

Otázky Stochastická analýza

- 1. Základní vlastnosti spojitých náhodných veličin**
definice, hustota, nezávislost, očekávání, sdružené a marginální distribuční a pravděpodobnostní funkce charakterizace nezávislosti, normální rozdělení
- 2. Poissonův proces a Cramer-Lundbergův model**
definice, pravděpodobnostní rozdělení $N(t)$ a časů mezi příchody, inpekční paradox
- 3. Charakteristická funkce a Fourierova transformace**
moment generující funkce, definice char. funkce
základní vlastnosti FT: změna měřítka, FT derivace, derivace FT, FT konvoluce, FT Gaussovy funkce
věta o inverzní transformaci, základní identita pro FT
- 4. Ciesielského konstrukce WP**
základy L^2 teorie, ortonormální systém, obecná Fourierova řada, Parsevalova rovnost pro 1 a 2 funkce, Haarovy a Schauderovy funkce, ortonormalita a úplnost Haarových funkcí
na A: Ciesielského věta (bez technických lemmátek)
- 5. Lineární a kvadratická variace**
lineární: pro monotonní a po částech monotonní funkce
kvadratická: pro diferencovatelnou funkci, pro trajektorii WP
- 6. Itôův integrál**
jednoduchá funkce, definice integrálu pro jednoduchou funkci, závislost na volbě bodu (levý a pravý kraj, střed), Itôova izometrie (pro deterministickou funkci), interpretace
- 7. Itôův proces a lemma**
heuristické odvození lemmatu
příklady použití: řešení stochastických diferenciálních rovnic pro cenu akcie, per partes pro Itôův integrál, výpočet $\int WdW$
- 8. Martingaly**
filtrace, historie WP, neanticipativní proces, definice martingalu, WP je martingal vzhledem k historii, charakterizace martingalů mezi Itôovými procesy
- 9. Odvození Black-Scholesovy rovnice**
předpoklady modelu, aplikace Itôova lemmatu na hodnotu opce, konstrukce bezrizikového portfolia, převedení na rovnici vedení tepla (hlavní kroky)
- 10. Rovnice vedení tepla**
řešení pomocí FT, souvislost s WP, Feynman-Kacova formulace, (Fokker-Planckova rovnice)
- 11. Cameron-Martinova věta**
definice ekvivalentní míry, Radon-Nykodýmova derivace, Girsanovova věta, stopping time, princip odrazu, silná Markovova vlastnost
na A: důkaz Girsanovova věta
- 12. Odvození Black-Scholesova vzorce pomocí základní věty APT**
pro pohyblivou úrokovou míru, věta o řešení a o tvaru rovnice pro risk-neutrální míru, sestavení integrálu pro očekávání a výpočet integrálu, odvození B-S vzorce