

**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
**ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY**

# **Bakalářská práce**

**BRNO 2012**

**PAVLÍNA NĚMCOVÁ**



**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

---



# **Tvorba matematické grafiky pomocí programu GeoGebra**

Bakalářská práce

**Pavλίna Němcová**

**Vedoucí práce: RNDr. Roman Plch, Ph.D.**

**Brno 2012**

# Bibliografický záznam

<b>Autor:</b>	Pavλίna Němcová Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav matematiky a statistiky
<b>Název práce:</b>	Tvorba matematické grafiky pomocí programu GeoGebra
<b>Studijní program:</b>	Matematika
<b>Studijní obor:</b>	Matematika se zaměřením na vzdělávání
<b>Vedoucí práce:</b>	RNDr. Roman Plch, Ph.D.
<b>Akademický rok:</b>	2011/2012
<b>Počet stran:</b>	vii + 36
<b>Klíčová slova:</b>	GeoGebra; matematická grafika; $\text{\LaTeX}$ ; PSTricks; PGF and TikZ; Asymptote

# Bibliographic Entry

**Author:** Pavlína Němcová  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Mathematics and Statistics

**Title of Thesis:** Graphics in GeoGebra

**Degree Programme:** Mathematics

**Field of Study:** Mathematics with a view to Education

**Supervisor:** RNDr. Roman Plch, Ph.D.

**Academic Year:** 2011/2012

**Number of Pages:** vii + 36

**Keywords:** GeoGebra; mathamtics graphics;  $\LaTeX$ ; PSTricks; PGF and TikZ; Asymptote

# Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá volně šiřitelným multiplatformním matematickým softwarem GeoGebra. Jedná se o program spojující geometrii, algebru a diferenciální počet. V první části práce je popsána instalace a ovládání programu. Druhá část se věnuje exportu vytvořených konstrukcí. Důraz je kladen na výstupy vhodné pro začlenění do  $\text{\LaTeX}$ . U jednotlivých typů exportu jsou popsány také problémy, které mohou vzniknout, a návrh jejich řešení. Poslední kapitola sestává z ukázek vytvořené grafiky.

# Abstract

This thesis deals with free and multiplatform mathematics software GeoGebra. GeoGebra joins geometry, algebra and calculus. The first part describes installation and control of the program. The second part presents how to export construction from GeoGebra. The emphasis is put on outputs suitable for  $\text{\LaTeX}$ . There are also possible problems and their solution suggestion. The last chapter contains some illustration of created graphics.



Masarykova univerzita



Přírodovědecká fakulta

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Pavčina Němcová**

Studijní program - obor: **Matematika - Matematika se zaměřením na vzdělávání**


Ředitel Ústavu matematiky a statistiky PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:

### Tvorba matematické grafiky pomocí programu Geogebra

#### Graphics in Geogebra

*Oficiální zadání:* Popište a prezentujte možnosti programu Geogebra při tvorbě matematické grafiky a animací. Zaměřte se na přípravu výstupu vhodného pro začlenění do TeXu (export do jazyků Pstricks, Pgf/Tikz a Asymptote).


*Literatura:* Komtatidze, Lenka - Plch, Roman. *Sázíme v LaTeXu diplomovou práci z matematiky*. 1. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2003. 122 s. ISBN 80-210-3228-6.

*Vedoucí bakalářské práce:* RNDr. Roman Plch, Ph.D. 

*Datum zadání bakalářské práce:* květen 2011

*Datum odevzdání bakalářské práce:* dle harmonogramu ak. roku 2011/2012

V Brně dne 31.10.2011

  
v. z. prof. RNDr. Jiří Rosický, DrSc.  
Ředitel Ústavu matematiky a statistiky

Zadání bakalářské práce převzal dne:

30. 11. 2011

Podpis studenta

Němcová 

# Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat RNDr. Romanu Plchovi, Ph.D za vedení práce, ochotný přístup a cenné připomínky.

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 24. května 2012

.....  
Pavλίna Němcová

# Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>1</b>
<b>Kapitola 1. GeoGebra</b> .....	<b>2</b>
1.1 Instalace .....	2
1.2 Ovládání .....	2
1.2.1 Možnosti zobrazení .....	2
1.2.2 Konstrukce pomocí panelu nástrojů .....	3
1.2.3 Konstrukce pomocí vstupního pole .....	11
<b>Kapitola 2. Export</b> .....	<b>16</b>
2.1 PSTricks .....	17
2.1.1 Export .....	17
2.1.2 Možné problémy .....	18
2.2 PGF/TikZ .....	20
2.2.1 Export .....	21
2.2.2 Možné problémy .....	21
2.3 Asymptote .....	23
2.3.1 Export .....	23
2.3.2 Možné problémy .....	24
2.4 Porovnání PSTricks, PGF/TikZ a Asymptote .....	25
<b>Kapitola 3. Ukázky</b> .....	<b>29</b>
<b>Závěr</b> .....	<b>34</b>
<b>Seznam použité literatury</b> .....	<b>35</b>



# Úvod

Tato bakalářská práce se věnuje tvorbě matematické grafiky v programu GeoGebra. GeoGebra je dynamický matematický software, který spojuje geometrii, algebru a diferenciální počet. Její první verze vyšla jako diplomová práce Markuse Hohenwartera jako pomůcka pro výuku matematiky. Jedná se o volně šiřitelný multiplatformní software určený převážně pro učitele matematiky [4, str. 6]. Vývoj GeoGebry začal v roce 2001. Od té doby získala řadu ocenění jako vzdělávací software. Dnes se na jejím vývoji podílí několik lidí z celého světa<sup>1</sup>.

Práce je členěna do tří kapitol. První kapitola se zabývá instalací a ovládním programu. Druhá kapitola popisuje možnosti exportu vytvořených konstrukcí. Práce je zaměřena na výstupy, které lze přímo začlenit do  $\text{\TeX}$ . Zabývá se také problémy, které mohou při jednotlivých typech exportu vzniknout, a návrhem jejich řešení. Poslední kapitola sestává z ukázek matematické grafiky z různých oblastí matematiky vytvořených v GeoGebře. V práci je používána GeoGebra 4.0 a  $\text{\TeX}$ Live 2010.

---

<sup>1</sup>Z České republiky je to Zbyněk Konečný – student Fakulty Informatiky MU.

# Kapitola 1

## GeoGebra

### 1.1 Instalace

Před vlastní instalací je třeba mít nainstalovanou Javu, kterou lze snadno a zdarma stáhnout z <http://java.com/en/download/index.jsp>.

Instalace GeoGebry není vůbec nutná, plnou verzi programu lze kdykoli spustit v internetovém prohlížeči. Pokud ovšem chceme pracovat s programem i v režimu offline, lze jej zdarma stáhnout z oficiálních stránek <http://www.geogebra.org/cms/en/download>. Na těchto stránkách máme tři možnosti. Zvolíme-li „Applet Start“, spustí se GeoGebra v našem prohlížeči. Zbylé dva odkazy jsou soubory ke stažení. „GeoGebraPrim“ je uzpůsobena pro základní školy. Tudíž má o něco jednodušší ovládání, oproti plné verzi ale nabízí méně možností. Verze „WebStart“ je téměř identická s online verzí. Nabídne nám tedy veškeré dostupné nástroje (dále pracujeme s touto verzí). Spustíme-li stažený soubor, celá instalace se provede automaticky (je třeba připojení k internetu).

Když zvolíme před stažením jako jazyk stránek češtinu, bude nainstalovaný program rovnou česky. Pokud však po spuštění bude program v angličtině, lze toto nastavení snadno změnit (pomocí menu **Options** → „Language“ → „A-D“ → „Czech“).

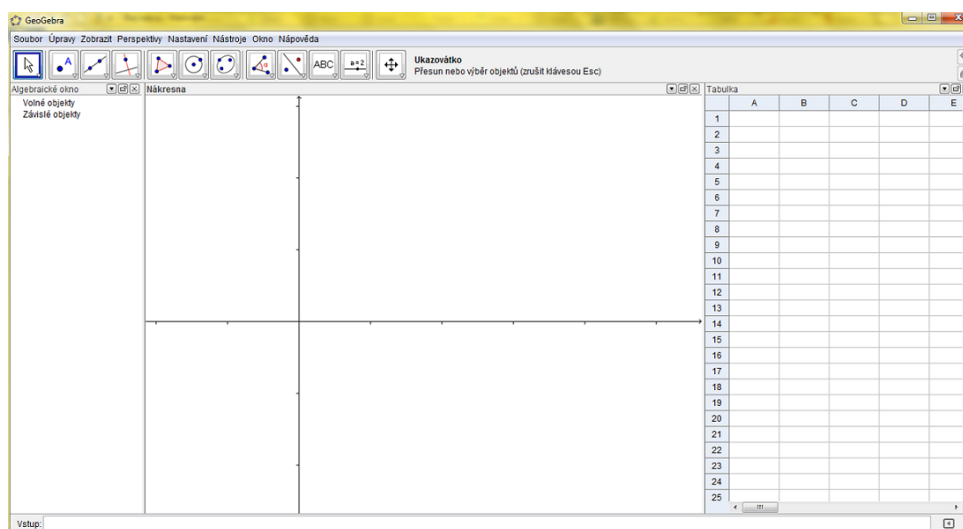
### 1.2 Ovládání

Vytvořené konstrukce můžeme samozřejmě uložit (pomocí menu **Soubor** volbou „Uložit“ případně „Uložit jako“) jako soubor GeoGebry (ggb) a poté je kdykoli znovu v GeoGebře otevřít. K dispozici je také export do jiných formátů (viz Kapitola 2).

#### 1.2.1 Možnosti zobrazení

Při práci v GeoGebře můžeme pracovat s objekty v různých prostředích (algebraické okno, grafické prostředí neboli nákresna, tabulka, vstupní pole), která lze kdykoli zobrazit nebo skrýt (viz Obr. 1.1). V nákresně se nám zobrazují vytvořené objekty. V algebraickém okně potom najdeme jejich zápis (rovnice, souřadnice, . . .). Objekty jsou zde rozděleny na závislé a nezávislé. Poslední možné zobrazení je tabulkou, všechny buňky této tabulky jsou označeny a lze se na ně tedy snadno odkazovat.

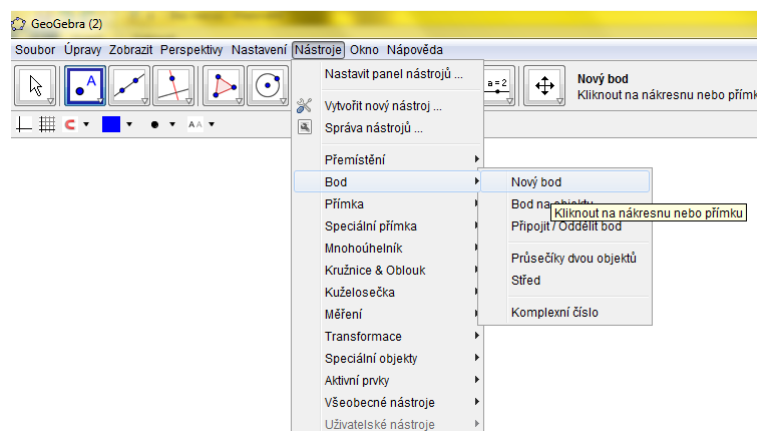
Při práci v grafickém prostředí můžeme s výhodou využít zobrazení (nebo skrytí) souřadné osy, či celé mřížky. Praktický může být také „zápis konstrukce“, který GeoGebra sama generuje. K vlastnímu vytváření konstrukcí využíváme vstupní pole a panel nástrojů. Do vstupního pole můžeme psát „příkazy“ přímo, zatímco panel nástrojů nám požadovaný objekt vygeneruje pouhým kliknutím. Panel nástrojů však obsahuje jen základní příkazy, vstupní pole umožňuje mnohem složitější konstrukce.



Obrázek 1.1: Obrazovka GeoGebry




## 1.2.2 Konstrukce pomocí panelu nástrojů

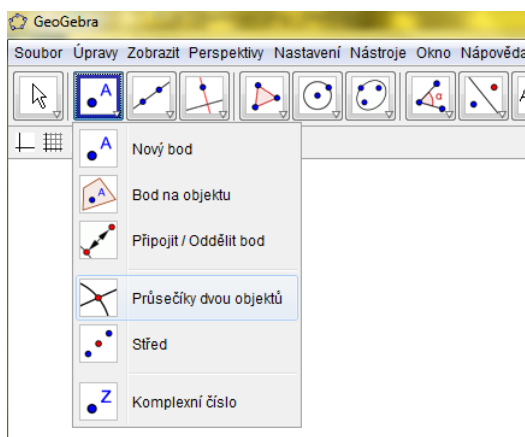
Pomocí panelu nástrojů lze sestavit řada objektů pouhým kliknutím. V panelu nástrojů najdeme několik tlačítek, která mají každé vlastní nabídku. Nástroje se vybírají kliknutím na ně. Velkou výhodou je, že po zapnutí určitého nástroje program automaticky zobrazí stručnou nápovědu k vybrané položce. Tato nápověda je velmi užitečná zvláště u složitějších nástrojů, neboť nám například řekne, v jakém pořadí máme objekty volit. Veškerý obsah panelu nástrojů lze také najít v horní liště v menu **Nástroje** (viz Obr. 1.2). Zde popíšeme jen základní nástroje a ty, které mohou být užitečné při vykreslování grafů funkcí.



Obrázek 1.2: Menu nástroje

## Body




Název		Popis
<b>Nový bod</b>		Vytvoří nový bod v místě kliknutí. Pokud chceme vytvořit bod určitých souřadnic, lze použít mřížku. Body lze umístit i na již existující objekty, bod poté mění vlastnosti (nejčastěji polohu) spolu s objektem. Implicitně jsou body označeny velkými písmeny abecedy, tečkou a mají modrou barvu.
<b>Průsečíky dvou objektů</b>		Najde všechny průsečíky zvolených objektů. Aktivujeme jej podle Obr. 1.3 (podobně volíme i další nástroje). Potom už stačí kliknout postupně na objekty, jejichž průsečík nás zajímá. Takto vzniklé body jsou implicitně značeny černou barvou.
<b>Střed</b>		Nástroj funguje obdobně jako průsečík dvou objektů. Tomu odpovídá také základní nastavení. Lze hledat střed úsečky, mnohoúhelníka či kuželosečky. Se změnou objektů se automaticky posouvá i jejich střed.








Obrázek 1.3: Výběr průsečíku

## Přímky a úsečky

Pomocí lišty nástrojů lze také vytvářet přímky a úsečky. Implicitně jsou vykreslovány černou nepřerušovanou čarou.





<b>Přímka dvěma body</b>		Přímku lze vést buď již existujícími body, nebo kliknutím vytvořit body nové (přímo nástrojem přímka). Pohybujeme-li pak některým z těchto bodů, přímka mění svůj sklon. Dalšími body, které se na přímce nacházejí, je možné pohybovat pouze po této přímce (jsou označeny jako závislé).
<b>Úsečka daná dvěma body</b>		Nástroj úsečka, funguje analogicky jako přímka.
<b>Úsečka dané délky</b>		Začíná v zadaném bodě, po jeho označení (resp. vytvoření) se program zeptá na požadovanou délku (v cm).

Další užitečné přímky





<b>Kolmice</b>	
<b>Rovnoběžka</b>	
<b>Osa úsečky</b>	
<b>Osa úhlu</b>	
<b>Tečny z bodu</b>	

## Kuželosečky

Kuželosečky jsou vykreslovány černou nepřerušovanou čarou bez výplně.





<b>Kružnice daná středem a bodem</b>		Vykreslí příslušnou kružnici. Podobně jako u přímky lze pracovat jak s již existujícími body, tak vytvořit kliknutím body nové.
<b>Kružnice daná středem a poloměrem</b>		Při této volbě nás program po označení středu vyzve k zadání číselné hodnoty poloměru.
<b>Kružítko</b>		Vytvoří kružnici, jejímž poloměrem je délka úsečky (resp. vzdálenost dvou bodů).
<b>Kružnice daná třemi body</b>		Tato volba nevyžaduje střed, vede kružnici libovolnými třemi body.

### Další kuželosečky

<b>Elipsa</b>		Je třeba zadat ohniska a libovolný další bod kuželosečky.
<b>Hyperbola</b>		
<b>Parabola</b>		Vstupními informacemi jsou bod a řídicí přímka.
<b>Kuželosečka daná pěti body</b>		Po zadání (vytvoření) pěti bodů program vykreslí odpovídající kuželosečku, která všemi těmito body prochází.

## Úhly a vzdálenosti

V panelu nástrojů lze kromě „rýsování“ také „měřit“ úhly a vzdálenosti. Standardně se úhly označují zelenou barvou, obloučkem (pravý úhel je zvýrazněn kolmicemi – lomenou čarou) a je vyznačena jejich velikost.



<b>Úhel (daný body nebo přímkami)</b>		<p>Úhly jsou vykreslovány proti směru hodinových ručiček a je tedy třeba si dát pozor na pořadí v jakém body (resp. přímkou) zadáváme.</p>
<b>Úhel dané velikosti</b>		<p>Je třeba zadat bod, vrchol a velikost úhlu ve stupních či radiánech. Při zadávání velikosti lze zvolit, zda se úhel vykreslí ve směru (resp. proti směru) hodinových ručiček. Společně s úhlem se nevytvoří jeho ramena, ale pouze příslušná kruhová výseč, která úhel označuje. Chceme-li úhel i s rameny, musíme k jejich vytvoření použít nástroj přímkou (resp. polopřímka).</p>
<b>Vzdálenost</b>		<p>Změří vzdálenost dvou bodů (resp. velikost úsečky), případně obvod zvoleného objektu. Současně tento nástroj vytvoří text s příslušnou hodnotou.</p>
<b>Obsah</b>		<p>U mnohoúhelníků a kuželoseček měří jejich obsah (a stejně jako u vzdálenosti vytváří příslušný text).</p>

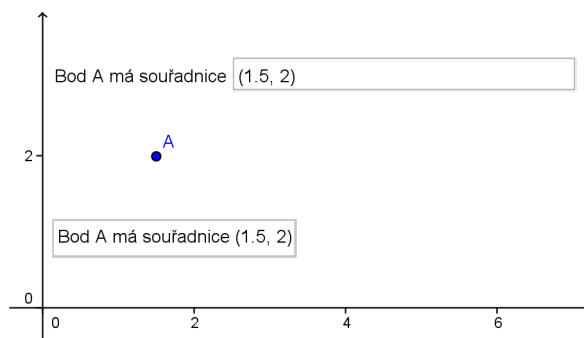
## Další užitečné nástroje

Nástroje uvedené výše sloužily k vytváření nových objektů. Nástroje uvedené v následující tabulce využijeme převážně k manipulaci s již vytvořenými objekty.

<b>Ukazovátka</b>		Pomocí ukazovátka lze pohybovat s celými objekty, případně s jejich částmi (platí pouze pro nezávislé objekty).
<b>Pohybovat s nákresem</b>		Pohybuje celou nákresem (aniž bychom měnili souřadnice jednotlivých objektů).
<b>Zvětšení</b>		Přibližuje nákresem.
<b>Zmenšení</b>		Oddaluje nákresem.
<b>Posuvník</b>		Vytvoří parametr, jehož hodnotu lze měnit (např. abychom demonstrovali, jak se v závislosti na něm mění graf funkce). Posuvník se vytvoří v místě kliknutí. Můžeme vytvořit posuvník s čísly či úhly, nastavit lze také interval nebo „velikost kroku“. S posuvníkem lze manipulovat myší případně nastavit samostatné animace.
<b>Vložit text</b>		Tento nástroj umožňuje vložit text, který může a nemusí být závislý na některém z nakreslených objektů. Při připojení objektu se text automaticky mění, pokud se změní daný objekt. Pro matematický text lze použít příkazy $\LaTeX$ u. Tato možnost je vhodná například pro vytvoření nadpisů nebo slovních popisů přímo v okně GeoGebry.
<b>Vložit textové pole</b>		Vloží text (popis) a za něj textové pole s informacemi o daném spojeném objektu (při této volbě je vždy nutné zvolit objekt, na kterém bude hodnota závislá). Informace o objektu jsou odděleny rámečkem. Textové pole je vhodné využít pro doplňující popisky. Rozdíl mezi textem a textovým polem je vidět na Obr. 1.4.
<b>Zobrazit/skrýt objekt</b>		Tento nástroj využijeme hlavně při složitějších konstrukcích, například pro „schování“ pomocných objektů.



<b>Zobrazit/skrýt popis</b>		Změní viditelnost popisu.
<b>Zrušit objekt</b>		Smaže objekt.

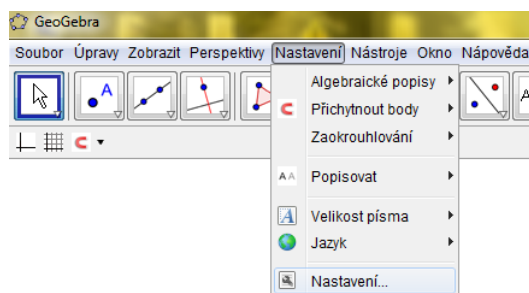


Obrázek 1.4: Textové pole (nad bodem) vs. text (pod bodem)

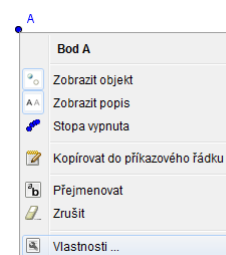
### Přizpůsobení vzhledu objektů

Všechna předdefinovaná nastavení lze upravit. Chceme-li upravit nastavení všech objektů daného druhu (např. všech bodů), provedeme to pomocí menu **Nastavení**, kde opět zvolíme možnost „Nastavení“ (viz Obr. 1.5).

Pokud potřebujeme změnit pouze jeden konkrétní objekt, stačí na něj kliknout pravým tlačítkem a vybrat „Vlastnosti“ (viz Obr. 1.6).

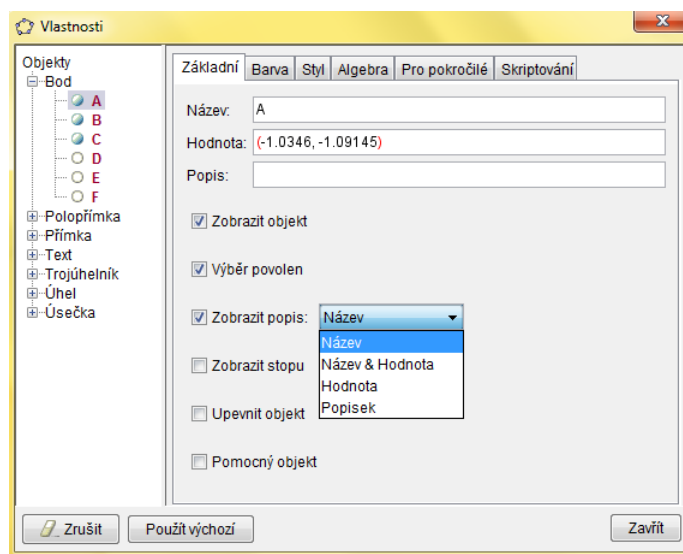


Obrázek 1.5: Nastavení vlastností pomocí menu



Obrázek 1.6: Nastavení vlastností vybraného objektu

Zvolíme-li „Vlastnosti“, objeví se nám okno s několika záložkami (viz Obr. 1.7).



Obrázek 1.7: Okno vlastností

V záložce **Základní** můžeme nastavit název, hodnotu (definici) a popis objektu (lze využít i příkazů  $\LaTeX$ ). Rozhodujeme také, zda je objekt zobrazován, jak je popsán, apod. Zaškrtneme-li „Zobrazit stopu“, bude se vykreslovat při posouvání objektu. Záložka **Barva** nám umožňuje měnit barvu vybraného objektu.

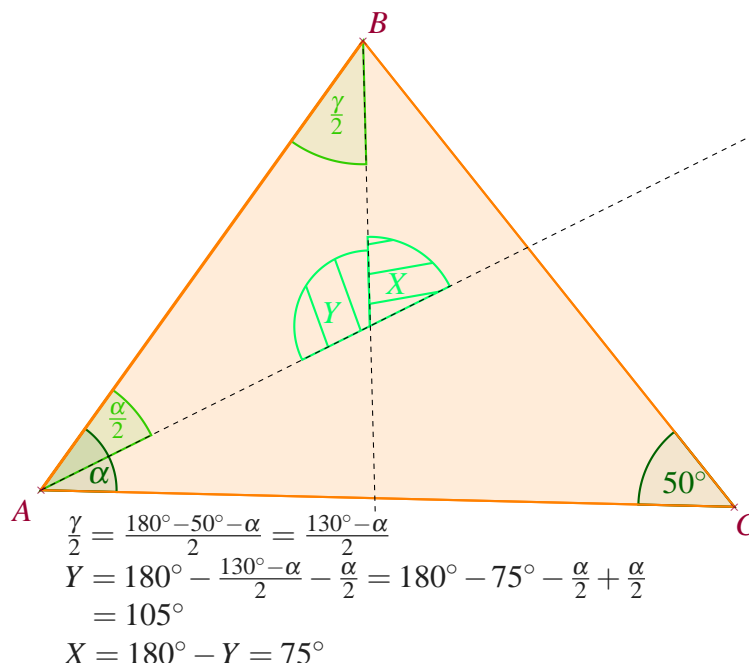
V záložce **Styl** lze upravovat styl značení (např. u bodu lze puntík vyměnit za křížek), tloušťku a vzhled čar (např. u přímek či křivek můžeme zvolit přerušovanou či čerchovanou čáru) a výplň (např. u mnohoúhelníků). Výplň může být „Standardní“, což znamená barvou (lze nastavit průhlednost – nulovou průhlednost volíme, chceme-li objekt bez výplně); „Šrafovaná“ (zde můžeme volit směr šrafování i vzdálenost mezi jednotlivými čarami) nebo „Obrázkem“ (který vybereme ze souboru).

Následující záložku **Algebra** lze využívat pouze u některých objektů (typicky u přímek, bodů či kuželošček). Tady můžeme nastavit pro bod možnost zápisu souřadnic (Kartézské nebo polární souřadnice, případně zápis formou komplexního čísla), pro přímkou či kuželoščku typ rovnice popisující danou strukturu. Zde nastavené souřadnice (resp. rovnice) se nám zobrazí, zvolíme-li popis objektu hodnotou (v záložce **Základní**).

Předposlední záložka **Pro pokročilé** umožňuje nastavování dynamických barev (tedy takových, které se za určitých podmínek mění), vrstev a podmínek zobrazování objektu. Těmito pokročilými funkcemi se zde však zabývat nebudeme. Stejně jako poslední záložkou **Skriptování**, která umožňuje provádět posloupnosti příkazů (jedná se tedy o jakési programování v rámci GeoGebry).

V menu **Nastavení** po zvolení „Nastavení“ můžeme kromě výchozího nastavení objektů určitého druhu měnit také vzhled náčrtny. Vybereme-li tedy nastavování náčrtny, opět máme k dispozici několik záložek. V záložce **Základní** volíme „Rozměry“ os (tedy minimální a maximální hodnotu, která bude momentálně zobrazena), poměr osa  $x$  : osa  $y$ , dále jejich barvu, styl či zda jsou vůbec zobrazeny. Ve stejné záložce můžeme také změnit barvu pozadí celé náčrtny. V záložce „Osa  $x$ “ nastavujeme značky, popis, jednotky, vzdálenost dvou značek pro tuto osu, zda budou zobrazena čísla nebo pouze značky, zda bude osa vůbec zobrazena a průsečík s osou  $y$ . Obdobně v záložce „Osa  $y$ “ nastavujeme uvedené parametry pro osu  $y$ . V záložce **Mřížka** pak můžeme zvolit, zda se mřížka zobrazí,

styl čar, barvu mřížky a souřadnicový systém (vybrat můžeme Kartézský, Izometrický či Polární). Výsledný obrázek po změně vlastností, pak může vypadat například jako na obrázku 1.8.



Obrázek 1.8: Obrázek po změně vlastností některých objektů

### Vytváření vlastních nástrojů

Poměrně jednoduchým způsobem lze v GeoGebře vytvářet také vlastní nástroje a přidávat je na panel nástrojů. Vlastní nástroje mohou být užitečné např. pro některé složitější konstrukce, které provádíme často.

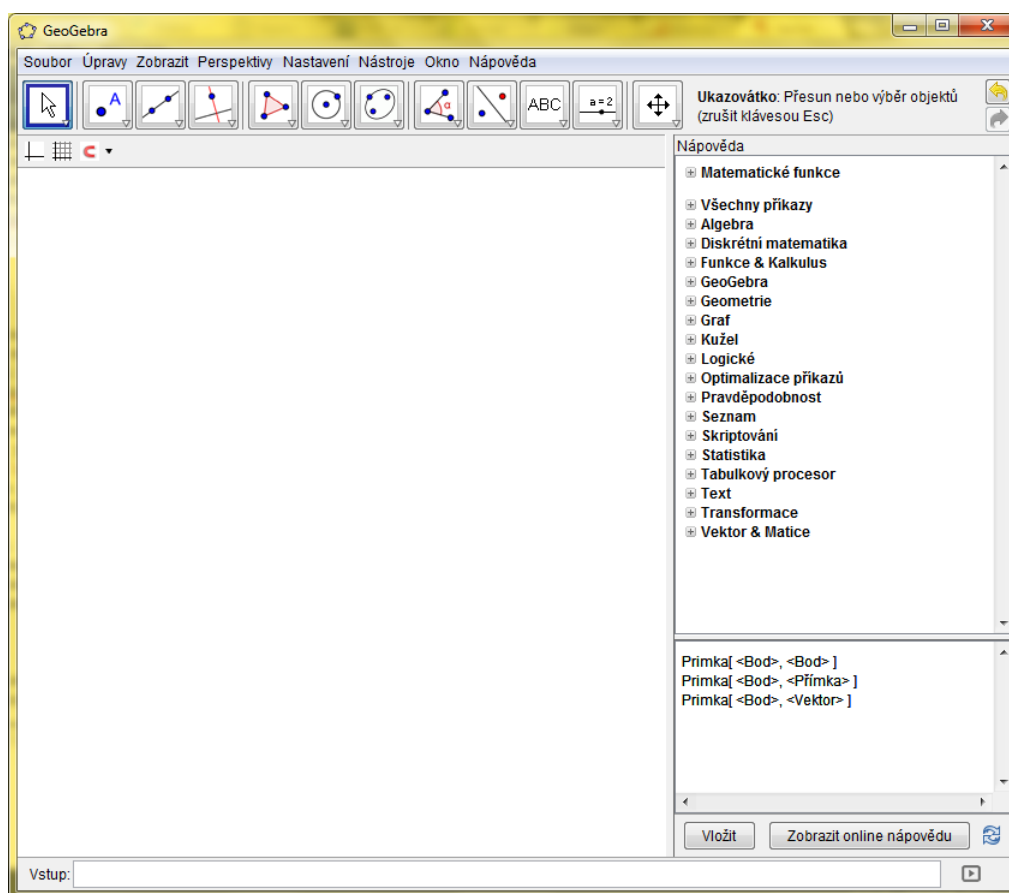
Před vlastním vytvořením nástroje je třeba nejdříve v GeoGebře provést požadovanou konstrukci. Nový nástroj vytvoříme pomocí menu **Nástroje**, položkou „Vytvořit nový nástroj“ (viz Obr. 1.2). Zde zadáme „Výstupní objekty“ (tedy to, co chceme vytvořit), „Vstupní objekty“ (to, co je potřeba zadat), nakonec vytvoříme název a nápovědu daného nástroje.

Takto vytvořený nástroj se automaticky přidá na panel nástrojů. Toto však platí pouze pro aktuální otevřené okno GeoGebry. Pokud chceme nástroj používat i později, je třeba jej uložit. V menu **Nástroje** zvolíme položku „Správa nástrojů“ a poté klikneme na „Uložit jako“. Nástroj se uloží ve formátu ggt, který jej umožní kdykoli později otevřít v okně GeoGebry. Pro přehlednost je dobré si vytvořit speciální složku s vlastními nástroji.

### 1.2.3 Konstrukce pomocí vstupního pole

GeoGebra umožňuje provádět konstrukce nejen pomocí panelu nástrojů. Jiným způsobem, který navíc nabízí řadu dalších možností, je zadávání objektů pomocí vstupního pole. Vstupní pole je řádek, do kterého lze zapisovat příkazy. Po zadání příkazu jej stačí potvrdit klávesou Enter. Požadovaný objekt se pak vykreslí.

Na pravé straně lišty vstupního pole najdeme tlačítko, které nám umožní zobrazit nápovědu. V ní můžeme najít přesné znění jednotlivých příkazů a jejich syntaxi. Příkazy jsou vcelku přehledně uspořádány podle jednotlivých oblastí matematiky (například úsečku najdeme v oddíle „Geometrie“). Zvolíme-li určitý příkaz, ukáže se nám jeho možná syntaxe (viz Obr. 1.9). Nápověda k jednotlivým příkazům (i se syntaxí) se zobrazuje také při jejich zadávání do vstupního pole (např. napíšeme-li do vstupního pole Kruz, zobrazí se nám nápověda pro příkaz Kružnice a KružniceVepsana, šipkami si můžeme zvolit požadovanou možnost a po stisknutí klávesy Enter se nám příkaz „dopíše“). Všechny příkazy i nápověda syntaxe jsou přeloženy do češtiny, překlad však není vždy úplně šťastný. Někdy je proto užitečné využít podrobnější anglickou nápovědu na internetových stránkách GeoGebry, na kterou nás přesměruje tlačítko **Zobrazit online nápovědu**.



Obrázek 1.9: Nápověda vstupního pole

Body lze zadávat ve tvaru  $A = (x, y)$ . Funkce, přímky nebo kuželosečky můžeme zadávat třemi způsoby. Explicitní rovnicí (např.  $f(x) = x$  nebo  $f: y = x$ ), implicitně (např.  $g: y^3 + 2xy + x^3 = 0$ ) nebo pomocí příkazu Funkce resp. Krivka (viz níže).

V tabulce 1.2 ukážeme přehled základních matematických operací a funkcí tak, jak je lze vkládat do vstupního pole.

Způsob zadání	Význam
+	sčítání
-	odčítání
* nebo mezera	násobení
/	dělení
^	umocňování
sqrt()	druhá odmocnina
cbrt()	třetí odmocnina
!	faktoriál
abs()	absolutní hodnota
sgn() nebo sign()	funkce signum
exp()	exponenciální funkce
ln()	přirozený logaritmus
log(b,x)	logaritmus z $x$ o základu $b$
lg(), ld()	dekadický logaritmus, logaritmus o základu 2
sin(), cos()	funkce sinus, kosinus
tan(), cot()	funkce tangens, kotangens
asin(), acos()	funkce arkus sinus, arkus kosinus
atan()	funkce arkus tangens <sup>1</sup>
x(), y()	$x$ -ová souřadnice, $y$ -ová souřadnice
random	generátor náhodných čísel z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ <sup>2</sup>
round()	zaokrouhlení

Tabulka 1.2: Tabulka zadávání matematických operací

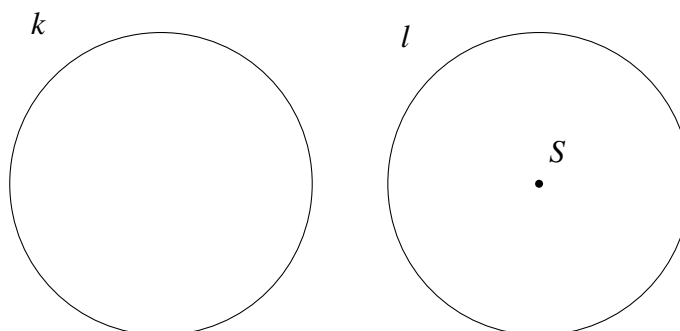
Písmena řecké abecedy lze vkládat dvěma způsoby. Pomocí výběrového tlačítka, které je umístěno v pravém rohu vstupního pole a obsahuje kromě řeckých písmen také jiné užitečné znaky (např.  $\leq$ ,  $\parallel$ ,  $\infty$ , ...). Druhá možnost je použít klávesové zkratky **Alt** + písmeno (např. **Alt** + **p** vrací  $\pi$ ). Tato zkratka ale funguje pouze na některá písmena, lze ji však použít i pro jiné konstanty (např. **Alt** + **e** vrací  $e$  místo  $\varepsilon$ ). Základní matematické konstanty (tedy  $e$ ,  $\pi$ ,  $i$ ) lze zadávat také přímo (tedy  $e$ ,  $\pi$ ,  $i$ ), ale pouze v případě, pokud takto nejsou pojmenovány nějaké dříve vytvořené objekty.

S objekty pracujeme pomocí příkazů. Ty se většinou jmenují podle požadovaného výstupu. Chceme-li daný objekt nějak označit, napíšeme požadované jméno s rovnítkem před zvolený příkaz (např.  $k = \text{Kruznice}[(1, 1), 2]$ ). Pokud jméno nezadáme, GeoGebra jej vygeneruje automaticky. Při označování objektů program rozlišuje velká a malá písmena, u názvů příkazů již mezi nimi nerozlišuje. Při práci s příkazy, u nichž je třeba zadávat body, lze použít jak již existující body, tak zadat nové pomocí souřadnic. Takto zadané body se ale nevytvoří, pouze se použijí v konstrukci. V předchozím příkladě bychom tedy

<sup>1</sup>funkce arkus kotangens není podporována

<sup>2</sup>generují se reálná čísla s přesností na zvolený počet desetinných míst (menu **Nastavení** → **Zaokrouhlování**)

vytvořili pouze kružnici, pokud bychom chtěli i její střed, museli bychom napřed vytvořit bod  $S$  a poté kružnici (příkazem  $l = \text{Kružnice}[S, 2]$ ). Rozdíl mezi předchozími dvěma příklady je vidět na obrázku 1.10.



Obrázek 1.10: Kružnice  $k$  a  $l$

V příkazech není nutné pracovat pouze s konkrétními čísly, ve všech příkazech, které vyžadují zadání čísla, lze pracovat rovněž s parametry (např.  $g(x) = x + a$ ). Tyto však musíme napřed vytvořit. Parametr vytvoříme zadáním čísla do vstupního pole (např.  $a = 3$ ). Vznikne posuvník, jehož hodnotu lze měnit. Takto zadaný posuvník se vytvoří jako skrytý objekt (najdeme jej v algebraickém okně, pokud jej chceme zobrazit, stačí na něj kliknout). Implicitně nastavená maximální hodnota je 5 a minimální  $-5$ . Pokud zadáme číslo, které neleží v intervalu  $\langle -5, 5 \rangle$ , změní se hodnota maxima (resp. minima) na požadované číslo (např. zadáme-li  $b = 10$ , vytvoří se posuvník intervalu  $\langle -5, 10 \rangle$ ). Chceme-li zadat konkrétní rozmezí, lze použít příkaz **Posuvník**, kde do hranaté závorky zadáme minimální a maximální přípustnou hodnotu (v tomto pořadí). Takto vytvořený posuvník se přímo zobrazí v nákrešně.

Pro zadávání funkcí můžeme také využít příkaz **Funkce**, který má syntaxi `Funkce[funkce, počáteční hodnota, koncová hodnota]` (např. `Funkce[sin(x), -pi, pi]`). Všechny argumenty jsou povinné, tento příkaz tedy použijeme v případě, pokud chceme pracovat s funkcí jen na určitém intervalu (místo počáteční nebo koncové hodnoty můžeme samozřejmě zadat  $\pm\infty$ , zároveň však musí být počáteční hodnota menší než koncová).

Pro zadávání křivek daných parametricky, slouží příkaz **Krivka** se syntaxí `Krivka[vyjádření x-ové souřadnice, vyjádření y-ové souřadnice, parametr, počáteční hodnota, koncová hodnota]`. Všechny parametry příkazu jsou opět povinné. Přičemž musí platit, že obě hodnoty jsou konečné, navíc  $x$  není možné použít jako parametr. Příkaz pro parametrické zadání pak může vypadat např. takto: `Krivka[t, t^2 - 2, t, -2, 2]`. GeoGebra bohužel neumožňuje zadávání křivek v polárních souřadnicích.

V průběhu konstrukce můžeme chtít některé objekty upravovat. Polohu objektů lze samozřejmě měnit nástrojem **Ukazovátka** (z panelu nástrojů). Potřebuje-li však u některého objektu změnit příkaz (resp. rovnici), kterým jej vytváříme, lze to udělat dvěma způsoby. První možnost je do vstupního pole napsat nový příkaz a objekt pojmenovat stejně jako ten, který chceme změnit. Takto se příkaz (resp. rovnice) automaticky přepíše. Pokud chceme příkaz pouze upravit (a ne zadávat úplně nový), stačí kliknout na požadovaný

objekt a stisknout klávesu F3. Ve vstupním poli se nám objeví definice označeného objektu a můžeme ji jednoduše upravit.

V následující tabulce uvedeme seznam nejdůležitějších příkazů společně s oddíly, ve kterých jsou v nápovědě zařazeny.

<b>Funkce &amp; Kalkulus</b>	<b>Geometrie</b>	<b>Kužel</b>
Derivace	Bod	Asymptota
DolniSoucet	BodV	Elipsa
Extrem	Kolmice	Hyperbola
Funkce	KruhOblouk3Body	Kruznice
HorniSoucet	KruhVysec3Body	KruzniceVepsana
InflexniBod	Mnolehelnik	Kuzelosecka
Integral	MnozinaBodu	Parabola
Koreny	Oblouk	Polokruznice
Krivka	OsaUhlu	Stred
NuloveBody	Poloprimka	
	Primka	
	PrunikOblasti	
	Prusecik	
	Tecna	
	Teziste	
	Uhel	
	Usecka	
	Vrchol	
	Vysec	
	Vzdalenost	

## Kapitola 2

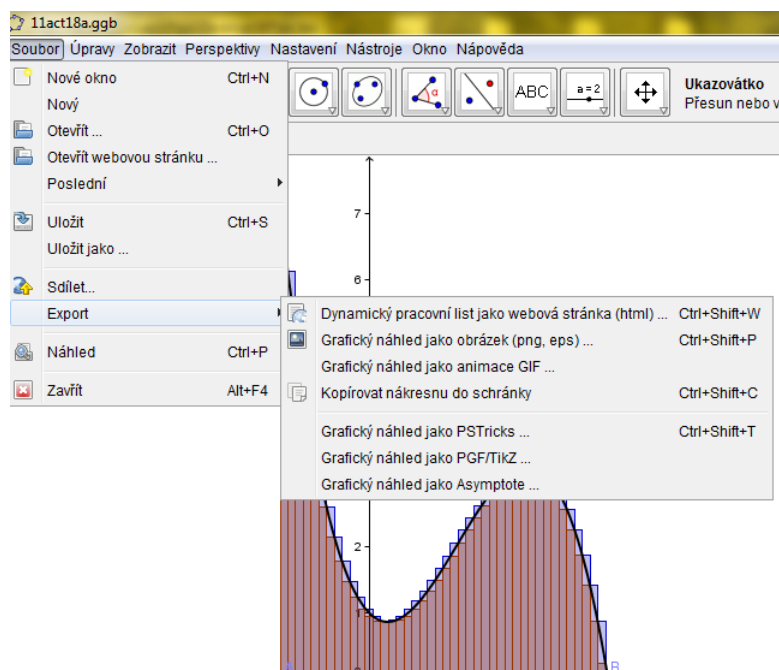
### Export

GeoGebra nabízí řadu možností exportu vytvořené grafiky. Nejjednodušší způsob je vytvořené konstrukce exportovat jako obrázek (viz Obr. 2.1). To je možné hned v několika formátech, z rastrových v PNG, GIF; z vektorových v SVG, EMF a z univerzálních dokumentových formátů v PDF, EPS. Vždy je možné nastavit měřítko konstrukce (tedy změnit její velikost v zadaném poměru) a u některých formátů případně i rozlišení. S takto exportovanou grafikou už však nelze dále pracovat a vytvořené konstrukce tak ztrácejí svoji dynamičnost.

Pokud námi vytvořené konstrukce obsahují animace, které chceme ve výstupu zachovat, můžeme použít export do animovaného GIFu. Další možností je vytvořit „Dynamický pracovní list jako webovou stránku“. Tímto způsobem se také zachovají veškeré animace, navíc lze na vytvářenou stránku přidávat text a nástroje, pomocí nichž můžeme pak s konstrukcí pracovat přímo v prohlížeči.

Chceme-li vytvořené konstrukce použít v  $\LaTeX$ u (případně  $\TeX$ u), můžeme využít jeden z následujících formátů: PSTricks, PGF/TikZ nebo Asymptote. V  $\LaTeX$ u s nimi pracujeme pomocí balíčků, které jsou součástí každé distribuce  $\TeX$ u. Jejich hlavní výhodou je popisování obrázků stejným fontem, jako je použit pro zbytek dokumentu. Takto exportované obrázky lze navíc editovat přímo v  $\LaTeX$ u. Těmito formáty exportu se budeme podrobněji zabývat v následujících sekcích.





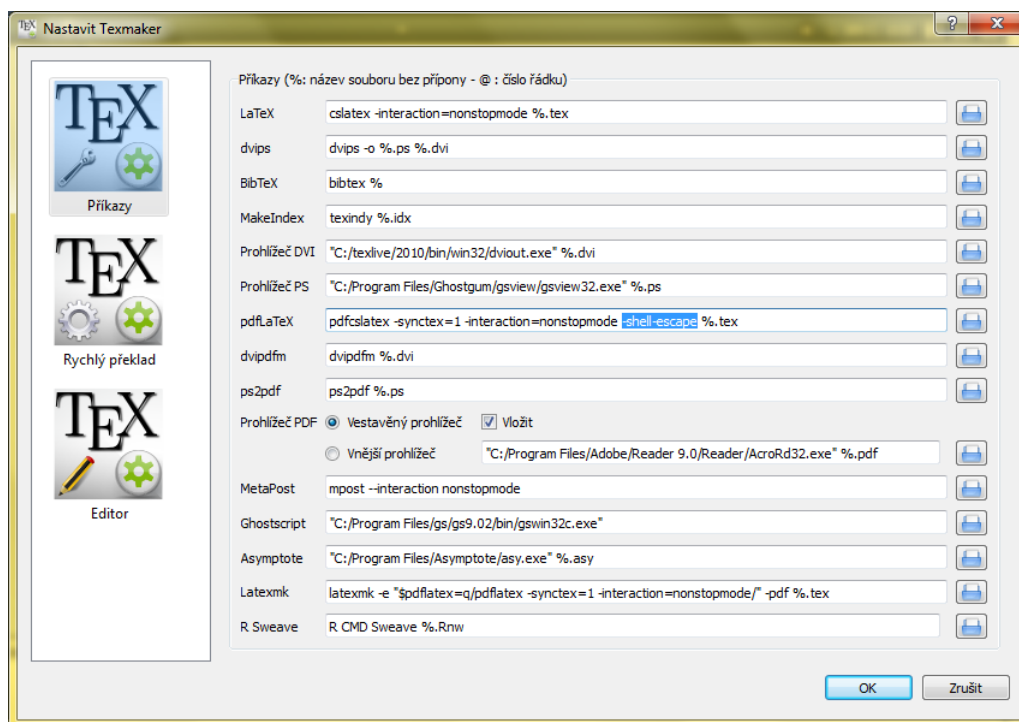
Obrázek 2.1: Export vytvořených konstrukcí

## 2.1 PSTricks

PSTricks je zkratka pro PostScript Tricks. Jedná se o balíček k tvorbě vektorové grafiky, který široce využívá starší programovací jazyk PostScript. Jelikož  $\text{\LaTeX}$  a PostScript spolu nemohou přímo komunikovat, je třeba pomocný výstup ve formátu DVI. Používáme-li tedy tento formát, nepřekládáme  $\text{pdf\LaTeX}$ em, ale pouze  $\text{\LaTeX}$ em. Pokud chceme jako výstupní formát PDF, je třeba zajistit, že zpracování dokumentu probíhá v krocích:  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$   $\text{dvips}$   $\rightarrow$   $\text{ps2pdf}$  [7, str. 15]. Alternativně (pokud trváme na překládání  $\text{pdf\LaTeX}$ em) lze toto řešit pomocí různých balíčků (viz např. [7]). Nejjednodušší je použít balíček `auto-pst-pdf`, který bývá součástí distribucí  $\text{\LaTeX}$ u (není jej tedy potřeba stahovat). Aby nám však fungoval, je třeba povolit spuštění externích programů pomocí nastavení `-shell-escape` v  $\text{TeXLive}$  nebo `-enable-write18` v  $\text{MiKTeX}$ u [7, str. 18]. Ukázka tohoto nastavení v  $\text{Texmaker}$ u viz Obr. 2.2.

### 2.1.1 Export

Zvolíme-li export pomocí PSTricks, otevře se nám okno stejné jako na obrázku 2.3. Zde je potřeba nastavit „Velikost písma pro  $\text{\LaTeX}$ “, maximální a minimální  $x$ -ovou a  $y$ -ovou souřadnici. Pokud toto nastavení měníme, v původním okně GeoGebry je námi vybraná oblast vyznačena modrým obdélníkem (snadno tak vidíme, zda-li je vidět vše, co chceme exportovat). V pravém horním rohu můžeme také zkontrolovat, jakou bude mít vygenerovaný obrázek výšku a šířku. Tyto parametry můžeme změnit buď přímo nebo pomocí parametru „jednotka na ose  $x$ “ resp.  $y$ . Pokud chceme zachovat výchozí poměr, je třeba měnit tyto parametry odpovídajícím způsobem (např. chceme-li, aby obrázek měl námi



Obrázek 2.2: Nastavení -shell-escape v Texmakeru

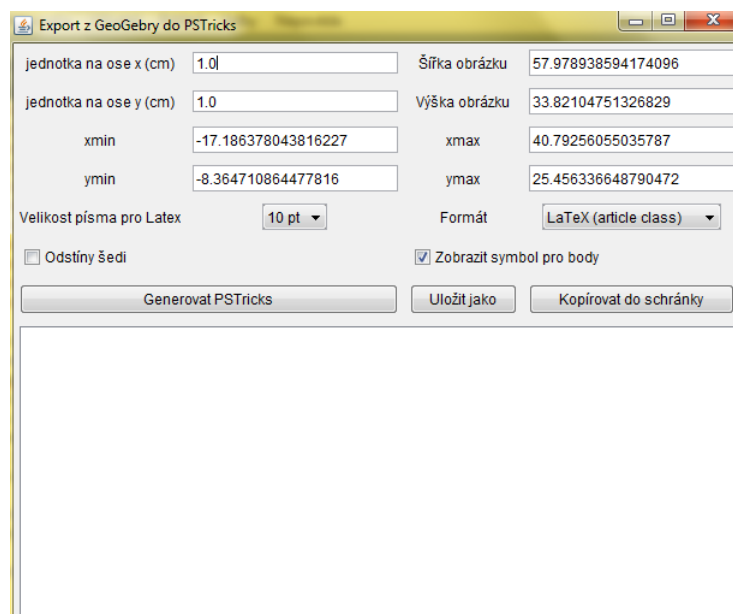
zadanou šířku a byly zachovány poměry, zadáme požadovanou šířku a upravíme jednotku na ose  $y$  tak, aby odpovídala jednotce na ose  $x$ ). Máme-li vše nastaveno, stačí kliknout na „Generovat PSTricks“. Vygenerovaný kód má charakter celého dokumentu, pokud jej vkládáme do již existujícího souboru  $\text{\LaTeX}$ u, zkopírujeme pouze příslušnou část kódu včetně balíčků a přeložíme. Hlavička dokumentu může pak vypadat například takto:

```
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{czech}
\usepackage{pstricks-add}
\usepackage{pst-func}
```

### 2.1.2 Možné problémy

Při exportu konstrukcí z GeoGebry se mohou vyskytnout problémy, které mohou pozměnit požadovaný vzhled obrázku.

Obsahuje-li konstrukce mnoho popisek, často se stává, že se některé z nich posunou a nejsou ve výsledném obrázku na stejném místě jako v „originále“. Toto lze snadno opravit přímo v  $\text{\LaTeX}$ u. Popisky bývají ve zdrojovém kódu na konci v prostředí `scriptsize`, v jazyce PSTricks jsou zadány příkazem `\rput`, následuje poloha popisky v souřadnicích v kulatých závorkách, barva (pro použití barev není třeba načítat balíček `color`, protože je již obsažen v balíčku `pstricks-add`) a samotný název ve složených závorkách (tedy např. `\rput(-4.13,13.74){\blue{\$A\$}}`). Změníme-li souřadnice v kulatých závorkách, změní se poloha bodu. Zde můžeme samozřejmě také upravit barvu, případně



Obrázek 2.3: Okno exportu pomocí PSTricks

velikost písma, pokud místo prostředí `scriptsize` použijeme jiné. Jestliže naše konstrukce obsahuje text, může dojít také k jeho posunutí, tento problém opravíme obdobně (text je uvozen stejným příkazem) pouze s tím rozdílem, že jej musíme hledat v jiné části kódu.

Další problém u textu (méně často také u popisek) může nastat, pokud pro jeho vytváření v GeoGebře používáme  $\LaTeX$ . Ve vygenerovaném kódu se pak mohou vyskytovat extra dolary ( $\$ \$$ ). Toto nastane, pokud při vytváření textu současně „zaškrtneme“ volbu „ $\LaTeX$  vzorec“ a neumažeme dolary, které nám GeoGebra vloží do pole pro napsání textu. Při exportu se pak dolary přidají automaticky, a proto jsou ve výstupu zdvojeny. Tuto chybu lze snadno odstranit jejich prostým umazáním a to buď přímo v okně pro vytváření textu v GeoGebře, nebo ve vygenerovaném kódu v  $\LaTeX$ u.

Při práci s popiskami a textem narazíme i na jiné problémy. Například při použití komplexních čísel je třeba v každém výskytu změnit  $i$  (které je takto vygenerováno a dělá problémy při překladu) na  $i$ . Také používáme-li v textu řecká písmena (která vybíráme z nabídky symbolů nebo vytváříme pomocí klávesových zkratk), budeme mít problém s překladem. Při tomto zadávání se totiž vloží odpovídajících symbol, který  $\LaTeX$  neumí rozpoznat. Řešením je přepsat tato písmena do příkazů  $\LaTeX$ u (např. místo aby chom ze symbolů vybrali  $\alpha$ , označíme volbu „ $\LaTeX$  vzorec“ a zadáme  $\backslash\alpha$ ). Tyto problémy jsou stejné pro všechny typy exportu.

Pracujeme-li s víceřádkovým textem, může nám při exportu vzniknout místo klasického příkazu pro zalomení řádku  $\backslash\backslash$  dvojice příkazů  $\backslash\text{textbackslash}\backslash\text{textbackslash}$ . Tyto příkazy nám řádek nezalomí, ale naopak nám vygenerují dvě zpětná lomítka na výstupu. I tento problém způsobuje GeoGebra a je tedy stejný pro všechny typy exportu.

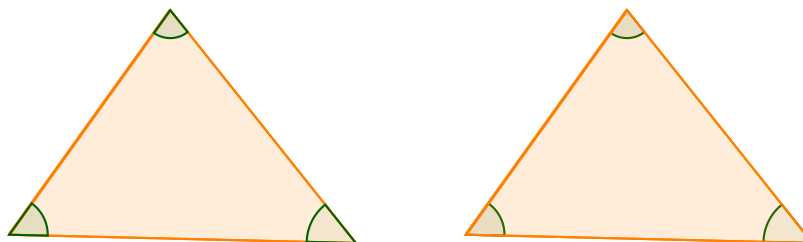
Jedním z problémů, jejichž řešení již nemusí být tak snadné, je přebarvování objektů. Například pokud máme mnohoúhelník a v něm vyznačené úhly jinou barvou, mohou se nám přebarvit také části stran mnohoúhelníka (viz Obr. 2.4). Tato chyba je způsobena

pořadí, v jakém jsou objekty vykreslovány. Pro její odstranění tedy stačí toto pořadí změnit. Ne vždy je však snadné v kódu odpovídající příkaz poznat (v případě trojúhelníků na obrázku 2.4 je snadné rozpoznat příkaz vykreslující trojúhelník, tj.

```
\pspolygon(-1.03,-1.09)(3.23,4.85)(8.14,-1.31),
```

příkazy pro úhly, tj.

```
\pscustom{\parametricplot{2.244434328289213}{3.117695317901352}
{1.3*cos(t)+8.14|1.3*sin(t)+-1.31}\lineto(8.14,-1.31)\closepath}
už však tak jasné nejsou).
```



Obrázek 2.4: Přebarvený versus nepřebarvený obrázek

Problémem, který nelze dost dobře odstranit, je fakt, že používáme-li v konstrukci nástroj „textové pole“, ve výstupním obrázku jej již mít nebudeme. Tento nástroj tedy pro tvorbu grafiky, kterou poté chceme exportovat pomocí PSTricks, použít nemůžeme.

Při vykreslování funkcí také narazíme na problémy. U funkce tangens se automaticky vytvoří i asymptoty, přestože je v GeoGebra nevytvoříme. Exportujeme-li funkci kotangens, na výstupu se nám nevytvoří, protože v PSTricks pro ni neexistuje samostatný příkaz. Pro její vykreslení však stačí změnit příkaz:

```
\psplot[plotpoints=200]{3.1415E-6}{3.1415}{COT(x)}
```

na

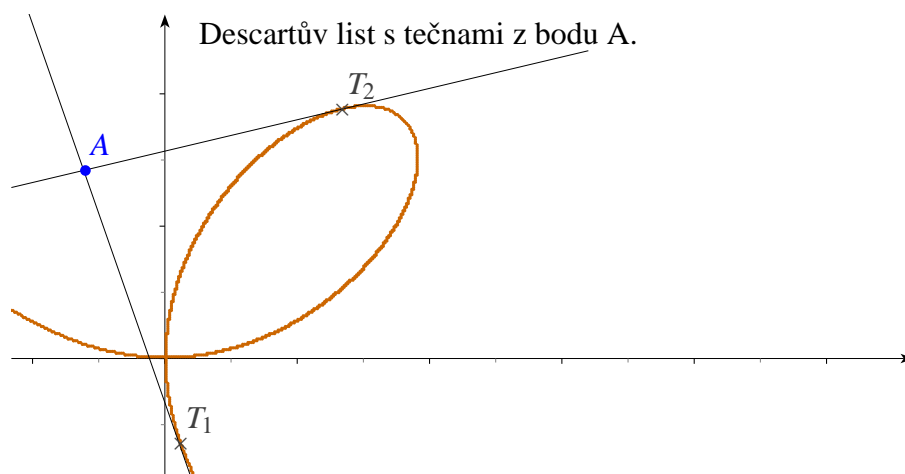
```
\psplot[plotpoints=200]{3.1415E-6}{3.1415}{(TAN(x))^-1}
```

Také funkce sekans, kosekans a signum PSTricks nepodporuje. U prvních dvou to lze opět vyřešit pozměněním příkazu `\psplot (SEC(x) na  $\cos(x)^{-1}$  a  $\csc(x)$  na  $\sin(x)^{-1}$ ), ke grafům se však opět automaticky přidávají asymptoty. Při vykreslování funkcí je ještě potřeba si dát pozor na popisy. GeoGebra generuje většinu popisů velkými písmeny (např.  $\$COS(x)\$$ ), je třeba tedy popisy upravit na správný tvar (platí pro všechny typy exportu). Navíc používáme-li popsání osy pomocí násobků čísla  $\pi$ , při exportu se nám na osách vytvoří pouze jejich číselná aproximace (tedy např. 3,14).`

Poslední nedostatek je způsoben omezením jazyka PSTricks. Při vykreslování „složitějších“ funkcí zadaných implicitně se může obrázek jevit „rozmazaný“ (viz Obr. 2.5). Funkce je vykreslována po částech, které jsou nedokonale spojeny, což je samozřejmě patrné spíše při větším přiblížení.

## 2.2 PGF/TikZ

PGF and TikZ je další balíček, který umožňuje tvorbu vektorové grafiky. PGF je zkratkou z Portable Graphic Format a TikZ je akronymem z „TikZ ist kein Zeichenprogramm“



Obrázek 2.5: Implicitně zadaná funkce

(což znamená TikZ není žádný kreslicí program). PGF and Tikz lze použít jak při práci s pdfL<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xem, tak s L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xem [3, str. 21].

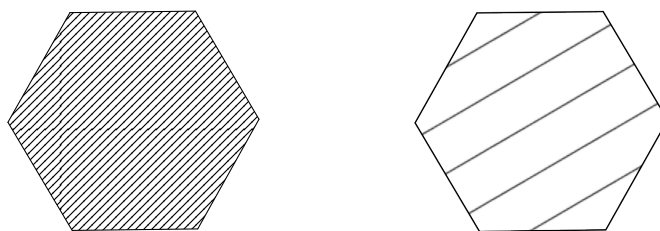
### 2.2.1 Export

Export pomocí PGF/TikZ je obdobný jako export s PSTricks. Po zvolení tohoto typu exportu se nám otevře okno, které je téměř identické s tím na obrázku 2.3. Jediným rozdílem je možnost využít pro kreslení grafů funkcí Gnuplot (zaškrťovací políčko). Zde tedy nastavíme všechny parametry a klikneme na „Generovat PGF/TikZ kód“. Poté opět zkopírujeme příslušnou část vygenerovaného kódu a přeložíme. Hlavička dokumentu může vypadat například takto:

```
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{czech}
\usepackage{pgf,tikz}
\usetikzlibrary{arrows}
\usetikzlibrary[patterns]
```

### 2.2.2 Možné problémy

Stejně jako v případě použití PSTricks není ani zde export rozhodně dokonalý. Některé chyby, které vznikají při exportu pomocí PGF/TikZ, jsou stejné (nebo velmi podobné) jako chyby uvedené u PSTricks. Jednou z nich je posouvání popisek, případně textu. I zde stačí pouze změnit odpovídající souřadnice. V jazyce PGF/TikZ jsou popisky zadány příkazem `\draw`, následuje barva v hranatých závorkách, poloha popisky v souřadnicích v kulatých závorkách, `node` a samotný název ve složených závorkách (tedy např. `\draw[color=blue] (3.37,5.11) node {$B$}`). Další téměř identickou chybou, na kterou můžeme při práci narazit, je přidávání uvození matematického prostředí (`$ $`). Zde je řešení opět stejné jako u PSTricks.



Obrázek 2.6: Srovnání šrafování (vlevo exportovaný obrázek, vpravo původní)

Obdobně jako do PSTricks také do kódu PGF/TikZ se negeneruje textové pole, ani zde jej tedy nemůžeme použít.

Dalším nedostatkem při použití PGF/TikZ exportu je neúplná podpora šrafování. Na tuto skutečnost nás upozorní již GeoGebra. Přímo ve vygenerovaném kódu si můžeme všimnout varování:

```
%<<<<<<WARNING>>>>>>
% PGF/Tikz doesn't support very well hatch filling
% Use PSTricks for a perfect hatching export
```

Tedy přestože v GeoGebře lze nastavit přesný směr a vzdálenost čar při šrafování, toto nastavení se nám při exportu nezachová. PGF/TikZ rozlišuje pouze šrafování orientované doprava či doleva. Vzdálenost mezi čarami je konstantní. Přeneseme se tedy pouze směr a barva původního šrafování (viz Obr. 2.6). Navíc se může stát, že hranice šrafovaného objektu se „neobarví“ (např. při vyznačení úhlu se vyšrafuje vnitřní část příslušné kruhové výseče, ale její hranice zůstane černá).

Chybou, se kterou se také můžeme často setkat, je nedostatečné místo pro obrázek. Což vede k tomu, že nám ve výsledném dokumentu část konstrukce chybí. Tento problém snadno vyřešíme změnou odpovídajících souřadnic u příkazu `\clip`. Tento příkaz najdeme většinou na začátku kódu ve tvaru

```
\clip(minimální x-ová souřadnice,minimální y-ová souřadnice)
rectangle(maximální x-ová souřadnice,maximální y-ová souřadnice);
```

S problémy se můžeme setkat také při vykreslování grafů funkcí. Některé funkce lze vykreslit přímo pomocí PGF/TikZ, na zbylé je potřeba použít Gnuplot. Na tuto skutečnost nás GeoGebra opět upozorní varovným hlášením:

```
%<<<<<<WARNING>>>>>>
% PGF/Tikz doesn't support the following mathematical functions:
% tan, cosh, acosh, sinh, asinh, tanh, atanh

% Plotting will be done using GNUPLOT
% GNUPLOT must be installed and you must allow Latex
  to call external programs by
% Adding the following option to your compiler
% shell-escape OR enable-write18
% Example: pdflatex --shell-escape file.tex
```

Jak se dozvíme v chybovém hlášení, Gnuplot musí být nainstalován<sup>1</sup> a pro jeho použití je potřeba povolit spouštění externích programů (viz str. 17).

Pokud nastavíme v GeoGebře popis některé osy pomocí násobků  $\pi$ , vygeneruje se nám při exportu symbol  $\pi$ , jako u jiných řeckých písmen bychom měli znak, který L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X neumí rozpoznat. Je to tedy třeba opravit. U goniometrických funkcí GeoGebra chybně generuje příkaz pro jejich vykreslení. Příkaz

```
plot sin((x)*180/pi)
```

je pak třeba upravit na

```
plot sin(x).
```

Chybný příkaz pro vykreslení grafu se nám vygeneruje také u přirozeného logaritmu a u složitějších mocnin. Tuto chybu znovu vyřešíme úpravou příkazu `plot (ln(x)` změním na `log(x)`; u mocnin umažeme všechny závorky např. `x**((-1)/2)` upravíme na `x**-1/2`; pro druhou odmocninu je třeba použít `sqrt(x)` místo `x**1/2`. U funkcí tangens, sekans a kosekans se opět automaticky vytvoří asymptoty. V Gnuplotu neexistují příkazy pro funkce kotangens, sekans a kosekans, což lze opět vyřešit jejich vyjádřením pomocí jiných goniometrických funkcí a změnou příkazu `plot`.

Nejzávažnějším nedostatkem exportu pomocí PGF/TikZ je, že vůbec nepodporuje implicitní funkce. I na tuto skutečnost nás GeoGebra upozorní varovným hlášením:

```
%WARNING: PGF/Tikz and Gnuplot don't support implicit curves
%Rather try PSTricks export
```

Při práci s implicitními funkcemi musíme tedy zvolit jiný druh exportu.

## 2.3 Asymptote

Asymptote je open source program pro tvorbu 2D i 3D grafiky, který využívá interpretovaného jazyku Asymptote založeného na jazyce C++ [5, str. 7]. Chceme-li použít export pomocí Asymptote, je třeba jej nainstalovat. Před vlastní instalací Asymptote je třeba zkontrolovat, zda máme nainstalován Ghostscript a nějaké prohlížeče formátů PS a PDF. Z oficiálních stránek (<http://asymptote.sourceforge.net>) pak již pouze stáhneme aktuální verzi programu a spustíme instalaci. Po vlastní instalaci je třeba ještě nastavit cestu k jednotlivým prohlížečům a k programu Asymptote (podrobněji viz [5]).

### 2.3.1 Export

Export s využitím Asymptote je opět podobný předchozím. Okno exportu však nabízí více možností (zaškrtačací políčka viz Obr. 2.7). U tohoto exportu můžeme také zvolit možnosti výplně (výběrové pole „Typ výplně“). K dispozici jsou čtyři možnosti: „Žádný“, „Pouze neprůhledné výplně“, „Průhledným perem“ a „Odebrat vrstvu“. Výplně, které nejlépe odpovídají konstrukcím v GeoGebře, dostaneme volbou „Průhledným perem“.

Zvolíme-li „Generovat kód“, můžeme si všimnout, že vygenerovaný kód již nemá charakter T<sub>E</sub>Xovského dokumentu. I tento kód lze však přímo do T<sub>E</sub>Xu zkopírovat. V hlavice dokumentu je ovšem potřeba načíst balíček `asymptote` případně jiný balíček, pokud

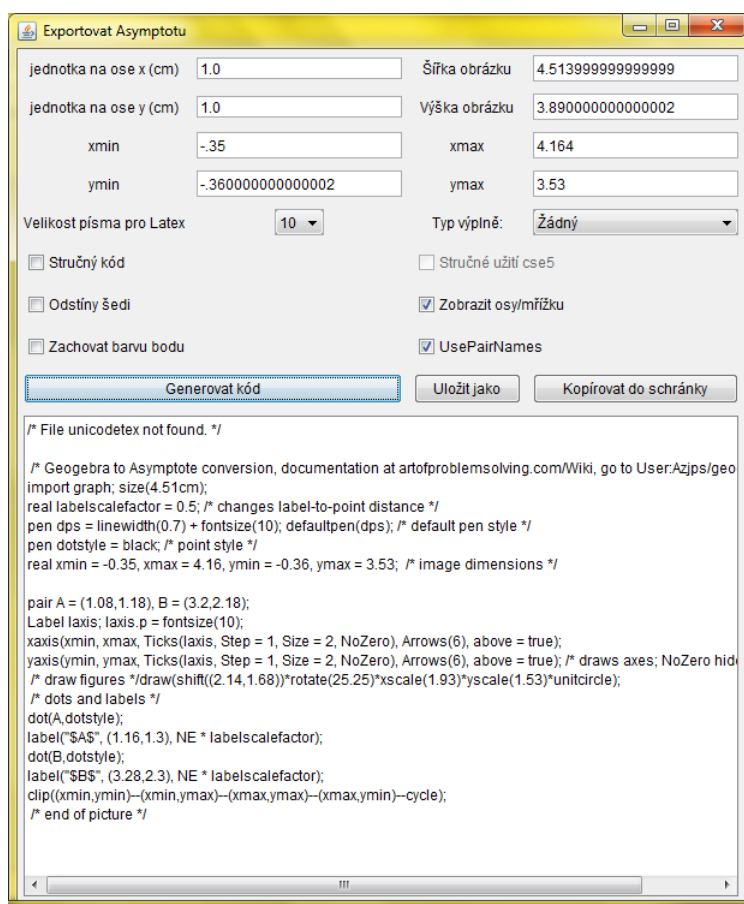
<sup>1</sup>Gnuplot je bezplatný program pro tvorbu grafů, lze jej stáhnout například z <http://www.gnuplot.info/download.html>



jej konstrukce vyžaduje (pokud ano je typicky na třetím řádku kódu za `import graf` napsáno např. `usepackage("amsmath")`). Hlavička dokumentu pak může vypadat takto:

```
\documentclass[12pt,a4paper]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{czech}
\usepackage{asymptote}
\usepackage{amsmath}
```

Vygenerovaný kód (od `import graf` včetně po `end of picture`) pak zkopírujeme do  $\text{\TeX}$  do prostředí `asy`. Při překladu je třeba postupovat v krocích:  $\text{pdf}\mathcal{L}\text{\TeX} \rightarrow \text{Asymptote} \rightarrow \text{pdf}\mathcal{L}\text{\TeX}$  (případně  $\mathcal{L}\text{\TeX} \rightarrow \text{Asymptote} \rightarrow \mathcal{L}\text{\TeX} \rightarrow \text{dvips}$  nebo využít automatizovaný překlad pomocí skriptu  $\mathcal{L}\text{\TeX}\text{Mk}$ ).



Obrázek 2.7: Okno exportu pomocí Asymptote – elipsa

### 2.3.2 Možné problémy

Export pomocí Asymptote je nejméně problematický. Přesto se u něj opět setkáme s některými chybami, jako u předchozích dvou formátů. Jednou z nich je problém s posouváním popisek či textu. Tato chyba ovšem nastává jen výjimečně. Jejím řešením je opět upravit odpovídající souřadnice. V jazyce Asymptote je příkaz pro popisky `label`, následuje



název, souřadnice polohy a barva (případně další parametry)

např. `label("$A$", (-0.39, -0.7), blue)`.

Podobně jako u ostatních exportů se i tady setkáme s problémem s matematickým prostředím. Na rozdíl od PSTricks nebo PGF/TikZ nám GeoGebra při exportu pomocí Asymptote negeneruje dolary navíc, ale při použití kódu  $\LaTeX$ u u popisek (např. pro označení úhlů) vygeneruje text `dollar` místo znaku `$`. Řešením je všechny výskyty nahradit za správné.

U exportu s Asymptote narazíme na poměrně zásadní nedostatek. Jedná se o problém s českou diakritikou, ta se nám při exportu nezachová (písmena s diakritikou jsou v textu vynechána). Tato chyba má poměrně jednoduché, ale velmi pracné, řešení. Diakritiku je třeba doplnit pomocí příkazů  $\LaTeX$ u (`\'`  pro čárku, `\v`  pro háček a `\r`  pro kroužek).

Stejně jako u předchozích typů exportu ani zde se nevygeneruje textové pole, opět jej tedy v konstrukci určené pro export nelze použít.

Podobně jako u PGF/TikZ je zde problém se šrafováním. Přestože Asymptote šrafování podporuje, při generování kódu z GeoGebry se šrafování nezachová, příslušná oblast je pouze vyplněna odpovídající barvou.

Při exportu elementárních funkcí se setkáme s problémy u funkce kotangens, cyklometrických funkcí a funkcí inverzních k funkcím hyperbolickým. Všechny tyto problémy jsou způsobeny vygenerováním špatného příkazu, který tedy stačí opravit. U cyklometrických funkcí a funkcí inverzních k hyperbolickým funkcím je problém pouze v použití `A` místo `a` v příkazu pro vykreslení funkce. Pro opravení problému tedy například stačí

```
real f1 (real x) {return Atan(x);}
```

(který je takto vygenerován GeoGebrou) změnit na

```
real f1 (real x) {return atan(x);}
```

Funkci kotangens musíme zapsat pomocí `tangens`, protože Asymptote nemá samostatný příkaz pro její vykreslení. Obdobně je také potřeba přepsat příkaz pro vytvoření funkcí `sekans` a `kosekans`. U těchto funkcí a u funkce `tangens` se opět automaticky vytvoří asymptoty. Ostatní funkce jsou vykreslovány bez problému.

## 2.4 Porovnání PSTricks, PGF/TikZ a Asymptote

Z předchozího textu vidíme, že ani jeden způsob exportu není bezchybný. Jako nejvýhodnější se jeví export pomocí Asymptote, který v podstatě spojuje výhody zbylých dvou možností. Jeho použití není závislé na překladu, kód je přehledný (navíc pokud při exportu pomocí GeoGebry nepoužijeme „Stručný kód“, je i okomentován). Z předchozích kapitol je také patrné, že problémů, které způsobuje export s Asymptote, je méně, případně jsou méně závažné. Jedna z mála věcí, ve kterých zaostává, je šrafování. Nedostatkem je také, že nepodporuje českou diakritiku (u konstrukcí, ve kterých se vyskytuje hodně textu, je vhodné uvažovat o jiném druhu exportu). Nejlépe však například vykresluje implicitní funkce.

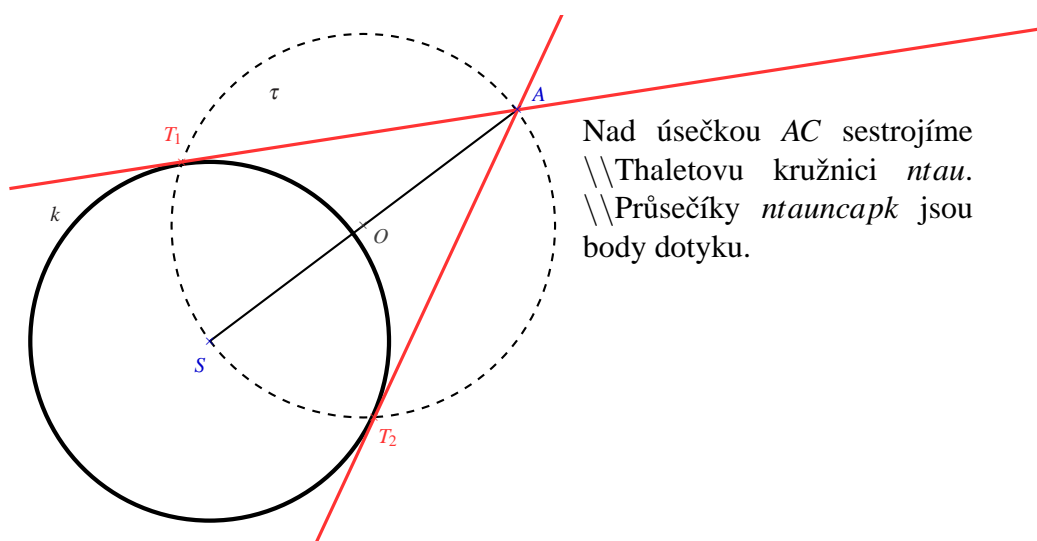
Ani použití PGF/TikZ není závislé na způsobu překladu. Navíc kód PGF/TikZ je poměrně přehledný a srozumitelný, což může hodně ulehčit vyhledávání a odstraňování případných chyb. Při exportu s PGF/TikZ se však setkáme z řadou omezení (není zde

úplná podpora šrafovaní, vůbec nepodporuje implicitní funkce). Navíc pokud nepoužijeme Gnuplot (který musíme doinstalovat), nemáme k dispozici ani některé základní funkce (např. tangens). Jedná se však o poměrně mladý nástroj, který se stále vyvíjí.

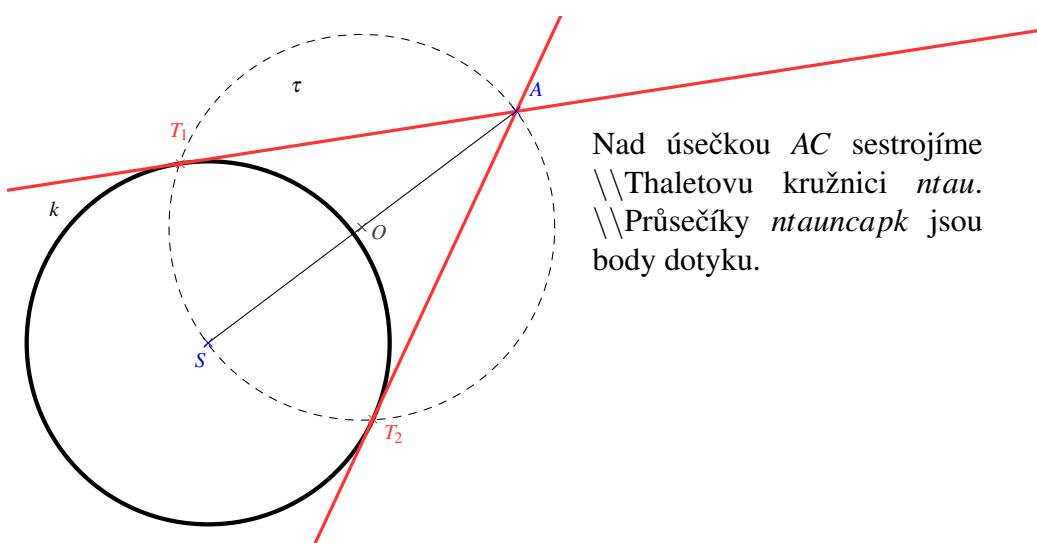
PSTricks je jediný export pro jehož použití nemusíme nic stahovat. Nejlépe také například podporuje šrafovaní. Při jeho použití je však potřeba upravit možnosti překladu. Kód je navíc nejméně přehledný a příkazy nejméně intuitivní.

Jako nejuniverzálnější nástroj lze tedy doporučit Asymptote. Pokud však nejsme u některých konstrukcí s výsledkem exportu spokojeni (nebo nemůžeme najít všechny chyby, které nám „brání v překladu“), rozhodně se vyplatí vyzkoušet i jiný nástroj.

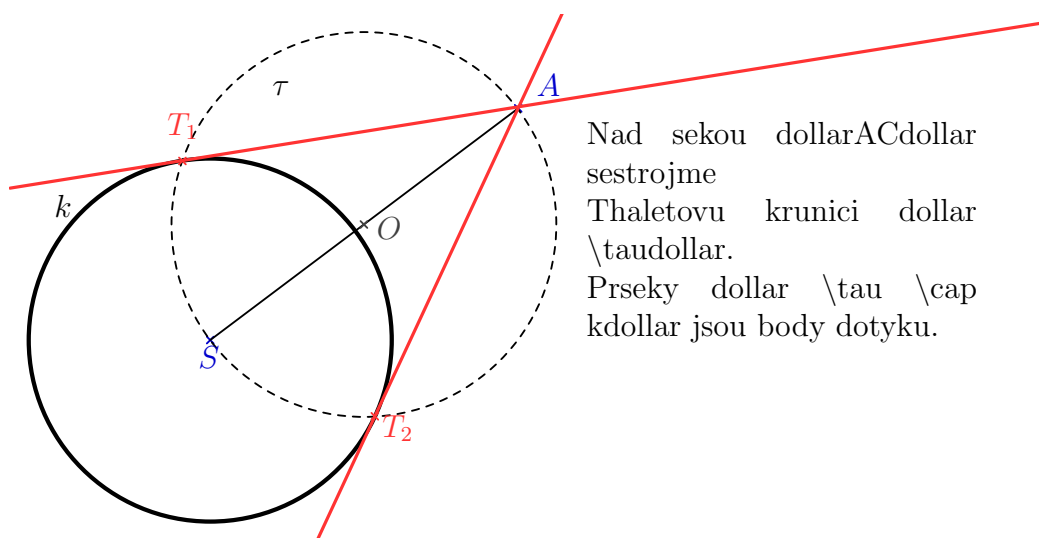
Na následujících ukázkách můžeme vidět obrázek exportovaný všemi způsoby v neopravené podobě. Na závěr je zařazen také opravený obrázek exportovaný pomocí Asymptote a jeho zdrojový kód. Všimněme si hlavně textu a pozice popisek.



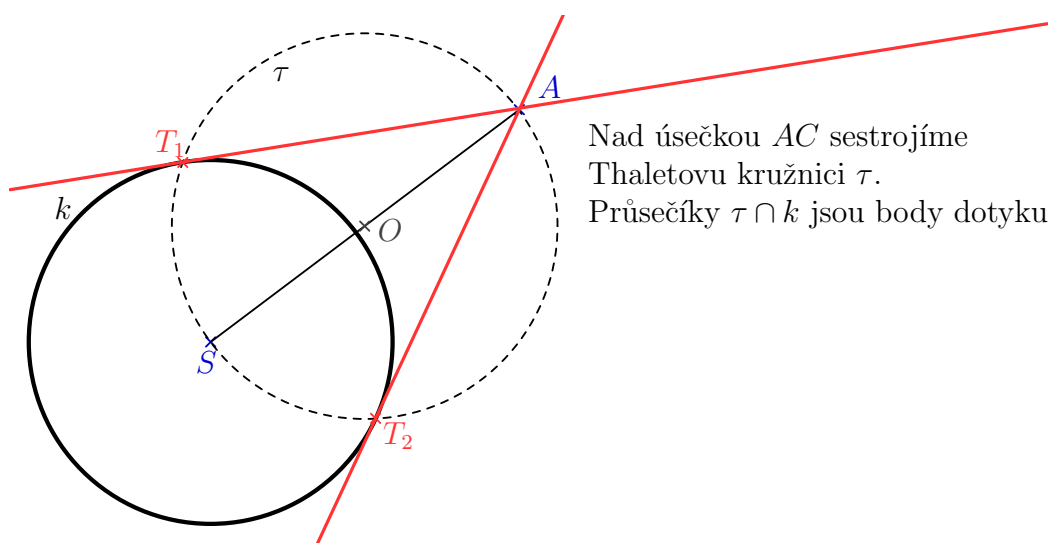
Obrázek 2.8: PSTricks



Obrázek 2.9: PGF/TikZ



Obrázek 2.10: Asymptote



Obrázek 2.11: Asymptote po opravě

```

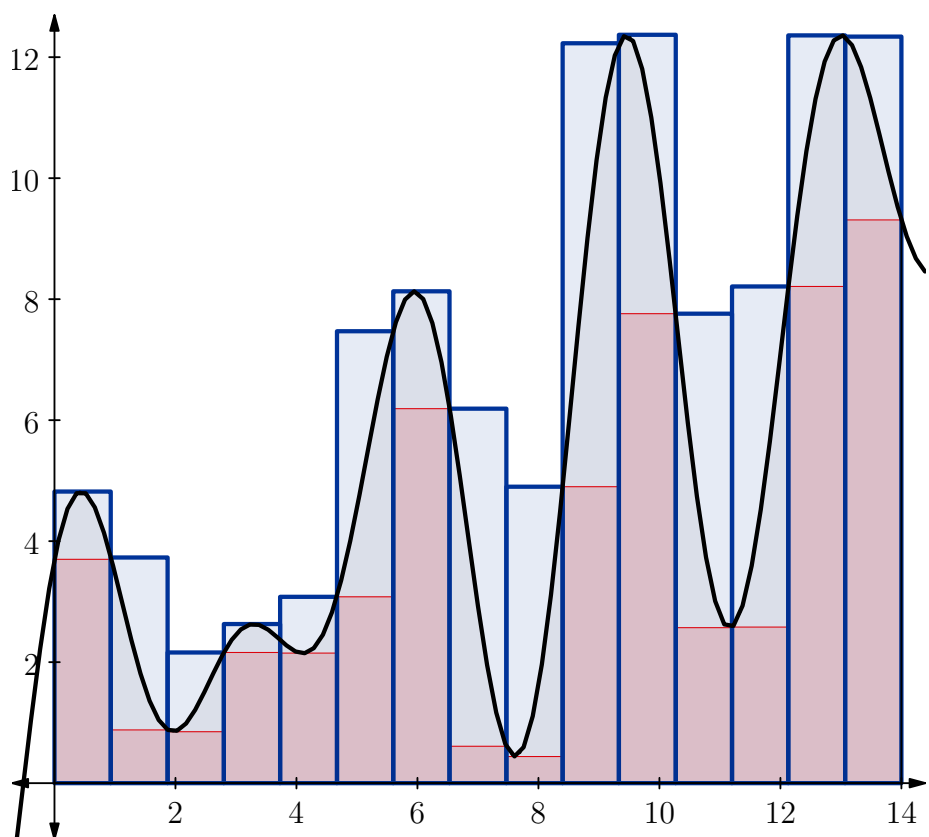
\begin{asy}
import graph; size(13.69cm);
real labelscalefactor = 0.5; /* changes label-to-point distance */
pen dps = linewidth(0.7) + fontsize(12); defaultpen(dps);
/* default pen style */
real xmin = -3.31, xmax = 13.8, ymin = -3.35, ymax = 5.39;
/* image dimensions */
pen qqqqcc = rgb(0,0,0.8); pen uququq = rgb(0.25,0.25,0.25);
pen fffttt = rgb(1,0.2,0.2);
/* draw figures */
draw(shift((0,0))*scale(0.11)*(expi(pi/4)--expi(5*pi/4)^~expi(3*pi/4)
--expi(7*pi/4)),qqqqcc); /* special point */
draw(circle((0,0), 3), linewidth(1.6));
draw(shift((5.09,3.83))*scale(0.11)*(expi(pi/4)--
expi(5*pi/4)^~expi(3*pi/4)--expi(7*pi/4)), qqqqcc); /*special point*/
draw((0,0)--(5.09,3.83));
draw(shift((2.54,1.91))*scale(0.11)*(expi(pi/4)--
expi(5*pi/4)^~expi(3*pi/4)--expi(7*pi/4)), uququq); /*special point*/
draw(circle((2.54,1.91), 3.18), linetype("4 4"));
draw(shift((-0.46,2.96))*scale(0.11)*(expi(pi/4)--
expi(5*pi/4)^~expi(3*pi/4)--expi(7*pi/4)), fffttt); /*special point*/
draw(shift((2.72,-1.26))*scale(0.11)*(expi(pi/4)--
expi(5*pi/4)^~expi(3*pi/4)--expi(7*pi/4)), fffttt); /*special point*/
draw((xmin, 0.16*xmin + 3.04)--(xmax, 0.16*xmax + 3.04),
linewidth(1.2)+ fffttt); /* line */
draw((xmin, 2.15*xmin-7.11)--(xmax, 2.15*xmax-7.11),
linewidth(1.2) + fffttt); /* line */
label("\parbox{6.2 cm}{Nad \'}{u}se\{c}kou AC sestroj\'}{i}me\\
Thaletovu kru\{z}nici $\tau$. \\ Pr\{r}{u}se\{c}\'}{i}ky $\tau$ \cap k$
jsou body dotyku. }", (6.17,3.66),SE*labelscalefactor);
/* dots and labels */
label("$S$", (-0.3,-0.56), NE * labelscalefactor,qqqqcc);
label("$k$", (-2.63,1.98), NE * labelscalefactor);
label("$A$", (5.34,3.97), NE * labelscalefactor,qqqqcc);
label("$O$", (2.7,1.61), NE * labelscalefactor,uququq);
label("$\tau$", (0.97,4.25), NE * labelscalefactor);
label("$T_1$", (-0.97,3.0), NE * labelscalefactor,ffttt);
label("$T_2$", (2.79,-1.82), NE * labelscalefactor,ffttt);
clip((xmin,ymin)--(xmin,ymax)--(xmax,ymax)--(xmax,ymin)--cycle);
\end{asy}

```

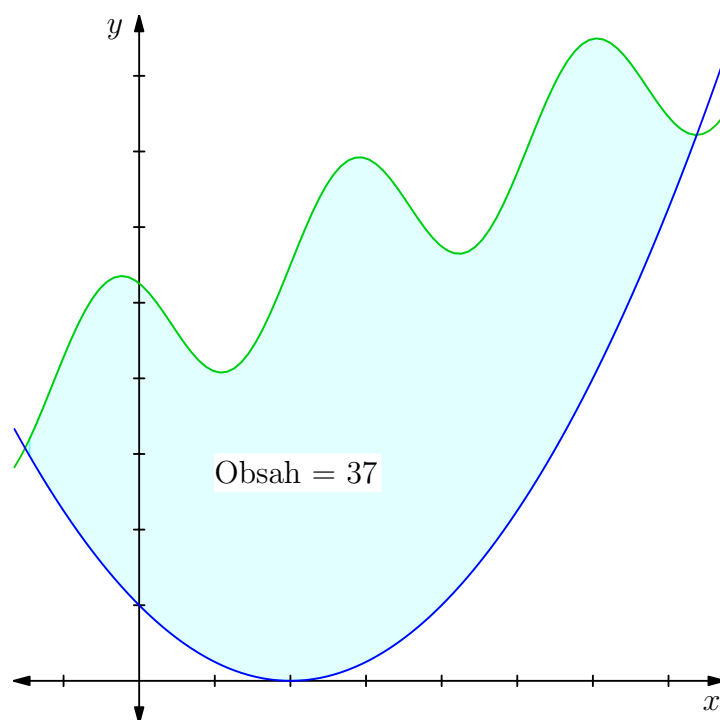
# Kapitola 3

## Ukázky

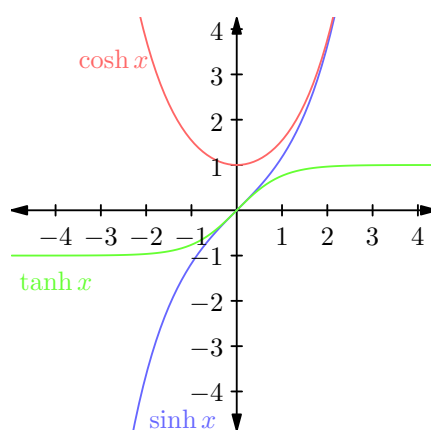
V této kapitole se nachází ukázky grafiky z různých oblastí matematiky vytvořené v GeoGebře a exportované pomocí Asymptote. Soubory GeoGeobry je pak možné nalézt v příloze.

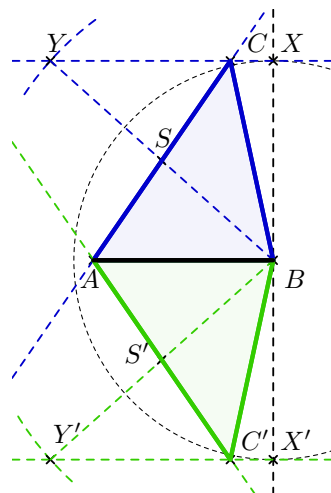


Obrázek 3.1: Funkce, její integrál a horní a dolní součty

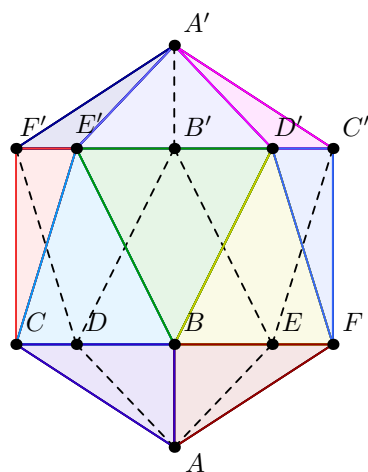


Obrázek 3.2: Plocha mezi dvěma grafy a její obsah

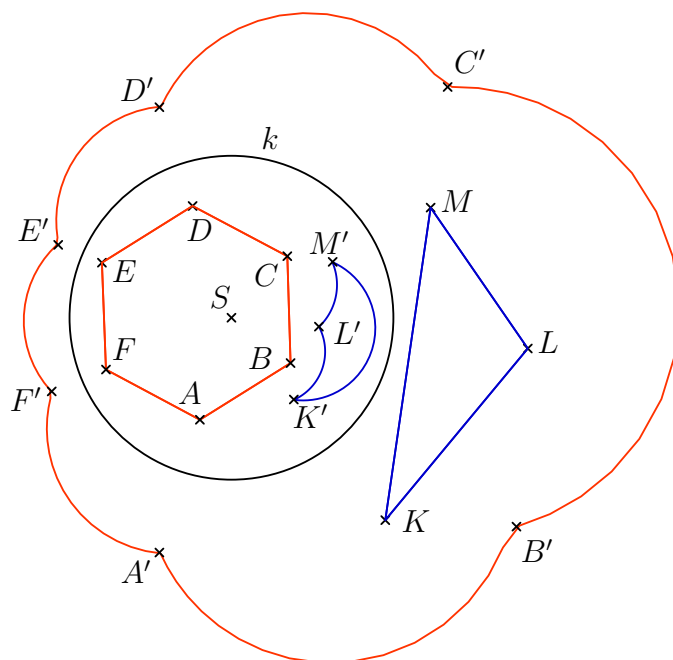
Obrázek 3.3: Grafy funkcí  $\sinh x$ ,  $\cosh x$ ,  $\tanh x$



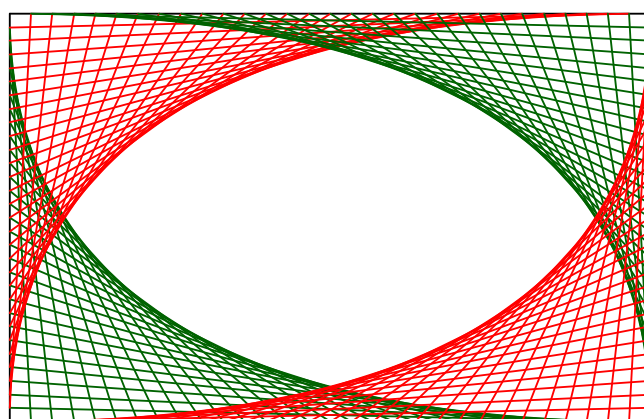
Obrázek 3.4: Konstrukce trojúhelníka pokud známe  $c$ ,  $t_b$  a  $v_c$



Obrázek 3.5: Pravidelný dvacetistěn zobrazený v Mongeově promítání

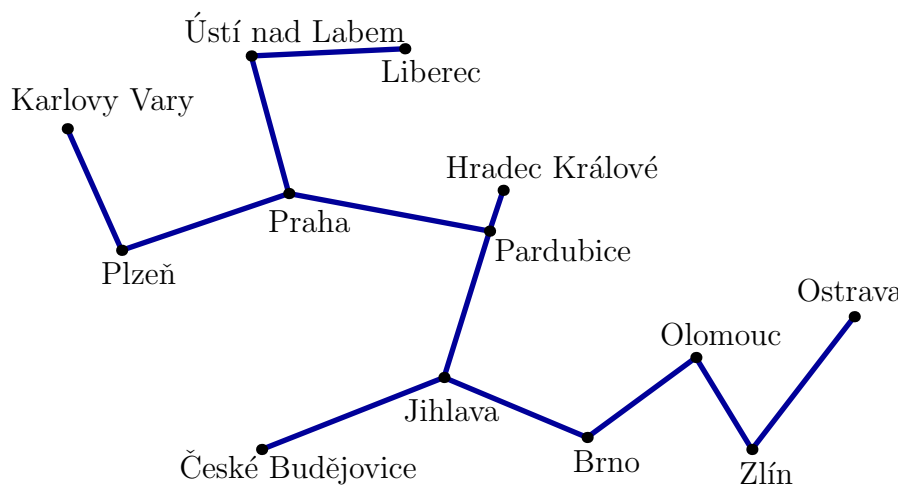


Obrázek 3.6: Trojúhelník a šestiúhelník zobrazené v kruhové inverzi

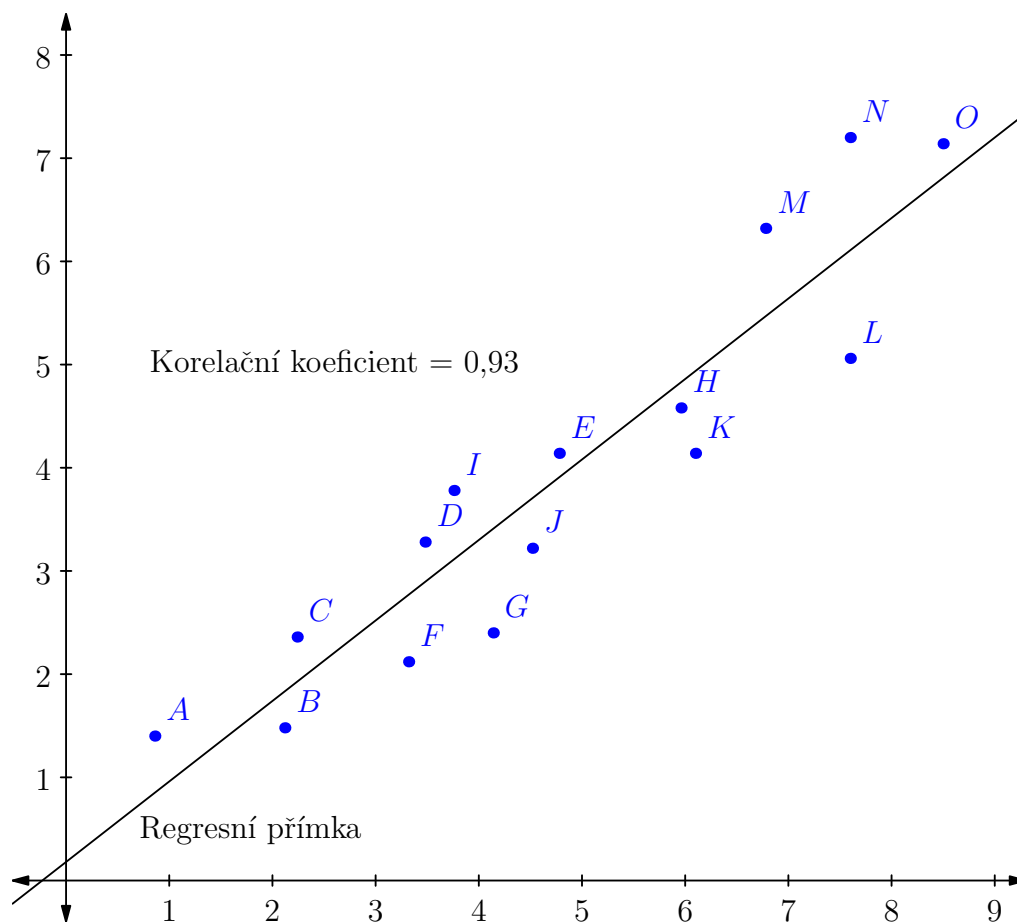


Obrázek 3.7: Bézierovy křivky





Obrázek 3.8: Minimální kostra krajských měst ČR



Obrázek 3.9: Ukázka využití ve statistice

# Závěr

GeoGebra je velmi užitečný matematický software. Za dobu psaní této bakalářské práce jsem se stala jejím opravdovým fanouškem. GeoGebra je převážně grafickým nástrojem, stěžejní oblastí je tedy geometrie či grafy. Myslím, že v tomto ohledu se GeoGebra rozhodně vyrovná placeným softwarům. Z ostatních oblastí jako je algebra nebo statistika jsou k dispozici spíše jen základní funkce. GeoGebra tedy nelze zatím dost dobře použít jako systém počítačové algebry. Přestože již nyní lze řadu věcí počítat (např. matice či neurčité integrály), výsledky se poněkud nepřehledně zobrazují pouze v Algebraickém okně. Na stránkách GeoGebry je již však k dispozici GeoGebra 4.2 Beta, která přichází s novým „CAS oknem“ (a řadou nových příkazů), které nám umožní použít GeoGebra i jako systém počítačové algebry.

Ovládání programu je v podstatě intuitivní a dá se tedy naučit velmi rychle. Na oficiálních stránkách GeoGebry pak můžeme najít přehledný online manuál, ve kterém se lze snadno orientovat (případně je k dispozici i vyhledávání). Najdeme zde i několik materiálů ve formátu PDF, které nás formou ukázkových příkladů postupně naučí s programem pracovat. Bohužel veškerá tato dokumentace je k dispozici pouze v angličtině. Na české verzi oficiálních stránek najdeme pouze překlad některých částí online manuálů.

Výhodou GeoGebry také je, že nabízí řadu možností exportu vytvořené grafiky. I přes problémy uvedené v práci (které byly reportovány tvůrcům GeoGebry), je podle mého názoru GeoGebra vhodná k vytváření grafiky pro  $\text{\TeX}$ ovské dokumenty. V tomto ohledu je podle mého názoru neefektivnější použít export pomocí Asymptote.

Nevýhodou GeoGebry je, že v ní lze pracovat pouze v rovině. Již však existuje beta verze GeoGebry 5, která přináší rozšíření do 3D (zatím však neumožňuje export 3D grafiky). Celkově jsem toho názoru, že GeoGebra je velmi kvalitní software, který je navíc zdarma. Proto bych ji rozhodně doporučila hlavně všem učitelům matematiky jako skvělý nástroj pro vytváření (interaktivních) výukových materiálů.

# Seznam použité literatury

- [1] *GeoGebra Prim – GeoGebra for Elementary School*. BYRNE R. *Free Technology for Teachers* [online]. 15. 3. 2011 [cit. 12. 2. 2012]. Dostupné z: <http://www.freetech4teachers.com/2011/03/geogebra-prim-geogebra-for-elementary.html>
- [2] GERGELITSOVÁ, Š. *GeoGebra — stručný průvodce kurzem*. Beznákladové ICT pro učitele [online]. 8. 2010 [cit. 5. 4. 2012]. Dostupné z: [http://www.gymkrom.cz/ict/materialy/GGB\\_strucny\\_pruvodce.pdf](http://www.gymkrom.cz/ict/materialy/GGB_strucny_pruvodce.pdf)
- [3] HANKO, F. *Vizualizace grafů matematických funkcí v systému LATEX* [online]. Zlín, 2010. [cit. 17. 4. 2012] Bakalářská práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Dostupné z: [http://dspace.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/11734/hanko\\_2010\\_bp.pdf?sequence=1](http://dspace.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/11734/hanko_2010_bp.pdf?sequence=1).
- [4] HONENWARTER M., HONENWARTER J. *GeoGebra Help, Official Manual 3.2* [online]. [cit. 11. 2011]. <http://www.geogebra.org>, 2009.
- [5] KUTAL, O. *Tvorba matematické grafiky pomocí programu Asymptote* [online]. Brno 2012 [cit. 1. 5. 2012]. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/208367/prif\\_m/](http://is.muni.cz/th/208367/prif_m/).
- [6] *Manual:Main Page – GeoGebraWiki* [online]. 1. 12. 2011 [cit. 3. 2012]. Dostupné z: [http://wiki.geogebra.org/en/Manual:Main\\_Page](http://wiki.geogebra.org/en/Manual:Main_Page)
- [7] *OpenMagazin* str. 15–33 [online]. 10. 2010 [cit. 12. 4. 2012]. ISSN 1804-1426. Dostupné z: <http://www.openmagazin.cz/pdf/2010/openMagazin-2010-10.pdf>.
- [8] *PGF and TikZ – Graphic systems for TeX*. SourceForge.net: PGF and TikZ – Graphic systems for TeX - Project Web Hosting - Open Source Software [online]. [cit. 18. 4. 2012]. Dostupné z: <http://pgf.sourceforge.net>
- [9] PLCH R., ČECHOVÁ L. *Sázíme v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xu diplomovou práci z matematiky*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2003. ISBN 80-210-3228-6.
- [10] *Release Notes GeoGebra 4.0 – GeoGebraWiki*. *GeoGebraWiki* [online]. 28. 12. 2011 [cit. 12. 2. 2012]. Dostupné z: [http://wiki.geogebra.org/en/Release\\_Notes\\_GeoGebra\\_4.0#GeoGebraPrim](http://wiki.geogebra.org/en/Release_Notes_GeoGebra_4.0#GeoGebraPrim)

- [11] RYBIČKA J. *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X pro začátečníky*. 3. vyd. Brno: Konvoj, 2003. ISBN 80-7302-049-1.

