Algoritmus (Bézier–Horner).

BEGIN
    IF $t^* \le \frac{1}{2}$ THEN
    BEGIN
        $\mathbf{b} := \mathbf{b}_n\,;$
        FOR $i := 1$ TO n DO $\mathbf{b} := \mathbf{b} \cdot \frac{i}{n-i+1} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} + \mathbf{b}_{n-i}\,;$
        $\mathbf{b} := (1-t^*)^n.\mathbf{b};$
    END
    ELSE
    BEGIN
        $\mathbf{b} := \mathbf{b}_0\,;$
        FOR $i := 0$ TO $n-1$ DO $\mathbf{b} := \mathbf{b} \cdot \frac{i+1}{n-i} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} + \mathbf{b}_{i+1}\,;$
        $\mathbf{b} := (t^*)^n.\mathbf{b};$
    END;
    $\mathbf{b}(t^*) := \mathbf{b};$
END.

Věta (Korektnost Bézierova–Hornerova algoritmu).

Bézierův–Hornerův algoritmus je korektní, tj. jeho výsledek splývá s výsledkem Casteljauova algoritmu.

Důkaz.

Nejprve provedeme důkaz pro $t^* \le \frac{1}{2}$. Označme výsledky v jednotlivých krocích cyklu FOR

$$\mathbf{b}^0 = \mathbf{b}_n; \quad \mathbf{b}^i = \mathbf{b}^{i-1} \cdot \frac{i}{n-i+1} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} + \mathbf{b}_{n-i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Dokážeme indukcí, že pro $i = 1, \dots, n$ pak platí

$$\mathbf{b}^i = \mathbf{b}_{n-i} + \sum_{j=n-i+1}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{t^*}{1-t^*}\right)^{i+j-n} \cdot \frac{(n+1-j)\cdots i}{(n+1-i)\cdots j}. \tag{$\daleth$}$$

Pro $i = 1$ dostáváme $\mathbf{b}^1 = \mathbf{b}^0 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} + \mathbf{b}_{n-1} = \mathbf{b}_{n-1} + \mathbf{b}_n \cdot \frac{t^*}{1-t^*} \cdot \frac{1}{n}$.
Pro $i > 1$ potom

$$\begin{aligned}
\mathbf{b}^i &= \mathbf{b}^{i-1} \cdot \frac{1}{n-i+1} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} + \mathbf{b}_{n-i} = \\
&= \left[\mathbf{b}_{n-i+1} + \sum_{j=n-i+2}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{t^*}{1-t^*}\right)^{i-1+j-n} \cdot \frac{(n+1-j)\cdots(i-1)}{(n+2-i)\cdots j}\right] \cdot \frac{i}{n-i+1} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} + \mathbf{b}_{n-i} = \\
&= \mathbf{b}_{n-i} + \left[\mathbf{b}_{n-i+1} \cdot \frac{t^*}{1-t^*} \cdot \frac{i}{n-i+1} + \sum_{j=n-i+2}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{t^*}{1-t^*}\right)^{i+j-n} \cdot \frac{(n+1-j)\cdots i}{(n-i+1)\cdots j}\right] = \\
&= \mathbf{b}_{n-i} + \sum_{j=n-i+1}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{t^*}{1-t^*}\right)^{i+j-n} \cdot \frac{(n+1-j)\cdots i}{(n-i+1)\cdots j}.
\end{aligned}$$

Tedy skutečně výsledek v i-tém kroku cyklu FOR je dán vztahem $(\daleth)$. Nyní s použitím $(\daleth)$ dostaneme

$$\begin{aligned}
\mathbf{b}(t^*) = (1-t^*)^n.\mathbf{b}^n = (1-t^*)^n.&\left[\mathbf{b}_0 + \sum_{j=1}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{t^*}{1-t^*}\right)^{j} \cdot \frac{(n-j+1)\cdots n}{1\cdots j} \cdot \frac{(n-j)!}{(n-j)!}\right] = \\
&= \mathbf{b}_0.1.(t^*)^0(1-t^*)^{n-0} + \sum_{j=1}^{n} \mathbf{b}_j \cdot \frac{n!}{j!(n-j!)} \cdot (t^*)^j(1-t^*)^{n-j} = \\
&= \sum_{j=0}^{n} \mathbf{b}_j.\tbinom{n}{j}(t^*)^j(1-t^*)^{n-j} = \sum_{j=0}^{n} \mathbf{b}_j B_j^n(t^*).
\end{aligned}$$

A nyní provedeme důkaz pro $t^* > \frac{1}{2}$. Opět označíme výsledky po krocích cyklu `FOR`

$$\mathbf{b}^0 = \mathbf{b}_0; \quad \mathbf{b}^i = \mathbf{b}^{i-1} \cdot \frac{i}{n-i+1} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} + \mathbf{b}_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Dokážeme indukcí, že pro $i = 1, \ldots, n$ pak platí

$$\mathbf{b}^i = \mathbf{b}_i + \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{1-t^*}{t^*}\right)^{i-j} \cdot \frac{i \cdots (j+1)}{(n-i+1) \cdots (n-j)}. \tag{$\gimel$}$$

Pro $i = 1$ dostáváme $\mathbf{b}^1 = \mathbf{b}^0 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} + \mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_0 \cdot \frac{1-t^*}{t^*} \cdot \frac{1}{n}$.
Pro $i > 1$ potom

$$\begin{aligned}
\mathbf{b}^i &= \mathbf{b}^{i-1} \cdot \frac{1}{n-i+1} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} + \mathbf{b}_i = \\
&= \left[\mathbf{b}_{i-1} + \sum_{j=0}^{i-2} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{1-t^*}{t^*}\right)^{i-1-j} \cdot \frac{(i-1) \cdots (j+1)}{(n-i+2) \cdots (n-j)}\right] \cdot \frac{i}{n-i+1} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} + \mathbf{b}_i = \\
&= \mathbf{b}_i + \left[\mathbf{b}_{i-1} \cdot \frac{1-t^*}{t^*} \cdot \frac{i}{n-i+1} + \sum_{j=0}^{i-2} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{1-t^*}{t^*}\right)^{i-j} \cdot \frac{i \cdots (j+1)}{(n-i+1) \cdots (n-j)}\right] = \\
&= \mathbf{b}_i + \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{1-t^*}{t^*}\right)^{i-j} \cdot \frac{i \cdots (j+1)}{(n-i+1) \cdots (n-j)}.
\end{aligned}$$

Tedy skutečně výsledek po i-tém kroku cyklu `FOR` je dán vztahem ($\gimel$). Nyní s použitím ($\gimel$) dostaneme

$$\begin{aligned}
\mathbf{b}(t^*) = (t^*)^n . \mathbf{b}^n = (t^*)^n . &\left[\mathbf{b}_n + \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{b}_j \cdot \left(\frac{1-t^*}{t^*}\right)^{n-j} \cdot \frac{n \ldots (j+1)}{1 \cdots (n-j)} \cdot \frac{j!}{j!}\right] = \\
&= \mathbf{b}_n . 1 . (t^*)^{n-0} (1-t^*)^0 + \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{b}_j \cdot \frac{n!}{(n-j!)j!} \cdot (t^*)^j (1-t^*)^{n-j} = \\
&= \sum_{j=0}^{n} \mathbf{b}_j . \tbinom{n}{j} (t^*)^j (1-t^*)^{n-j} = \sum_{j=0}^{n} \mathbf{b}_j B_j^n(t^*).
\end{aligned}$$

V obou případech jsme tak dospěli ke stejnému výsledku jako u Casteljauova algoritmu.

$\square$