $\Box(\exists x)G(x)$

C3 (Důsledek) $(\forall x)(\forall y)\big(G(x) \ \& \ G(y)\big) \to x = y$

Důkaz ovšem využívá axiomy rovnosti predikátového počtu, které nebyly uvedeny

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (...) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (...) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (. . .) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (. . .) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

Pavol Zlatoš: . . . aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Stanislav Sousedík: Protože autor této knihy považuje Gödelův důkaz za pravděpodobně (. . .) zdařilý a důkazy Swinburnovy za vysce přesvědčivé, bude v dalším vycházet z předpokladu, že Bůh (. . .) reálně (nezávisle na našem vědomí) existuje.

Pavol Zlatoš: . . . aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

Petr Vopěnka: . . . nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

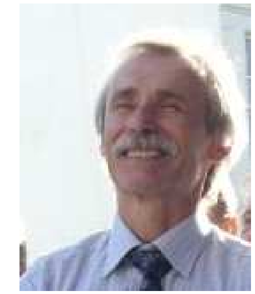
Pavol Zlatoš: . . . aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.

Petr Vopěnka: . . . nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

Petr Hájek: Náboženská víra nespočívá v přijetí nějakých axiomů, ale v přijetí způsobu života (které přichází za pozváním).

$\Box(\exists x)G(x)$ a existence Boha

Pavol Zlatoš: . . . aká ubohá by bola naša viera, keby pre nás Gödelove axiómy a definície, ako aj logické axiómy a pravidlá modálnej logiky druhého rádu boly ľahšie prijateľné a uveriteľné než samotné tvrdenie o nevyhnutnosti Božej existencie.



Petr Vopěnka: . . . nemá právo nazývat se Bohem takové jsoucno, které je podřízeno rozumu. Rozum nestojí nad Bohem, ale Bůh stojí nad rozumem.

Petr Hájek: Náboženská víra nespočívá v přijetí nějakých axiomů, ale v přijetí způsobu života (které přichází za pozváním). Věřím, že Gödelův důkaz by si zasloužil podobný rozbor, jaký představil slavný protestantský theolog K. Barth pro důkaz Anselmův.

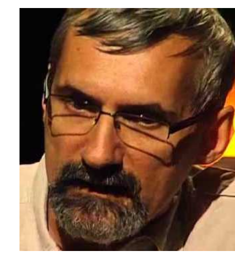
$\Box(\exists x)G(x)$ a matematika

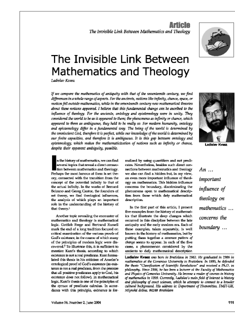
Aurelius Augustin: Bůh je naprosto všude; proto mysl žije v něm a pohybuje se v něm a má v něm své bytí. . . Pamatuje si ho tím že se obrací k Pánu jako ke světlu, které ji určitým způsobem zasáhlo, i když od něj byla odvrácena.

$\Box(\exists x)G(x)$ a matematika

Aurelius Augustin: Bůh je naprosto všude; proto mysl žije v něm a pohybuje se v něm a má v něm své bytí. . . Pamatuje si ho tím že se obrací k Pánu jako ke světlu, které ji určitým způsobem zasáhlo, i když od něj byla odvrácena.

Ladislav Kvasz: Staří chápali ontologii v jednotě s epistemologií. Svět je takový, jak se jeví; proto například nekonečno nebo náhoda, které se jim jevily jako nejasné, za nejasné považovali. Pro moderního člověka se však ontologie a epistemologie podstatně liší. Bytí světa je určeno všemocným Bohem, proto je svět dokonalý. Naproti tomu naše vnímání je určeno našimi omezenými schopnostmi, a proto je nejasné. A právě toto rozštěpení ontologie a epistemologie umožnilo matematizaci takových pojmů jako nekonečno, pohyb, proměnná, náhoda; navzdory tomu, že se jeví jako nejasné.




Article

The Invisible Link Between Mathematics and Theology

$\Box(\exists x)G(x)$ **a matematika**

Petr Vopěnka: Novověká věda čerpá z tolika předpojatostí zděděných ze scholastiky, že je schopna zpětně dokázat, že je nutné, aby byl Bůh. Nejde pochopitelně o nějakého novodobě vykládaného Boha, ale o takového, jenž odpovídá poměrně jednoduchým středověkým představám. Avšak právě vědecký důkaz nutnosti takového Boha – úvahami sice nepřesvědčivými, avšak obvyklými v novověké matematice a logice – dosvědčuje, o jaké předpojatosti se novověká věda opírá, i když si toho není vědoma.