

---

# Algebra I - 2007/8 - zápočtová písemka

---

## 1. Faktorová grupa.

Množina  $G = \left\{ \begin{pmatrix} p & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid p, a \in \mathbb{Q}, p \neq 0 \right\}$  spolu s operací násobení matic tvoří grupu  $(G, \cdot)$ . Víme, že množina  $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Q} \right\}$  je podgrupou této grupy.

- Ukažte, že  $H$  je dokonce normální podgrupou.
- Popište  $(G, \cdot)/H$ .

## 2. Inverze ve faktorových okruzích.

Uvažujme polynom  $f = x^2 + 4x + 5 \in \mathbb{R}[x]$ .

- Dokažte, že  $f$  je ireducibilní nad  $\mathbb{R}$ .
- Najděte inverzi k  $x + 1 + (f)$  v tělese  $(\mathbb{R}[x]/(f), +, \cdot)$ . Tj. najděte polynom  $g \in \mathbb{R}[x]$  takový, že  $(x + 1) \cdot g \equiv 1$  modulo  $f$ .
- Proveďte zkoušku.