

3. cvičení

řešení

1 $A = \text{padly dřevě "5"}$

$B = \text{padl součet dělitelný 5}$

$$|\Omega| = 36$$

~~1/36~~

$$|B| = 7$$

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{7}{36}$$

$$|A \cap B| = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|} = \frac{1}{36}$$

$$\underline{P(A|B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/36}{7/36} = \underline{\underline{\frac{1}{7}}}$$

2 $A = \text{dřevě dívky}$

$B = \text{alespoň 1 dívka}$

1. \ 2.	D	H
D	0,25	0,25
H	0,25	0,25

D = dívka

H = hoch


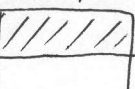


~~$P(B) = 0,25$~~

$$P(B) = 3 \cdot 0,25 = 0,75$$

$$P(A \cap B) = 0,25$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{3/4} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

3 Podobně jako 2, ale dívky ještě rozdělíme na ty jménem Konhuta (DK) a na ostatní (Do). Přítku v rodině nesmí být děti stejného jména. Je zřejmé, že podíl jmen Konhuta v populaci je velmi nízký.

	DK	Do	H
DK			
Do			
H			0,25

$$\frac{P(2 \text{ dívky } \& 1 \text{ Konhuta})}{P(1 \text{ Konhuta})} \rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

4 $N = \text{nehoda}$

$A, B, C = \text{řidič kategorie } A, B, C.$

Víme: $P(A) = 0,7 \quad \dots \quad P(N|A) = 0,03$

$P(B) = 0,2 \quad \dots \quad P(N|B) = 0,06$

$P(C) = 0,1 \quad \dots \quad P(N|C) = 0,10$

(a) $P(N) = P(N|A) \cdot P(A) + P(N|B) \cdot P(B) + P(N|C) \cdot P(C)$
vzorec úplné pravděpodobnosti

$P(N) = 0,03 \cdot 0,7 + 0,06 \cdot 0,2 + 0,10 \cdot 0,1 = 0,043$

(b) ~~1~~ $P(A|N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{P(N|A) \cdot P(A)}{P(N)} = \frac{0,03 \cdot 0,7}{0,043} = 0,488$

$P(B|N) = \frac{P(N|B) \cdot P(B)}{P(N)} = \frac{0,06 \cdot 0,2}{0,043} = 0,279$

$P(C|N) = \frac{P(N|C) \cdot P(C)}{P(N)} = \frac{0,10 \cdot 0,1}{0,043} = 0,233$

Všimněme si, že jejich součet je opět rovný 1.

(c) Už je vlastně máme spočítané:

$P(N \cap A) = P(N|A) \cdot P(A) = 0,03 \cdot 0,7 = 0,021$

$P(N \cap B) = P(N|B) \cdot P(B) = 0,06 \cdot 0,2 = 0,012$

$P(N \cap C) = P(N|C) \cdot P(C) = 0,10 \cdot 0,1 = 0,010$

5 C = osoba má rakovinu
 T = test je pozitivní
Víme: $P(C) = \frac{5}{1000} = 0,005$

$$P(T|C) = 0,95 \quad (\text{senzitivita})$$

$$P(\bar{T}|\bar{C}) = 0,95 \quad (\text{specifita})$$

Počítáme:
$$P(C|T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{P(T|C) \cdot P(C)}{P(T|C) \cdot P(C) + \underbrace{P(T|\bar{C}) \cdot P(\bar{C})}_{1-P(C)}} =$$

~~8/~~

$$= \frac{0,95 \cdot 0,005}{0,95 \cdot 0,005 + 0,05 \cdot 0,995} = \underline{\underline{0,087}}.$$

$1 - P(\bar{T}|\bar{C})$

Všimněme si obrovského rozdílu: $P(T|C) = 0,95$, ale
 $8,7\% = P(C|T) = 0,087$, tu.

usuzovat na diagnózu jen pomocí jednoho testu je velmi nepřesné!

6 \check{Z} = taxík byl žlutý, $\bar{\check{Z}}$ = taxík byl bílý
 $S_{\check{Z}}$ = svědek říká, že viděl žlutý taxík
Víme: $P(\check{Z}) = 0,4$ $P(S_{\check{Z}}|\check{Z}) = 0,8$
 $P(\bar{\check{Z}}) = 0,6$ $P(S_{\check{Z}}|\bar{\check{Z}}) = 0,2$

Počítáme:
$$P(\check{Z}|S_{\check{Z}}) = \frac{P(S_{\check{Z}}|\check{Z}) \cdot P(\check{Z})}{P(S_{\check{Z}}|\check{Z}) \cdot P(\check{Z}) + P(S_{\check{Z}}|\bar{\check{Z}}) \cdot P(\bar{\check{Z}})} =$$

$$= \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6} = \underline{\underline{0,73}}.$$

Ačkoliv žlutých taxíků je ve městě méně, svědectví by mělo vyjetřování
navést právě na řidiče žlutých taxíků.