1. test — Algebra I — jaro 2006 — 16. 3. — sk. A

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení			

K řešení použijte volné místo. Všechny odpovědi musí být řádně zdůvodněny. Na vypracování je 45 minut.

1. (1 bod) Následující tabulku operace $*$ lze jedním způsobem doplnit tak, aby vznikla pologrupa $(\{a, b, c\}, *)$. Nalezěte jak.

$*$	a	b	c
a	b	c	b
b	c	b	
c	b		b

2. (4 body) Jsou dány permutace $f, g \in \mathbb{S}_9$. Platí

$$f = (3, 8, 7, 5) \circ (1, 4), \quad g = (1, 3, 5) \circ (7, 4, 9, 2).$$

Zapište permutaci $h = (f^{-3} \circ g^{16})^{-1}$ ve tvaru součinu nezávislých cyklů.

Určete paritu permutací f, g.

Rozložte permutaci f na součin transpozic tvaru $(1, i)$.

Nalezněte permutaci x takovou, že $f \circ x \circ f = g$.

3. (5 bodů) Na množině všech reálných čísel $\mathbb{R}$ definujeme operaci $\Box$ vztahem $x \Box y = xy + x + y$.
Dokažte, že operace $\Box$ je asociativní.

Rozhodně, zda je $(\mathbb{R}, \Box)$ grupa.

Na množině všech reálných čísel $\mathbb{R}$ definujeme pro libovolné reálné číslo a operaci $\circ$ vztahem $x \circ y = xy + ax + ay$.
Určete všechny prvky a takové, že $\circ$ je asociativní operace na množině $\mathbb{R}$.

Určete všechny prvky a takové, že pro operaci $\circ$ na množině $\mathbb{R}$ existuje neutrální prvek.

Určete všechny prvky a takové, že $(\mathbb{R}, \circ)$ je grupa.

1. test — Algebra I — jaro 2006 — 16. 3. — sk. B

Jméno: ....

UČO: ....

Hodnocení			

K řešení použijte volné místo. Všechny odpovědi musí být řádně zdůvodněny. Na vypracování je 45 minut.

1. (1 bod) Následující tabulku operace $*$ lze jedním způsobem doplnit tak, aby vznikla pologrupa $(\{a, b, c\}, *)$. Nalezěte jak.

$*$	a	b	c
a	a	c	
b	c	a	a
c		a	a

2. (4 body) Jsou dány permutace $f, g \in \mathbb{S}_9$. Platí

$$f = (3, 5, 7, 8) \circ (1, 4), \quad g = (1, 3, 5) \circ (7, 4, 9).$$

Zapište permutaci $h = (f^{-7} \circ g^{29})^{-1}$ ve tvaru součinu nezávislých cyklů.

Určete paritu permutací f, g.

Rozložte permutaci f na součin transpozic tvaru $(i, 1)$.

Nalezněte permutaci x takovou, že $g \circ x \circ g = f$.

3. (5 bodů) Na množině všech racionálních čísel $\mathbb{Q}$ definujeme operaci $\circ$ vztahem $x \circ y = x + y - xy$.
Dokažte, že operace $\circ$ je asociativní.

Rozhodně, zda je $(\mathbb{Q}, \circ)$ grupa.

Na množině všech racionálních čísel $\mathbb{Q}$ definujeme pro libovolné racionální číslo b operaci $\square$ vztahem $x \square y = bx + by - xy$.
Určete všechny prvky b takové, že $\square$ je asociativní operace na množině $\mathbb{Q}$.

Určete všechny prvky b takové, že pro operaci $\square$ na množině $\mathbb{Q}$ existuje neutrální prvek.

Určete všechny prvky b takové, že $(\mathbb{Q}, \square)$ je grupa.