

Kapitola 1

Grafika

1.1 Dvourozměrné grafy

Základním příkazem pro tvorbu dvourozměrných grafů je procedura **plot**.

Uvažujme funkci $f(x) = e^{-x^2} \sin(\pi x^3)$ na intervalu $(-2, 2)$.

```
> f:=exp(-x^2)*sin(Pi*x^3);
```

$$f := e^{(-x^2)} \sin(\pi x^3)$$

Graf funkce f na daném intervalu vytvoříme příkazem

```
> plot(f, x=-2..2);
```

Pokud je výstup příkazu **plot** nastaven na hodnotu `window`, obrázek se objeví v samostatném okně, implicitní nastavení je umístění obrázku v rámci zápisníku. Vzhled obrázku je možno modifikovat pomocí menu (viz Obr. 1.1). Na obrázku vidíme i speciální grafické rozhraní, vyvolané procedurou **interactive** z balíku `plots`.

Syntaxe příkazu **plot**:

$$\mathbf{plot}(f, x = a .. b, options);$$

kde $a .. b$ je interval na ose x a $options$ je posloupnost voleb, ovlivňujících vzhled výsledku.

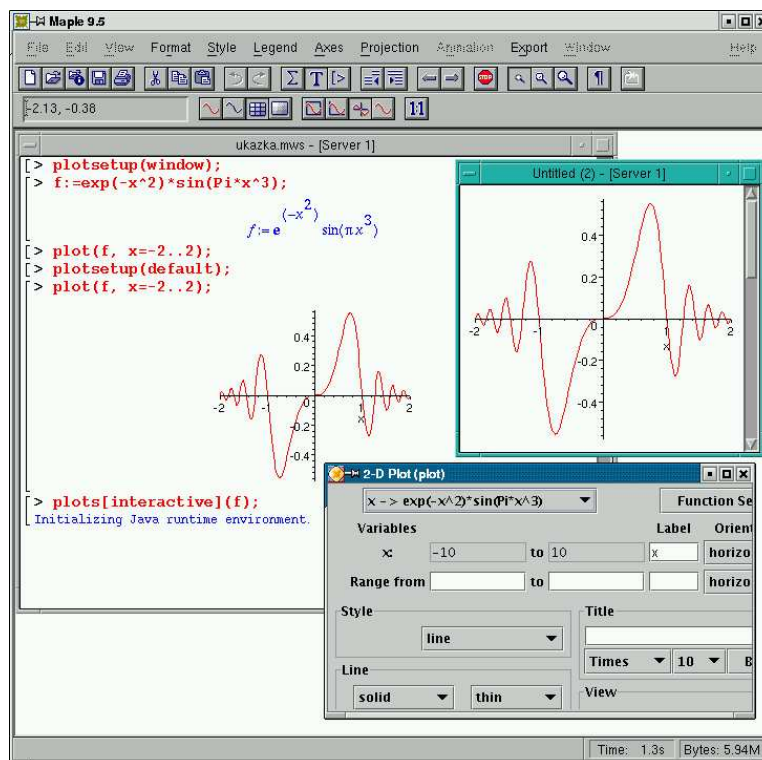
Alternativní zápis je

$$\mathbf{plot}(f, a .. b, options);$$

Rozdíl je v zápisu horizontálního rozsahu při použití funkce a výrazu – u funkce zadáváme jen *rozsah*, zatímco u výrazu musíme napsat rovnost *proměnná = rozsah*.

Takže pro nakreslení grafu funkce z obrázku 1.1 můžeme použít i příkazy

```
> f:=x->exp(-x^2)*sin(Pi*x^3):
```



Obrázek 1.1: Zápiskník a okno s obrázkem, grafické rozhraní pro tvorbu obrázku.

```
> plot(f, -2..2);
```

Získaný výsledek se odlišuje od obrázku 1.1 pouze absencí popisu osy x .

Můžeme generovat i graf funkce na reálné přímce nebo polopřímce. Na obrázku 1.2 je graf funkce f pro x z intervalu $(0, \infty)$.

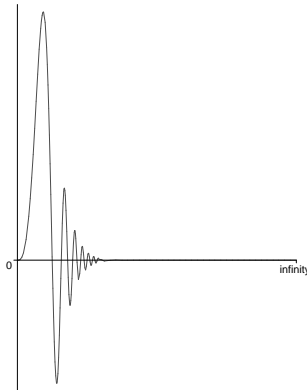
V tomto případě Maple transformuje reálnou přímku na interval $(-1, 1)$ pomocí funkce $x \rightarrow \frac{2}{\pi} \arctg(\frac{x}{2\pi})$.

```
> plot(f, 0..infinity);
```

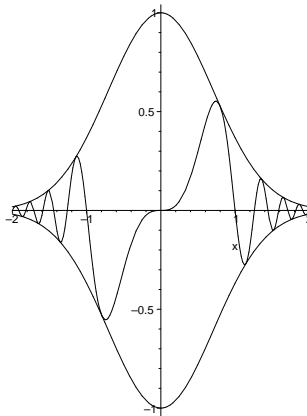
Na obrázku 1.3 ukážeme znázornění více funkcí v jednom obrázku a v případě barevného výstupu zvolíme různé barvy pro jednotlivé grafické objekty.

```
> plot({f(x), exp(-x^2), -exp(-x^2)}, x=-2..2);
```

Chceme nyní tento obrázek uložit ve formátu Encapsulated Postscript (zapouzdřený Postscript) pro další zpracování (např. v $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ u). Můžeme to provést interaktivně (kliknutím pravým tlačítkem myši na obrázek a volbou **Export As**). Výhodnější je ovšem postupovat následovně. Nejprve příkazem



Obrázek 1.2: $f(x) = e^{-x^2} \sin(\pi x^3)$ pro x z intervalu $(0, \infty)$



Obrázek 1.3: Grafy $e^{-x^2} \sin(\pi x^3)$, e^{-x^2} , $-e^{-x^2}$.

```
> plotsetup(PostScript, plotoutput="obrazek.eps",
> plotoptions="portrait, noborder, leftmargin=0,
> bottommargin=0");
```

Maplu sdělíme, že má grafický výstup ukládat do postscriptového souboru `obrazek.eps` s orientací portrét a bez rámečku a okrajů. Poté v Maplu generujeme obrázek, jehož výstup se neobjeví na obrazovce, ale uloží do výše specifikovaného souboru. Výstup grafiky zpět do zápisníku (na původní hodnotu) vrátíme příkazem

```
> plotsetup(default);
```

Příkazem

```
> ?plot, device;
```

zjistíme další možné výstupní formáty.

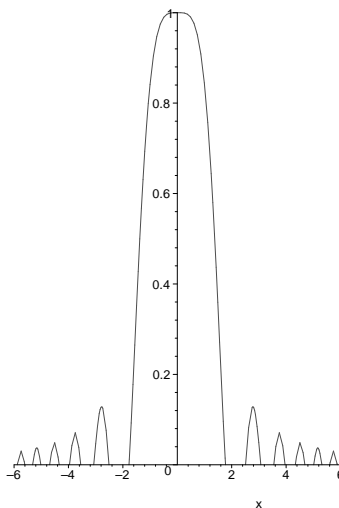
1.2 Volby příkazu plot

Vzhled obrázku ovlivňujeme volbami. Tyto můžeme zadávat přímo z menu nebo jako parametry příkazu **plot**.

Vertikální rozsah

Pokud chceme omezit vertikální rozsah zobrazovaných hodnot, zadáme tuto informaci příkazu **plot** jako třetí argument. Následující příkaz generuje graf funkce $f(x) = \frac{\sin x^2}{x^2}$ pro x z intervalu $(-6, 6)$ a y z intervalu $[0, 1]$ (Obr. 1.4).

```
> plot(sin(x^2)/x^2, x=-6..6, 0..1);
```



Obrázek 1.4: Omezení vertikálního rozsahu zobrazovaných hodnot.

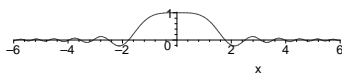
Měřítko na osách

Maple volí měřítko na osách tak, aby obrázek co nejlépe zaplnil display. Pokud chceme stejná měřítko na osách, použijeme volbu `scaling = constrained` (Obr. 1.5).

```
> plot(sin(x^2)/x^2, x=-6..6, scaling=constrained);
```

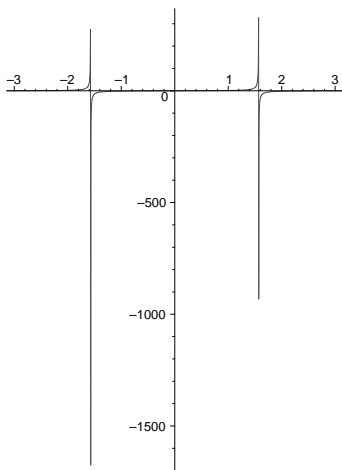
1.2.1 Pohled (View)

Generujme graf funkce $\operatorname{tg} x$ pro $x \in (-\pi, \pi)$.



Obrázek 1.5: Stejná měřítka na osách.

```
> plot(tan, -Pi..Pi);
```



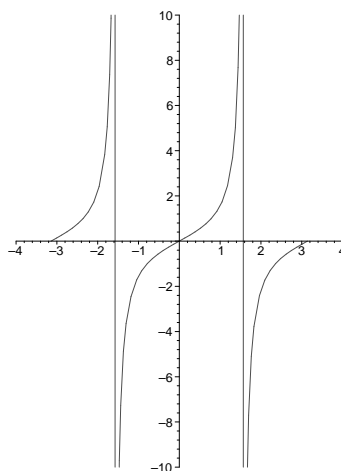
Obrázek 1.6: Chybný graf funkce $\text{tg } x$.

Výsledek na obrázku 1.6 neodpovídá skutečnosti, protože několik funkčních hodnot dominuje nad všemi ostatními. Tomuto chování zabráníme „vhodnou“ volbou rozsahu zobrazovaných hodnot. Následující příkaz překresluje graf funkce $\text{tg } x$ s tím, že části grafu mimo vertikální rozsah hodnot $[-10, 10]$ nejsou zobrazeny, horizontálně je pohled rozšířen na interval $[-4, 4]$. Přitom graf není znovu počítán, pouze je proveden znovu rendering (Obr. 1.7).

```
> display(% , view=[-4..4, -10..10]);
```

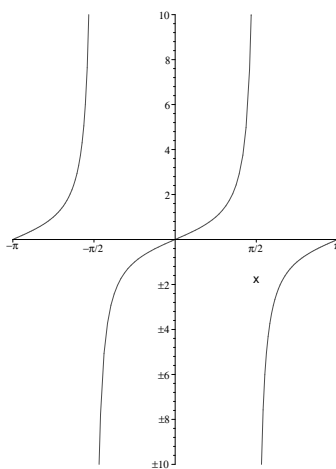
Nespojitosti

Vertikální asymptoty v bodech $x = -\frac{\pi}{2}$ a $x = \frac{\pi}{2}$ jsou znázorněny, protože Maple nebere v úvahu body nespojitosti a kreslí přímkou jako spojnicí referenčních bodů napravo a nalevo od bodu nespojitosti. Tomuto chování můžeme zamezit přidáním volby `discont=true`. V tomto případě musíme ale pracovat s výrazem, protože Maple potřebuje pro určování bodů nespojitosti znát proměnnou. Obrázek 1.8 ukazuje výsledný graf, všimněte si také použitých fontů pro popis os.



Obrázek 1.7: Vylepšený graf funkce $\text{tg } x$.

```
> plot(tan(x), x=-Pi..Pi, -10..10, discontin=true,
> xtickmarks=[-3.14="-p", -1.57="-p/2",
> 1.57="p/2", 3.14="p"], axesfont=[SYMBOL,12]);
```



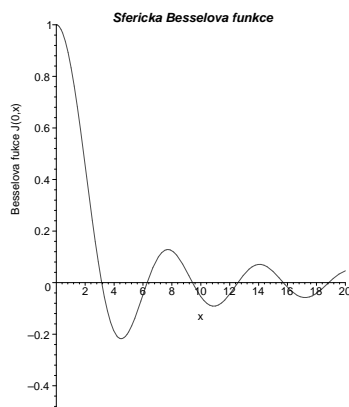
Obrázek 1.8: Graf funkce $\text{tg } x$.

Popis grafu

Na obrázku 1.8 jsme pomocí volby `xtickmarks` změnili popis vodorovné osy. Obdobně pro svislou osu je k dispozici volba `ytickmarks`, přičemž není nutno

vždy přesně stanovovat značky, stačí zadat jejich počet pro obě orientace. Dále můžeme zvolit označení os, font pro označení a jeho orientaci (Obr. 1.9).

```
> J:=(n,x) -> sqrt(Pi/(2*x)) * BesselJ(n+1/2,x):
> plot(J(0,x), x=0..20, `Besselova funkce J(0,x)`=
> -0.5..1, xtickmarks=8, ytickmarks=4, title=
> "Sfericka Besselova funkce",
> titlefont=[HELVETICA,BOLDOBLIQUE,16],
> labeldirections=[horizontal, vertical]):
```



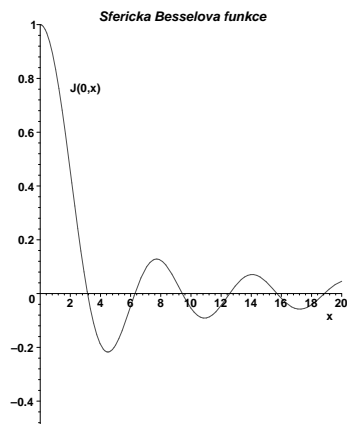
Obrázek 1.9: Sférická Besselova funkce $J_0(x)$.

Poznamenejme, že volba `xtickmarks=n` znamená, že bude označen přiměřený počet bodů (ne menší než zadané n) podél vodorovné osy; n musí být přirozené číslo nebo seznam. Pokud n je datového typu seznam, tak uvedené hodnoty jsou použity pro označení osy (viz. obr. 1.9). Obdobné platí i pro svislou osu.

Pro popisy grafů můžeme použít i příkazů **textplot** a **display** z balíku `plots`. Do zvláštního obrázku umístíme na specifikovaná místa popisy pomocí příkazu **textplot** a pomocí příkazu **display** je spojíme s obrázkem obsahujícím graf funkce a osy (Obr. 1.10).

```
> graf:=plot(x->J(0,x), 0..20, -0.5..1,
> xtickmarks=8, ytickmarks=4, title=
> "Sfericka Besselova funkce",
> titlefont=[HELVETICA,BOLDOBLIQUE,16],
> axesfont=[HELVETICA, BOLD, 14]):
> text:=plots[textplot]([2,0.75,"J(0,x)"], [19,-0.1,
> "x"],align=ABOVE, RIGHT, font=[HELVETICA, BOLD, 14]):
> plots[display](graf, text);
```

Implicitní nastavení parametru `align` je horizontální a vertikální centrování textu. Parametr `align` může nabývat hodnot `BELOW`, `RIGHT`, `ABOVE` a `LEFT`.



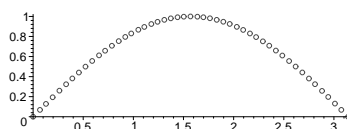
Obrázek 1.10: Popis grafu funkce $J_0(x)$.

Při dalším zpracování obrázku $\text{T}_\text{E}\text{X}$ em doporučujeme pro popis obrázku použít maker `PSfrag`, podrobněji viz [?, strana 92].

1.2.2 Styl vykreslení obrázku

Pokud nastavíme volbu `style=point`, Maple nakreslí křížky centrované okolo referenčních bodů. Můžeme volit mezi různými symboly (`symbol`) a jejich velikostmi (`symbolsize`), viz Obr. 1.11.

```
> plot(sin, 0..Pi, scaling=constrained, style=point,
> symbol=circle, symbolsize=15);
```



Obrázek 1.11: Graf funkce sinus s použitím volby `point`

Tohoto stylu často používáme pro znázornění dat. Vytvoříme seznam se souřadnicemi bodů a zobrazíme ho pomocí stylu `point`. Např. pro znázornění prvních devíti prvočísel (Obr. ??) zadejte

1.2.3 Styl a tloušťka čar

Podívejme se nyní na to, jaké možnosti nám Maple poskytuje při volbě stylu vykreslování a tloušťky čar. Volby `linestyle` a `thickness` mohou nabývat celočíselných nezáporných hodnot z intervalů $[0, 7]$ a $[0, 15]$, viz. též Obr. ?? a ??.

1.2.4 Barvy

1.2.5 Implicitní volby

1.2.6 Více funkcí v jednom obrázku

1.3 Struktura dvojdimenzionální grafiky

Abychom věděli, jak „hodnověrně“ Maple zobrazuje grafy funkcí, je vhodné vědět, jak příkaz **plot** v Maplu funguje.

Vytváření obrázku probíhá ve dvou fázích.

1. Jsou spočítány funkční hodnoty v referenčních bodech a jsou uloženy do objektu `PLOT`.
2. Objekt je vykreslen na obrazovce.

Všimněme si nyní tvorby grafu funkce $f(x) = \sqrt{2} - \sqrt{2\sqrt{x}}$ (Obr. ??).

Nejdříve se vyhodnotí první argument příkazu **plot** (popisuje zadanou funkci), dále jsou vybrány ekvidistantní body ze zadaného intervalu (implicitně je jich 49) a v těchto bodech jsou numericky spočteny funkční hodnoty.

Pro získání „hladké“ křivky je Maple vybaven algoritmem pro získání většího počtu referenčních bodů. Maple pospojuje referenční body pomocí úseček a kontroluje, jestli mezi některými úsečkami není příliš velký úhel. V tomto případě zvolí v této oblasti větší počet referenčních bodů. Maximální počet referenčních bodů je určen volbou `resolution`, jejíž implicitní hodnota je 200. Tedy počet referenčních bodů je mezi 49 a 200.

Pomocí příkazu **display** můžeme zmenšovat či zvětšovat dříve nakreslený obrázek. Vidíme, že pro malé hodnoty x Maple využívá zjemňovací algoritmus. Přesvědčíme se o této skutečnosti nastavením vyšší hodnoty proměnné `infolevel[plot]`.

Pro srovnání nastavíme nyní volbu `adaptive` na `false`.

Efekt zjemňovacího algoritmu je dobře patrný na obrázcích ?? a ??, kde množinu referenčních bodů zadáme sami pomocí volby `sample`.

Kdykoliv při tvorbě grafu funkce narazíme na nepravidelnosti (jako třeba na obrázku ??), můžeme se pokusit obrázek „vylepšit“ zvýšením počtu referenčních bodů, tj. nastavením větší hodnoty volbou `numpoints`.

Podívejme se nyní ještě na to, jak vypadá v Maplu datová struktura (objekt) `PLOT`. Následující objekt popisuje trojúhelník s vrcholy $(1, 1)$, $(2, 2)$ a $(3, 1)$ (obr. ??). Argumenty `CURVES(...)`, `AXESSTYLE` a `SCALING` jsou částmi grafického objektu získaného pomocí

Obrázek ?? získáme vyhodnocením grafického objektu