# LINEÁRNÍ ALGEBRA A GEOMETRIE I

## Sylaby přednášky, 2001/2001

**1. Vektorové prostory.** Motivace pro lineární algebru. Základní číselné obory $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}$. Geometrická interpretace vektorů v $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^3$, rovnoběžníkové pravidlo. Vektorový prostor nad skaláry $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}$. Příklady vektorových prostorů (řádkově a sloupcově uspořádané $n$-tice skalárů, polynomy, funkce z množiny do $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ nebo vektorového prostoru).

**2. Operace s maticemi.** Zápis soustav lineárních rovnic pomocí matic. Matice typu $m \times n$. Vektorový prostor matic typu $m \times n$ nad daným polem. Řádky a sloupce matice. Součin matic a jeho základní vlastnosti. Definice inverzní matice.

**3. Soustavy lineárních rovnic I.** Homogenní a nehomogenní soustavy lineárních rovnic. Matice a rozšířená matice soustavy. Gaussova eliminace, řádkově schodovitý tvar matice. Elementární řádkové a sloupcové operace a jejich realizace pomocí násobení matic. Řešení soustav rovnic pomocí Gaussovy eliminace. Výpočet inverzní matice.

**4. Podprostory a lineární nezávislost.** Lineární podprostor vektorového prostoru. Průnik systému podprostorů. Lineární kombinace, lineární obal konečné množiny vektorů. Pojem konečně rozměrného vektorového prostoru. Součet lineárních podprostorů. Lineárně závislé a nezávislé $n$-tice vektorů. Pojem báze. Jednoznačnost vyjádření vektoru v bázi.

**5. Báze a dimenze.** Souřadnice vektoru v dané bázi, vlastnosti souřadnicového zobrazení. Steinitzova věta o výměně. Konečně rozměrné vektorové prostory. Dimenze vektorového prostoru. Dimenze součtu podprostorů. Direktní součet podprostorů. Příklady nekonečně rozměrných prostorů.

**6. Lineární zobrazení.** Lineární zobrazení. Vzor a obraz podprostoru v lineárním zobrazení. Jádro a obraz lineárního zobrazenia; vztah jejich dimenzí. Lineární izomorfizmy a inverzní lineární zobrazení. Příklady lineárních zobrazení. Prostor lineárních zobrazení.

**7. Matice lineárního zobrazení.** Matice lineárního zobrazení vzhledem k daným bázím. Kompozice lineárních zobrazení a násobení matic. Matice inverzního zobrazení. Matice přechodu jako matice identického zobrazení. Změna matice zobrazení při změně bází.

**8. Soustavy lineárních rovnic II.** Podprostor řešení homogenní soustavy a jeho báze. Vlastnosti množiny řešení nehomogenní soustavy. Hodnost matice. Frobeniova věta a řešení nehomogenní soustavy.

**9. Afinní podprostory.** Body a vektory. Afinní podprostory vektorových prostorů. Zaměření afinního podprostoru. Parametrické vyjádření afinního podprostoru. Souvislost s množinami řešení homogenní a nehomogenní soustavy lineárních rovnic. Rovnice afinního podprostoru. Vzájemná poloha afinních podprostorů.

**10. Determinanty – definice a základní vlastnosti.** Permutace konečné množiny; sudé a liché permutace. Znaménko permutace. Definiční rovnost pro determinant.

**11. Determinanty – vlastnosti a výpočet.** Vliv elementárních řádkových a sloupcových úprav na determinant, výpočet determinantu. Determinanty regulárních a singulárních matic. Laplaceův rozvoj determinantu. Výpočty

**12. Determinanty – využití.** Vyjádření inverzní matice pomocí algebraických doplňků. Cramerovo pravidlo. Determinant jako orientovaný objem.

## Literatura


[1] H. Anton, C. Rorres, *Elementary Linear Algebra, 8th edition, Application Version*, Wiley, 2000.

[2] P. Kaprálik, J. Tvarožek, *Zbierka riešených príkladov z lineárnej algebry a analytickej geometrie*, Alfa, Bratislav, 1987.

[3] L. Motl, M. Zahradník, *Pěstujeme lineární algebru*, Univerzita Karlova, vydavatelství Karolinum, Praha, 1995.

[4] J. Slovák, *Lineární algebra*, elektronický učební text, `http://www.math.muni.cz/~slovak`, Brno, 1995.

[5] M. Urbánková, *Cvičení k přednáškám z lineární algebry I*, Bakalářský projekt na PřF MU Brno `http://www.math.muni.cz/~cadek`, Brno, 2001.

[6] P. Zlatoš, *Lineárna algebra a geometria*, skripta MFF UK v Bratislavě, Předběžná verze v Marečkově knihkupectví na FI nebo na `http://www.math.muni.cz/~paseka`, 2000.


## Program cvičení z lineární algebry I na FI

**1. týden:** Počítání s komplexními čísly, [5, kap. 1]
**2. týden:** Vektorové prostory, [5, kap. 2.2]
**3. týden:** Operace s maticemi, soustavy rovnic [5, kap. 3 a 4]
**4. týden:** Soustavy lineárních rovnic [5, kap. 4]
**5. týden:** Inverzní matice, podprostory [5, kap. 5 a 6.1]
**6. týden:** Lineární závislost a nezávislost, lineární obaly [5, kap. 6.2]
**7. týden:** Báze a dimenze, průniky a součty podprostorů, [5, kap. 7]
**8. týden:** Lineární zobrazení, [5, kap. 8]
**9. týden:** Matice lineárního zobrazení a matice přechodu, [5, kap. 9]
**10. týden:** Afinní geometrie, [5, kap. 10]
**11. týden:** Afinní geometrie, permutace a determinanty, [5, kap. 10] a [4, cvičení]
**12. týden:** Výpočet determinantů, [4, cvičení]