
Algebra I - 2008/9 - opravná zápočtová písemka

1. Faktorová grupa.

Množina G všech regulárních matic řádu n nad \mathbb{R} tvoří vzhledem k násobení grupu. Ukažte, že množina $H = \{ A \in G \mid |A| \in \{1, -1\} \}$ je její normální podgrupou. Určete příslušnou faktorovou grupu.

2. Inverze ve faktorových okruzích.

Uvažujme polynom $f = x^3 - 3 \in \mathbb{Q}[x]$.

- Dokažte, že f je ireducibilní nad \mathbb{Q} .
- Najděte inverzi k $x^2 - 1 + (f)$ v tělese $(\mathbb{Q}[x]/(f), +, \cdot)$. Tj. najděte polynom $g \in \mathbb{Q}[x]$ takový, že $(x^2 - 1) \cdot g \equiv 1$ modulo f .
- Proveďte zkoušku.