

Cvičení MV011 Statistika I

6. Číselné charakteristiky náhodných veličin

Monika Kroupová, Ondřej Pokora, Petra Ráboňová

Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

jaro 2017



Číselné charakteristiky

- Střední hodnota náhodné veličiny X :

$$EX = \sum_{x \in M} x \cdot p(x), \quad EX = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

- 2. moment:

$$E(X^2) = \sum_{x \in M} x^2 \cdot p(x), \quad E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

- Rozptyl: $DX = E(X^2) - (EX)^2$, směrodatná odchylka: $\sigma_X = \sqrt{DX}$
- Kovariance náhodných veličin X, Y :

$$C(X, Y) = E(X \cdot Y) - EX \cdot EY$$

- Korelační koeficient: $R(X, Y) = \frac{C(X, Y)}{\sqrt{DX} \sqrt{DY}} \in [-1; 1]$

- α -kvantil, $\alpha \in (0; 1)$:

$$x_\alpha = \inf \{x; F(x) \geq \alpha\}, \quad \text{pro spojitou náhodnou veličinu } x_\alpha = F^{-1}(\alpha)$$

- medián: $x_{0,5} = \tilde{x}$, 1. a 3. kvartil: $x_{0,25}, x_{0,75}$
- kvartilová odchylka: $q = x_{0,75} - x_{0,25}$

Příklad 1

V příkladu 1 z minulého cvičení spočítejte střední hodnotu, rozptyl, směrodatnou odchylku, medián, 1. a 3. kvartil a kvartilovou odchylku pro X .

Příklad 2

V příkladu 2 z minulého cvičení spočítejte střední hodnotu, rozptyl, směrodatnou odchylku, medián, 1. a 3. kvartil a kvartilovou odchylku pro X .

Příklad 3

V příkladu 3 z minulého cvičení spočítejte střední hodnoty a rozptyly náhodných veličin X , Y , jejich kovarianci a korelační koeficient.

Příklad 4

V příkladu 4 z minulého cvičení spočítejte střední hodnoty, rozptyly a mediány náhodných veličin X , Y , jejich kovarianci a korelační koeficient.

Příklad 5

V příkladu 5 z minulého cvičení spočítejte střední hodnoty a rozptyly náhodných veličin X , Y , jejich kovarianci a korelační koeficient.

Příklad 6

Chystá se nová loterie, v níž se bez vracení losují 3 čísla z 21. Hráč tipuje 3 čísla. Za 3 správně tipovaná čísla je výhra 20 000 Kč, za právě 2 správně tipovaná čísla výhra w Kč, v ostatních případech výhra není. Výhra X je náhodná veličina. Určete částku w tak, aby cena tiketu 20 Kč byla rovna střední hodnotě EX .

Příklad 7

Odhadněte pravděpodobnost, že v denní produkci 2 000 kusů bude 1750 až 1850 obrazovek bez vad, když každá vyrobená obrazovka je v 90 % případů bez vad.

Výsledky

1. 0,9375; 1,434; 1,197; 0; 0; 1; 1
2. 3,333; 5,556; 2,357; 2,929; 1,34; 5; 3,66
3. 0; 1/3; 2/3; 2/9; 0; 0
4. 1,6; 1; 0,284; 0,284; 2; 1; 0,089; 0,25
5. 3,333; 6,667; 5,556; 5,556; 2,778; 1/2
6. 122,22 Kč
7. Hledaná pravděpodobnost je větší než 0,93