

Vnitrosemestrální písemka — Základy matematiky,
9. 11. 2009

Skupina A – modrá

1. ano, ne, ano, ne
2. (po řádcích) ano, ano, ano; ne, ano, ano; ano, ne, ne; ne, ne, ano; ne, ano, ne.
3. $A = B = \emptyset$ 2 prvky; $A \neq B \wedge A \neq \emptyset \wedge B \neq A$ 6 prvků; jinak 4 prvky.
5. např. a) $R = \{(0, 0)\}$; b) $g = \{(x, [x/4]) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; c) $h = \{(x, 2x) \mid x \in \mathbb{Z}\}$;
d) $S = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. (častá chyba v b,c, že relace nebyla zobrazení na $\mathbb{Z}$.)
6. Ne. Např. pro $B_1 = \emptyset$ a pro libovolné $i \in \mathbb{N}$, $i \neq 1$ a libovolné $j \in \mathbb{N}$, $A_i = B_j = \{a\}$;
Ano.
7. Injektivní není: např. $f(\emptyset) = f(\{(1, 2)\}) = \emptyset$.
Surjektivní je: Pro lib. $A \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ stačí vzít například $R_A = \{(a, a) \mid a \in A\}$
a máme $f(R_A) = A$.

Skupina B – bílá

1. ano, ano, ne, ano.
2. (po řádcích) ano, ano, ano; ne, ano, ano; ano, ano, ne; ano, ne, ne; ne, ne, ne.
3. $A = B \vee A = \emptyset$ 0 prvků; jinak 2 prvky.
5. např. a) $S = \{(a, 3a) \mid a \in \mathbb{Z}\} \cup \{(3a, a) \mid a \in \mathbb{Z}\}$; b) $T = \{(0, 0)\}$; c) $f = \{(x, [x/3]) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; d) $h = \{(x, 0) \mid x \in \mathbb{Z}\}$. (častá chyba v c,d že relace nebyla zobrazení na $\mathbb{Z}$.)
6. Ano.
Ne. Např. pro $B_1 = \{a\}$ a pro libovolné $j \in \mathbb{N}$, $j \neq 1$, $B_j = \emptyset$ a libovolné $i \in \mathbb{N}$, $A_i = \{a\}$;
7. Injektivní není: např. $\alpha(\{(1, 2)\}) = \alpha(\{(1, 3)\}) = \mathbb{N} - \{1\}$, nebo $\alpha(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \alpha(\emptyset) = \mathbb{N}$.
Surjektivní je: Pro lib. $A \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ stačí vzít například $R_A = \{(a, a+1) \mid a \notin A\}$
a máme $f(R_A) = A$.

Skupina C – zelená

1. ano, ano, ne, ano.
2. (po řádcích) ano, ano, ano; ne, ano, ano; ne, ne, ano; ne, ne, ano; ano, ano, ne.
3. $A = B \vee A \not\emptyset$ 4 prvky; jinak 2 prvky.
5. např. a) $R = \{(a, b) \mid ab > 0\} \cup \{(0, 0)\}$; b) $f = \{(x, 3x) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; c) $h = \{(x, [x/9]) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; d) $S = \{(0, 0)\}$. (častá chyba v c, že relace nebyla zobrazení na $\mathbb{Z}$.)
6. Ano.
- Ne. Např. pro $B_1 = \emptyset$, $A_1 = \{a\}$ a pro libovolné $j \in \mathbb{N}$, $j \neq 1$, $B_j = \{a\}$ a libovolné $i \in \mathbb{N}$, $i \neq 1$, $A_i = \emptyset$.
7. Injektivní není: např. $g(\emptyset) = f(\{(1, 2)\}) = \emptyset$.
Surjektivní není: např. $\{1\}$ nemá vzor.

Skupina D – žlutá

1. ne, ne, ne, ne.
2. (po řádcích) ano, ne, ne; ne, ne, ne; ne, ano, ano; ano, ano, ano; ne, ano, ne.
3. $B = \{A\}$ 0 prvků; jinak 2 prvky.
5. např. a) $T = \{(1, 10)\}$; b) $g = \{(x, 0) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; c) $h = \{(x, [-x/2]) \mid x \in \mathbb{Z}\}$; d) $S = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} - \{(1, 10)\}$. (častá chyba v b,c, že relace nebyla zobrazení na $\mathbb{Z}$.)
6. Ano; Ano.
7. Injektivní není: např. $\beta(\emptyset) = \beta(\{(1, 2)\}) = \mathbb{N}$.
Surjektivní je: Pro lib. $A \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ stačí vzít například $R_A = \{(a, a) \mid a \notin A\}$ a máme $f(R_A) = A$.