1. PŘ.

- zkouška - písemná - 20 bodů
  - 4 úloh (z každé oblasti 1)

- řešení co nejtradičněji
- definice nejsou zkoušeny (nejsou přesné)
- řeší se konkrétní úlohy
- kalkulačka povolena, žádné poznámky
  - povoleny programovatelné i s finančním rozhraním
- výsledky netřeba vyčíslovat
- to co na přednášce říše může být na zkoušce, to co jen říká, tak ne
- DÚ dobrovolné
- literatura: Tomáš Cipra: Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou
- 3 neomluvené absence
- zápisky na netu

v příkladech může být nadbytek informací

0. ÚVOD

- úrok - základní pojem fin. matematiky
- věřitel půjčí dlužníkovi částku P na předem stanovenou dobu t (tzv. dobu splatnosti), po jejímž uplynutí zaplatí dlužník $S > P$.
- úrok $= u := S - P > 0$
- úrok se vyjadřuje relativně
  - vzhledem k P: $i = \frac{u}{P}$ = úroková míra
  - vzhledem k S: $d = \frac{u}{S}$ = diskontní

- věta: $u = P \cdot i \cdot t$ P… počáteční hodnota

  $u = P \cdot \frac{r}{100} \cdot t$ i… roční úroková sazba

  t… doba uložení kapitálu v letech

$$t = \frac{360(R_2 - R_1) + 30(M_2 - M_1) + D_2 - D_1}{360}$$

- rok dělitelný 4 je přestupný

- př. 1.1.) $P = 95000$ $\quad$ 15.8.2013 – 31.12.2013

$i = 0{,}03$

$u = ?$

a)

$$u = P \cdot i \cdot t = 95000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{\cancel{30(4)} + 30(12-8) + 30 - 15}{360} = 1068{,}75$$

nezaokrouhlovat

b)

$$u = P \cdot i \cdot t = 95000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{30(12-8) + 31 - 15}{360} = 1076{,}\overline{6}$$

c)

$$u = 95000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{31 - 15 + 30 + 31 + 30 + 31}{360} = 1092{,}5$$

d)

$$u = 95000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{31 - 15 + 30 + 31 + 30 + 31}{365} = 1077{,}534246575\ldots$$

- naučit kolik má každý měsíc dnů
- ~~počet~~ k ... počet dnů

$$u = P \cdot i \cdot t = P \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{k}{360} = \frac{\frac{P \cdot k}{100}}{\frac{360}{p}} = \frac{UC}{UD}$$

- př. 1.2.) 31.12.2013 z vkladu

VKLAD	DEN
12000	17.1.
18000	30.4.
15000	13.9.
10000	2.12.

ACT/360

$i = 0{,}04$

P	k	UC
12000	365−17=348	120·348 = 41 760
18000	365−31−28−31−30= =245	180·245 = 44 100
15000	30−13+31+30+31= =109	150·109 = 16350
10 000	31−2 = 29	2900

$$UD = \frac{360}{p} = \frac{360}{4} = 90$$

$$u = \frac{\sum UC_j}{UD} = \frac{41760 + 44100 + 16350 + 2900}{90} = 1167{,}\overline{8}$$

- angl. metoda: $u = \frac{\sum DC_j}{UD}$

- německá metoda

$$u = \frac{\sum UC_{DAL} - \sum UC_{MÁ\ DÁTI}}{UD}$$

- francouzská metoda

$$u = \frac{\sum UC_{MÁ\ DÁTI} - \sum UC_{DAL} + UC_{31.12.}}{UD}$$

$\boxed{1.\ CV.}$

- informace e-mailem
- zápočet - nejvýše 3 neomluvené absence
  - písemky, 8. a 11. týden, nelze mít neomluvené absence
  - aktivní účast na cvičení
  - 45 minut, 3 příklady (celkem ze 6 příkladů 2 správné výsledky)
    (výsledky jsou důležité)

- př. 1.3.)

vklad	výběr	den	zůstatek
16000		1.1.	16000
	7000	25.5.	9000
15000		4.10.	24000

1,5 % p.a.

ACT/360

$$UD = \frac{360}{i} = \frac{360}{1,5} = 240$$

- Ang. Metoda

P	k	UC
16000	31-1+28+31+30+25= =133	133 · 160 = 21280
9000	31-25+30+31+31+30+4= =132	132 · 90 = 11880
24000	31-4+30+31=88	88 · 240 = 21120

$$u = \frac{\sum UC}{UD} = \frac{21280 + 11880 + 21120}{240} = 226,16$$

$\boxed{24226,16}$

– německá metoda

Má dáti	dal	t	
–	16000	365-12=353	$UC = 160 \cdot 353 = 56480$
7000	–	31-25+30+31+31+30+31+30+31=220	$UC = 70 \cdot 220 = 15400$
–	15000	31-4+30+31=88	$UC = 150 \cdot 88 = 13200$

$$u = \frac{\sum UC_{dal} - \sum UC_{má\,dáti}}{UD} = \frac{56480 + 13200 - 15400}{240} = 226{,}1\overline{6}$$

$24226{,}1\overline{6}$

– francouzská

Má dáti	dal	t	UC
–	16000	365-353=12	1920
7000	–	365-220=145	10150
–	15000	365-88=277	41550
24000	–	365	87600

$$u = \frac{87600 - 41550 + 10150 - 1920}{240} = 226{,}1\overline{6}$$

$\boxed{24226{,}1\overline{6}}$

– př. 1.5.)

$u = P \cdot i \cdot t$

$$P = \frac{u}{i \cdot t} = \frac{525}{0{,}1 \cdot \frac{75}{360}} = \boxed{25200 \text{ Kč}}$$

$u = 525$

$i = 0{,}1$

$$t = \frac{30(6-4) + 27 - 12}{360} = \frac{75}{360}$$

– př. 1.6.) 30E/360

$i = 0{,}04$

$P = 39000$

$u \geq 1000$

$P \cdot i \cdot t \geq 1000$

$39000 \cdot 0{,}04 \cdot t \geq 1000$

$t \geq 0{,}\overline{641025}$

$t \cdot 360 \geq 230{,}\overline{769230}$

$\Rightarrow$ 231 dní = 7 měsíců + 21 dní

$\boxed{22.8.2015}$

– př. 1.9)

cena … x

sleva … $0{,}005x$

prodávající při splátce vydělá

$$u = P\cdot i\cdot t = 0{,}995x\cdot 0{,}006\cdot\frac{27}{360} = 0{,}0044775x < 0{,}005x$$

pro kupujícího výhodné

– př. 1.10)

$i = 0{,}126$

360/360

skutečný úrok $u = P\cdot i\cdot t = 100\,000\cdot 0{,}126\cdot\frac{3}{4} = 9450$

skutečný i

$$i = \frac{u}{P\cdot t} = \frac{9450}{70000\cdot\frac{3}{4}} = \boxed{0{,}18}$$

– př. 1.4.)

$u = P\cdot i\cdot t$

$$\cancel{100}\; t = \frac{u}{P\cdot i} = \frac{100}{1500\cdot 0{,}08} = 0{,}8\overline{3}$$

$$k = 360\cdot 0{,}8\overline{3} = \boxed{300}$$

– př. 1.7.)

$i = 0{,}04\cdot 0{,}85 = 0{,}034$

$P = 2000$

$$t = \frac{30(4-1)+1-1}{360} = \frac{1}{4}$$

$$u = P\cdot i\cdot t = 0{,}034\cdot 2000\cdot\frac{1}{4} = 17$$

$\boxed{2017}$

– př. 1.8.)

$615000 + 625\,000\cdot 0{,}\cancel{0}015 = 624\,225 < 625\,000$

vyberu si okamžitou koupi

– př. 1.11.)

$$UD = \frac{360}{12} = 30 \qquad UC = \frac{P\cdot k}{100}$$

P	k	UC
60000	30-16+21 = 35	35·600
10000	30-21+8 = 17	17·1000
130 000	360-30-30-8 = 292	293·1300

$$w = \frac{\Sigma UC}{UD} = \boxed{13920}$$

- př. 1.(2.)

$$UD = \frac{360}{r} = \frac{360}{10} = 36$$

- angl. metoda

P	k	UC
16000	30 − 12 + 30 + 30 + 30 + 25 = 133	133 · 160
9000	30 − 25 + 4 · 30 + ~~30~~ + 4 = 129	129 · 90
24000	30 − 4 + 2 · 30 = 86	86 · 240

$$u = \frac{\sum UC}{UD} = 1486{,}9\overline{4}$$

$$\boxed{25\,486{,}9\overline{4}}$$

- německá metoda

dal	má dáti	k	UC
16000	~~16000~~ –	360 − 12 = 348	348 · 160
–	7000	30 − 25 + 7 · 30 = 215	215 · 70
15000	~~15000~~ –	30 − 4 + 2 · 30 = 86	86 · 150

$$u = \frac{\sum UC_{dal} - \sum UC_{má\,dáti}}{UD} = 1486{,}9\overline{4}$$

$$\boxed{25\,486{,}9\overline{4}}$$

- fr. metoda

dal	má dáti	k	UC
16000	–	12	12 · 160
–	7000	4 · 30 + 25 = 145	145 · 70
15000	–	9 · 30 + 4 = 274	274 · 150
–	24000	360	360 · 240

$$u = \frac{\sum UC_{má\,dáti} - \sum UC_{dal} + UC_{31.12.}}{UD} = \frac{145 \cdot 70 - 12 \cdot 160 - 274 \cdot 150 + 360 \cdot 240}{36}$$

$u = 1486{,}9\overline{4}$

$$\boxed{25\,486{,}9\overline{4}}$$

– př. 1.13.)

25.2.2011
10.4.2011
15.6.2011
25.8.2011
10.9.2011
30.10.2011
12.12.2011

P	k	UC
10000	30 +25 = 55	55·100
7500	30-25+30+10 = 45	45·75
4000	30-10+30+15 = 65	65·40
8500	30-15+30+25 = 70	70·85
12000	30-25+10 = 15	15·120
15000	30-10+30 = 50	50·150
9500	30+30+12 = 42	42·95
12000	30-12 = 18	18·120

$UD = \frac{360}{0,7} =$

$$u = \frac{\sum UC}{UD} = \boxed{63,92361}$$

2. PŘ.

– diskont

$u = S \cdot d \cdot t$

S ... splatná částka

d ... roční diskontní sazba

t ... doba vložení kapitálu v letech

$d = \frac{r_D}{100}$

$u = S \cdot \frac{r_D}{100} \cdot t$ $\qquad i = \frac{d}{1-dt}$

– 30/360 = 30A/360

– př. 2.1.)

a) $d = 6\%$

$u = S \cdot d \cdot t = 1000\,000 \cdot 0,06 \cdot 1 = \boxed{60000}$

$i = 6\%$

$S = P + u = P + Pit = P(1+it) \Rightarrow P = \frac{S}{1+it}$

$u = S - P = S - \frac{S}{1+it} = 1\,000\,000 - \frac{1\,000\,000}{1+0,06 \cdot 1} = \boxed{56\,603,77358...}$

b) $i = \frac{d}{1-dt} = \frac{0,06}{1-0,06 \cdot 1} = \boxed{0,0638297872 3...}$

– př. 2.2.)

$$u = \frac{\sum UC_j}{UD}$$

částka NH	k	UC
150 000	$30-7+2=9$	$1500 \cdot 9 = 13500$
85 000	19	$850 \cdot 19 = 16150$
105 000	22	$1050 \cdot 22 = 23100$

$$UD = \frac{360}{r_D} = \frac{360}{6} = 60$$

$$u = \frac{\sum UC_j}{UD} = \frac{13\,500 + 16\,150 + 23\,100}{60} = 879{,}1\overline{6}$$

$$P = S - u = 150\,000 + 85\,000 + 105\,000 - 879{,}1\overline{6} = \boxed{339\,120{,}8\overline{3}}$$

jde to i takto:

$P = S(1-dt)$:

$$P = 150\,000\left(1 - 0{,}06 \cdot \frac{9}{360}\right) + 85\,000\left(1 - 0{,}06 \cdot \frac{19}{360}\right) + 105\,000 \cdot \left(1 - 0{,}06 \cdot \frac{22}{360}\right)$$

~~{[illegible]}~~

– vzorec $\sum_{i=1}^{n} S_i (t_S - t_{k_i}) = \sum_{j=1}^{n} S_j (t_{k_j} - t_S)$ nemusíme umět

– věta: platí

$$t_S = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i t_{k_i} + \sum_{j=1}^{n} S_j t_{k_j}}{\sum_{i=1}^{m} S_i + \sum_{j=1}^{n} S_j}$$

... vážený průměr, tento vzorec se hodí (musíme) umět, = střední doba

– př. 2.3)

$$t_S = \frac{100\,000 \cdot 12 + 150\,000 \cdot 29 + 80\,000 \cdot 35}{100\,000 + 150\,000 + 80\,000} = \boxed{25{,}\overline{30} \text{ dní}}$$

2. CV.

– př. 2.6.)

$$i = \frac{d}{1-dt} = \frac{0{,}095}{1 - 0{,}095 \cdot 1} = 0{,}1049723756\overline{9} > 0{,}1$$

alt. výpočet $d = \frac{i}{1+it} = \frac{0{,}1}{1+0{,}1 \cdot 1} = 0{,}\overline{09} < 0{,}095$

pro nás je lepší $i = 0{,}1$

– př. 2.5.)

$S = 100\,000$

$P = 97\,250$

$d = 0{,}15$

$u = S - P = 2750 = S \cdot d \cdot t$

$$t = \frac{2750}{0{,}15 \cdot 100000} = 0{,}18\overline{3}$$

$$0{,}18\overline{3} \cdot 360 = \boxed{66 \text{ dní}}$$

– př. 2.7.)

15% ... 14 400

100% ... x

$$x = \frac{14400 \cdot 100}{15} = 96000$$

$$10000\,000 - 96000 = \boxed{9\,904\,000}$$

– př. 2.9.)

$P = S(1 - dt)$

$S = 200\,000$

$d = 0{,}05$

$$t = \frac{30 \cdot 3 + 19 - 5}{360} \qquad P = 197\,111{,}\overline{1}$$

provize je $200\,000 \cdot 0{,}0005 = 100$.

$$197\,111{,}\overline{1} - 100 = \boxed{197\,011{,}\overline{1}}$$

– př. 2.10.)

$$u = P \cdot i \cdot t = 50\,000 \cdot 0{,}05 \cdot \frac{30 \cdot 3 + \cancel{30} - \cancel{30}\ 11}{360} = 701{,}3\overline{8}$$

$$\boxed{50701{,}3\overline{8}}$$

úroková doba = úrok

– př. 2.11.) míra výnosnosti = úroková míra = i

$$i = \frac{u}{Pt} = \frac{S - P}{Pt} \qquad S \ldots \text{nominální hodnota}$$

Dne 8.3.2011 jsme koupili se $P = S(1 - dt) = S\left(1 - 0{,}095 \cdot \frac{31 - 8 + 31 + 30 + 1}{360}\right) = S \cdot 0{,}977569\overline{4}$

Dne 5.4.2011 jsme prodali se

$t = \frac{28+5}{36}$ $\qquad P = S(1 - dt) = S\left(1 - 0{,}093 \cdot \frac{25 + 31 + 1}{360}\right) = S \cdot 0{,}985275$

$$i = \frac{S0{,}985275 - S0{,}977569\overline{4}}{\frac{28}{360} \cdot S0{,}977569\overline{4}} = 7{,}882361344 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{360}{28} \text{(bez zohlednění času)} = \boxed{0{,}101344645}$$

$\cancel{t = \frac{2\cdot 3+5}{360}}$

– př. 2.2.)

$$u = S\cdot d\cdot t = 250000\cdot 0{,}09\cdot\frac{35}{360} = \boxed{2187{,}5}$$

– př. 2.4.)

$$u = S\cdot d\cdot t$$

$$d = \frac{u}{S\cdot t} = \frac{15000}{185000\cdot 1} = \boxed{0{,}0810}$$

– př. 2.12.)

$$d = 0{,}06$$

$$P = S(1-dt) = 75000\cdot\left(1-0{,}06\cdot\frac{13}{360}\right)+65000\cdot\left(1-0{,}06\cdot\frac{28}{360}\right)+80000\cdot\left(1-0{,}06\cdot\frac{31}{360}\right)+$$
$$+90000\cdot\left(1-0{,}06\cdot\frac{39}{360}\right) = \boxed{308535{,}8\overline{3}}$$

– př. 2.13.)

$$t_0 = \frac{75000\cdot 13+65000\cdot 28+80000\cdot 31+90000\cdot 39}{75000+65000+80000+90000} = \boxed{28{,}3387096774\ldots \text{dní}}$$

$\boxed{3.\ \text{PŘ.}}$

složené úročení

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^n$$

– př. 3.1.)

od 13.3.2015 do 1.4.2015 je 18 dní

od 1.4.2015 do 1.10.2016 je 6 čtvrtletí

od 1.10.2016 do 15.11.2016 je 44 dní

$P = 20000$ $\quad i = 0{,}09$ p.a.

$$i = \frac{0{,}09}{4}$$

dne 1.4.2015 máme $S = P(1+i\,t) = 20000\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\cdot\frac{18}{90}\right)$

dne 1.10.2016 máme

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right) = 20000\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\cdot\frac{18}{90}\right)\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\right)^6$$

dne 15.11.2016

$$S = 20000\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\cdot\frac{18}{90}\right)\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\right)^6\cdot\left(1+\frac{0{,}09}{4}\cdot\frac{44}{90}\right) = 23\,211{,}916115\ldots$$

- př. 3.2.)

$$n = \frac{\ln \frac{S}{P}}{\ln(1+i)} \in \mathbb{N}$$

$$n = \frac{\ln \frac{175\,000}{150\,000}}{\ln\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)} = 7{,}784\,354\,95\ldots$$

tedy 7 pololetí + "něco"

$$S = P\,(1+i)^n\,(1+i\,t)$$

$$175\,000 = 150\,000 \cdot \left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^7 \cdot \left(1+\frac{0{,}04}{2}\cdot\frac{k}{180}\right)$$

$k = 140{,}88\ldots$ dnů

výsledek: 7 pololetí a 141 dnů

- $i_e = \left(1+\frac{i}{m}\right)^m - 1$ ... efektivní úroková sazba

spojité úročení $i_e = e^i - 1$ (úroková intenzita

$$S = P \cdot e^{i t}$$

- Fisherův vzorec

$$i_r + i_\pi + i_r\, i_\pi = i$$

$i_r + i_\pi \approx i$ (Fisherova aproximace)

- střední hodnota E ~~číslo~~ ~~veličiny~~

- př. 3.3.)

možné výsledky	PST (pravděpodobnost)
$50\,000 \cdot 1{,}02^{10} = 60\,949{,}720\,338\,737$	$0{,}7^{10} = 0{,}028\,247\,5249$
$50\,000 \cdot 1{,}02^9 \cdot 1{,}03$	$10 \cdot 0{,}7^9 \cdot 0{,}3$
$50000 \cdot 1{,}02^8 \cdot 1{,}03^2$ ⋮ $50000 \cdot 1{,}03^{10}$	$\binom{10}{2} \cdot 0{,}7^8 \cdot 0{,}3^2$ ⋮ $0{,}3^{10}$

$$E = \frac{\sum PST \cdot \text{možné výsledky}}{\sum PST} = 62\,766{,}1273\ldots$$

lepší výpočet $50000 \cdot (1+0{,}02 \cdot 0{,}7 + 0{,}03 \cdot 0{,}3)^{10} = 62766{,}273\,003$

$\boxed{3.\text{CV.}}$

- př. 3.4.) $P = 30\,000$

$n = 4$

$i = 0{,}02 \cdot 0{,}85$

$$S = P(1+i)^n = 30000 \cdot (1+0{,}02 \cdot 0{,}85)^4 = 32\,042{,}6120656...$$

- př. 3.5.)

P ... částka

(a) $S = P(1+i)^3 = P(1+0{,}05 \cdot 0{,}85)^3 = P \cdot 1{,}132995515625$

(b) $S = P(1+0{,}04 \cdot 0{,}85)(1+0{,}05 \cdot 0{,}85)(1+0{,}06 \cdot 0{,}85) = P \cdot 1{,}132920\,995$

(c) $S = P(1+0{,}04 \cdot 0{,}85)^3 \cdot (1+0{,}03 \cdot 0{,}85) = P \cdot 1{,}133697740252$

varianta (c) je nejlepší

- př. 3.6.)

$S = R(1)S = 84\,000$

$P = 60\,000$

$i = ?$

$n = 20$

$$S = P(1+i)^n$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = \sqrt[20]{\frac{84000}{60000}} - 1 =$$

$$i = 1{,}696\,5925746\ \%$$

- př. 3.8)

$$i_e = \left(1+\frac{i}{m}\right)^m - 1$$

(a) $i_e = \left(1+\frac{0{,}13}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}1380324816$

(b) $i_e = \left(1+\frac{0{,}135}{2}\right)^2 - 1 = 0{,}13955625$

(c) $i_e = (1+0{,}14) - 1 = 0{,}14$

volíme (c)

- př. 3.9.)

$$S = P \cdot e^{it} = 15000 \cdot e^{0{,}05 \cdot 1{,}5} = 16\,168{,}262\,263...$$

$$i_e = e^i - 1 = e^{0{,}05} - 1 = 0{,}0512710696...$$

- př. 3.10.)

$i_i = 10,5\%$ — hrubá míra zisku 12,5%

$i = 12,5\% \cdot 75\% = 9,375\%$ — čistá míra zisku $75\% \cdot 12,15\%$

$i_i + i_r + i_i i_r = i$

$$i_r = \frac{i - i_i}{i_i + 1} = \frac{0,09375 - 0,105}{0,105 + 1} = -0,010180995\ldots$$

podle aproximace

$$i_r \approx i - i_i = 0,09375 - 0,105 = -0,01125$$

- př. 3.11.)

$P = 37\,500$

$i = 0,09$

$$S = \cancel{37500} \cdot P(1+i)^n(1+i\,\Delta) = P\cdot(1+0,09)^2\cdot\left(1+0,09\cdot\frac{31+28+31+6}{360}\right) = 45\,623,104$$

- př. 3.7.)

$$P = \frac{15000}{\left(1+\frac{0,12}{2}\right)\left(1+\frac{0,12}{2}\cdot\frac{90}{\cancel{360}\,180}\right)} = 13\,738,7774\,9633\ldots$$

- př. 3.12.)

$\cancel{S = P(1+i)^n \geq 350\,000}$

$\cancel{(1+i)^n \geq \frac{350\,000}{200\,000} = \frac{7}{4}}$

$\cancel{n \ln(1+i) \geq \ln\frac{7}{4}}$

$\cancel{360\,n \geq \frac{\ln\frac{7}{4}}{\ln 1,07} \cdot 360 = 2977,62}$

$\cancel{\frac{m}{360}} \geq 360\,n \geq \cancel{2337,75}$

$\cancel{360\,n \geq 2338 = 6\cdot 360 + 89}$

$\cancel{89 = 31+28+30}$

$\cancel{1.4.2017}$

$S = P(1+i)^n \geq 350\,000$

$$n \geq \frac{\ln\frac{7}{4}}{\ln 1,07} = 8,27\ldots$$

$$S = P(1+i)^8\left(1+i\cdot\frac{k}{360}\right) \geq 350000$$

$k = 96$

$\cancel{360\,n = 2978 = 8\cdot 360 + 98}$

$\cancel{98 = 31+28+30+9}$ $\cancel{98 = 30+30+30+8}$

$96 = 30+30+30+6$

7.4.2020

- př. 3.13.)

~~možné výsledky~~

1) $i_1 = 6\%$, $i_2 = 8\%$

$S_1 = 135\,000\,(1+0,06)(1+0,08)$

2) $i_1 = 6\%$, $i_2 = 4\%$

$S_2 = 135\,000\,(1+0,06)(1+0,04)$

3) $i_1 = 4\%$, $i_2 = 6\%$

$S_3 = S_2$

4) $i_1 = 4\%$, $i_2 = 8\%$

$S_4 = 135\,000\,(1+0,04)(1+0,08)$

$$E = \frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{4} = 148\,851$$

4. CV.

odpisy = zisk, který se nedaní

– př. 4.4.)

	1. rok	2. rok	3. rok	4. rok	
tržby	7 300 000	8 500 000	10 100 000	10 700 000	(1)
náklady	3 100 000	3 300 000	4 800 000	5 100 000	(2)
odpisy	1 400 000	2 200 000	2 200 000	2 200 000	(3)
hrubý zisk	2 800 000	3 000 000	3 100 000	3 400 000	(4) = (1) − (2) − (3)
čistý zisk	2 100 000	2 250 000	2 325 000	2 550 000	(5) = (4) · 0,75
příjem	3 500 000	4 450 000	4 525 000	4 750 000	(6) = (3) + (5)

– př. 4.5.)

a) 200 000 Kč za 4 roky

b) 40 000 Kč za rok + 152 000 za 4 roky

přepočítat za 4 roky

$i = 12\%$ p.a.

$i = 0{,}01$

$$S = 152\,000 + 40000 \cdot (1 + 0{,}01 \cdot 0{,}85)^{36} = 206\,249{,}093\ldots > 200$$

varianta b) je výhodnější

– př. 4.6.)

splátka ... s

$$450000 = \frac{s}{1+i} + \frac{s}{(1+i)^3} + \frac{s}{(1+i)^4}$$

$$450000 = \frac{s}{1{,}15} + \frac{s}{1{,}15^3} + \frac{s}{1{,}15^4}$$

$$\boxed{s = 214{,}404{,}688936}$$

– př. 4.7.)

$$\overset{1.4.}{50000\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^3} + \overset{1.5.}{50000\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^2} + \overset{1.6.}{50000\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)} + \overset{1.7.}{50000} + \overset{1.8.}{\frac{50000}{1+\frac{0{,}06}{12}}} + \overset{1.9.}{\frac{50000}{\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^2}} + \ldots + \overset{1.12.}{\frac{50000}{\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^5}} = \boxed{447\,798{,}32265}$$

- př. 4.8.) částka pro syna … a

částka pro synovce … $\frac{a}{2}$

$$2\,000\,000 = \frac{a}{2} + \frac{a/2}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^4} + \frac{a}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^6} + \frac{a}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{12}}$$ (kudrnatá rovnice)

$$a = 805\,442{,}32195\ldots$$

~~př. 4.9.)~~

- př. 4.10.)

$$\frac{1\,800\,000}{1+0{,}2} = 1\,500\,000$$

$$\frac{1\,900\,000}{(1+0{,}2)^2} = 1\,319\,444{,}\overline{4}$$

$$\frac{2\,500\,000}{(1+0{,}2)^3} = 1\,446\,759{,}\overline{259}$$

$$3\,500\,000 - 1\,500\,000 - 1\,319\,444{,}\overline{4} = 680\,555{,}\overline{5}$$

$$\frac{680\,555{,}\overline{5}}{1\,446\,759{,}\overline{259}} = 0{,}4704$$

$\boxed{2{,}4704 \text{ let}}$

- př. 4.11.)

~~příjmy viz 4.4.)~~

$i = 0{,}4$

$c_1 = 3\,500\,000 \quad c_2 = 4\,450\,000$

$c_3 = 4\,525\,000 \quad c_4 = 4\,750\,000$

$$PV = \sum_{j=1}^{4} \frac{c_j}{1{,}4^j} = 7\,655\,924{,}6$$

$c_0 = -8\,000\,000 \qquad NPV < 0$

$\boxed{\text{nevyplatí se}}$

- př. 4.1.)

$$i = i_r + i_i + i_i \cdot i_r$$

$$i_1 = 0{,}3 + 0{,}111 + 0{,}3 \cdot 0{,}111 = 0{,}4443 \quad \text{v roce 2014}$$

$$i_2 = 0{,}3 + 0{,}208 + 0{,}3 \cdot 0{,}208 = 0{,}5704 \quad \text{v roce 2015}$$

$$S = P(1+i_1)(1+i_2)$$

$$P = \frac{15\,000\,000}{(1+0{,}4443)(1+0{,}5704)} = 6\,613\,381 < 7\,500\,000$$, druhá je lepší, nerozhodli jsme se správně

– př. 4.2.)

	start	1. rok	2. rok	3. rok
příjmy	—	66 000	72000	760000
výdaje	700 000	—	—	—

$$NPV = -700\,000 + \frac{66\,000}{1+0{,}1} + \frac{72\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{760\,000}{(1+0{,}1)^3} = -9{,}496{,}519\,083\ldots < 0$$

nevyplatí se investovat při $i = 0{,}1$

pro $i = 0{,}07$ je

$$NPV = -700\,000 + \frac{66\,000}{1+0{,}07} + \frac{72\,000}{(1+0{,}07)^2} + \frac{760\,000}{(1+0{,}07)^3} = 44\,956{,}21786\ldots > 0$$

vyplatí se investovat pro $i = 0{,}07$

$$i_{PV} = \frac{744\,956{,}21786\ldots}{700\,000} = 1{,}064223\ldots > 1$$

– př. 4.3.)

$$NPV = -700\,000 + \frac{66\,000}{1+u} + \frac{72\,000}{(1+u)^2} + \frac{760\,000}{(1+u)^3} = 0$$

$$-700(1+u)^3 + 66(1+u)^2 + 72(1+u) + 760 = 0$$

$$y = 1+u$$

$$-700y^3 + 66y^2 + 72y + 760 = 0$$

$$f(y) = 700y^3 - 66y^2 - 72y = 760$$

$\cancel{f(3) = \ldots}$

$f(1) = 562$

$f(1{,}5) = 2106$

$f(1{,}1) = 772{,}64$

$f(1{,}09) = 749{,}6257$

$f(1{,}095) = 761{,}077$

⋮

$y = 1{,}094531808\ldots \Rightarrow u = 9{,}4531808\ldots\ \%$

$0{,}07 < u < 0{,}1$ – nevyplatí se investovat

vyplatí se investovat

$f(x) = 0$: $f(x) = 700x^3 - 66x^2 - 72x - 760$

$$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})} \qquad x_0 = 1{,}1$$

$x_1 \doteq 1{,}094560633$

$x_2 \doteq 1{,}094531809$

$x_3 \doteq 1{,}094531808$

$x_4 \doteq x_3$

- př. 4.9.)

$\cancel{\frac{80000}{1+i_1} + 50000}$

$150000 = 80000 + 50000 + 20000$

$750000 = 400000 + 350000$

$\frac{20000}{50000} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

$\frac{350000}{500000} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

1. případ: 2,4 let
2. případ: 1,7 let

2. investice je lepší

$1{,}7 < 2{,}4$

- př. 4.12.)

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r} + \frac{c_2}{(1+r)^2} + \frac{c_3}{(1+r)^3} + \frac{c_4}{(1+r)^4} + \frac{c_5}{(1+r)^5} = 0$$

$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = \frac{c_0}{2}$

$$-2 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^5} = 0$$

$\cancel{c_0 = 1}$ $\quad y = 1+r$

$f(y) = -2y^5 + y^4 + y^3 + y^2 + y + 1 = 0$ $\quad f(1{,}5) < 0$

$f'(y) = -10y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y + 1 \neq 0$ $\quad f(1{,}4) > 0$

$y_0 = 1{,}4$

$y_1 \doteq 1{,}410648648\ldots$

$y_2 \doteq 1{,}410415$

$r \doteq 41{,}041\,\%$

- př. 4.13.)

	1. rok	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
příjmy	400000	370000	338500	305425	270696,25	234231,0625	195942,615625	155739,7464062497	—
výdaje	—	—	—	—	—	—	—	—	586473,2662734375

$$PV = \frac{400000}{1{,}1} + \frac{370000}{1{,}1^2} + \frac{338500}{1{,}1^3} + \ldots - \frac{586473{,}2662734375}{1{,}1^9} = 1357130{,}70344\ldots$$

5. PŘ.

- někdy zadány ~~se~~ na testech úlohy typu "metodou blabla vyřešte"

$\binom{n}{0}+\binom{n}{3}+\binom{n}{6}+\dots$ $\binom{n}{1}+\binom{n}{4}+\dots$

$\binom{n}{2}+\binom{n}{5}+\dots$

$S = mx\left(1+\frac{m+1}{2m}i\right)$ $S = mx\left(1+\frac{m+1}{2m}i\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}$

$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)$ $S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$

$S = x\cdot(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$

$S = x\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$

- př. 5.1)

$$n = \frac{\ln\left(1+\frac{Si}{x}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(1+\frac{250\,000}{40000}\cdot 0{,}15\right)}{\ln(1+0{,}15)} = 4{,}732\,321\,768\dots \text{ let}$$

tedy 5 let.

pokud bychom tabla spořili 5 let tak

$$S = x\,\frac{(1+i)^n-1}{i} = 40000\cdot\frac{1{,}15^5-1}{0{,}15} = 269\,695{,}25$$

poslední vklad může být menší o 19695,25, tj. $40000-19695{,}25 = 20304{,}75$

- př. 5.2)

kombinované ~~předlhůtní~~ polhůtní

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

chceme naspořit

$$S = 4\cdot 10000\cdot\left(1+\frac{3}{8}\cdot 0{,}05\right)\cdot\frac{(1+0{,}05)^{20}-1}{0{,}05} = 1\,347\,437{,}62969\dots$$

po 10 letech máme

$$S = 4\cdot 10000\cdot\left(1+\frac{3}{8}\cdot 0{,}05\right)\cdot\frac{(1+0{,}05)^{10}-1}{0{,}05} = 512\,549{,}12082$$

nechť y je nová úložka

má platit

$$1\,347\,437{,}62969\ldots = 512\,549{,}12082\ldots \cdot 1{,}03^{10} + 4y\left(1+\frac{3}{8}\cdot 0{,}03\right)\cdot \frac{1{,}03^{10}-1}{0{,}03}$$

$$y = 14\,203{,}0343542\ldots$$

- př. 5.3.)

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

po 5 letech

$$300000 = 3\cdot x\left(1+\frac{2}{6}i\right)\cdot\frac{(1+i)^{20}-1}{i}$$

po 10 letech

$$600000 = 250000\cdot(1+i)^{20} + 3x\left(1+\frac{2}{6}i\right)\frac{(1+i)^{20}-1}{i}$$

$$600000 = 250000(1+i)^{20} + 300000$$

$$(1+i)^{20} = \frac{6}{5}$$

$$i = \sqrt[20]{\frac{6}{5}} - 1 = 0{,}009157755 8276\ldots \text{ p.q.}$$

$$i = 4\cdot 0{,}0091577558\ldots = \boxed{0{,}036631023 31\ldots}$$

- př. 5.5.) předlhůtní, ~~krátkodobé~~ dlouhodobé

$$S = x(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$S = 20000\cdot\left(1+\frac{0{,}03}{4}\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{0{,}03}{4}\right)^4-1}{\frac{0{,}03}{4}} = 81511{,}29225077\ldots$$

- př. 5.6.) polhůtní, ~~krátko~~ kombinované

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$S = 2\cdot 4350\cdot\left(1+\frac{1}{4}\cdot\frac{0{,}046}{2}\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{0{,}046}{2}\right)^{24}-1}{0{,}046/2} = 85704{,}133425\ldots$$

- př. 5.7.) ~~$i = \frac{0{,}07}{2} = 0{,}035$~~

$$i = \frac{0{,}07}{2}\cdot 0{,}85 =$$

polhůtní, kombinované

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$S = \left(6\cdot 1000\cdot\left(1+\frac{5}{12}\cdot\frac{0{,}07}{2}\cdot 0{,}85\right)-200\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{0{,}07}{2}\cdot 0{,}85\right)^{20}-1}{\frac{0{,}07\cdot 0{,}85}{2}} = 157445{,}86586$$

!

– př. 5.8.) předlhůtní, dlouhodobé

$$S = x(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

bez příspěvku to je

$$S_1 = 15000\cdot\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{60}-1}{\frac{0{,}04}{12}} = 99779{,}96216$$

příspěvek

$$S_2 = 4500\cdot\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{3\cdot12+9} + 45000\cdot\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{2\cdot12+9} + 4500\cdot\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{12+9} +$$

$$+4500\cdot\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{9} \cancel{= 24211{,}0217} + 45000 = 24211{,}0217$$

celkem

$$S = S_1 + S_2 = 123991{,}78386$$

– př. 5.9.) polhůtní, krátkodobé

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right)$$

$$S = 6\cdot35000\cdot\left(1+\frac{5}{12}\cdot0{,}026\right) = 21227{,}5$$

– př. 5.10.) polhůtní, dlouhodobý

$$S = x\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$x = \frac{Si}{(1+i)^n-1} = \frac{10\,000\,000\cdot0{,}1}{1{,}1^{10}-1} = 627\,453{,}948825\ldots$$

– př. 5.4.)

a) předlhůtní krátkodobé

$$S = mx\cdot\left(1+\frac{m+1}{2m}\cdot i\right)$$

$$100\,000 = 4x\left(1+\frac{5}{8}\cdot0{,}08\right)$$

$$x = 23809{,}5238\ldots$$

b) polhůtní krátkodobé

$$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right)$$

$$100\,000 = 4x\left(1+\frac{3}{8}\cdot0{,}08\right)$$

$$x = 24271{,}84466$$

- př. 5.11.) $m = 1$ $x = 20000$ $S = 100000$ $i = 0{,}03$

a) $S = x(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$(1+i)^n = \frac{Si}{x(1+i)} + 1$

$n = \frac{\ln\left(\frac{Si}{x(1+i)}+1\right)}{\ln(1+i)} = 4{,}5997\ldots$ k začátku 5 roku

b) $n = \frac{\ln\left(\frac{S\cdot i}{x}+1\right)}{\ln(1+i)} = 4{,}172827\ldots$ ke konci 5 roku

- př. 5.12.)

$S = 500000$ $m = 3$ kombinované předlhůtní

$x = 2500$ $y\ldots$ neznámá částka

$S = mx\left(1+\frac{m+1}{2m}i\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}$

$i = \frac{0{,}04}{4}\cdot 0{,}85 = 0{,}0085$

$500000 = 3\cdot 2500\cdot\left(1+\frac{4}{6}\cdot 0{,}0085\right)\cdot\frac{(1+0{,}0085)^{32}-1}{0{,}0085} + y(1+0{,}0085)^{20}$

$y = 189085{,}56649666\ldots$

- př. 5.13.) $m = 2$ polhůtní komb.

$2i = ?$

$S = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right)\frac{(1+i)^n-1}{i}$

$\cancel{x = 2x}$

$300000 = 2x\left(1+\frac{i}{4}\right)\frac{(1+i)^8-1}{i} = 2x\left(1+\frac{i}{4}\right)\frac{(1+i)^4-1}{i}\cdot\left((1+i)^4+1\right)$

$\cancel{200000 = 2x\left(1+\frac{i}{4}\right)\frac{(1+i)^4-1}{i}}$ $(1+i)^4 - 1 = \frac{3}{2}$

$(1+i)^4 = \frac{1}{2}$

$i = \sqrt[4]{\frac{1}{2}} - 1$

$400000 = 2x\left(1+\frac{i}{4}\right)\frac{(1+i)^4-1}{i} + 200000(1+i)^4$

$(1+i)^4 + 1 = \frac{3}{2(2-(1+i)^4)}$

$i = 0{,}08104707\ldots$

$2i = \boxed{0{,}16219414}\ldots$

6. PŘ.

– př. 6.1.) $PV = 1\,560\,000 \quad i = 0{,}01$

a) $\frac{PV \cdot i}{x} = \frac{15600}{18200} < 1 \Rightarrow$ použijeme vzorec

b) $\frac{PV \cdot i}{x} = \frac{15600}{13000} > 1 \Rightarrow$ vklad je nevyčerpatelný

$$n = \frac{-\ln\left(1 - \frac{15600}{18200}\right)}{\ln(1+0{,}01)} = 195{,}562356\ldots$$

195 měsíců bude $x = 18200$

a na konci 196. měsíce vybereme $y < 18200$

Pro 195 měsíců při $x = 18200$:

$$FV = x\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 18200 \cdot \frac{1{,}01^{195} - 1}{0{,}01} = 10848910{,}7108$$

$$1560000 \cdot 1{,}01^{196} = y + 10848910{,}7\ldots \cdot 1{,}01$$

$$y = 10257{,}16757$$

– př. 6.2.) po 3 letech máme

$$300\,000 \cdot 1{,}03^{6} = 358215{,}6889587\ldots$$

pololetní, polhůtní

$$PV = mx\left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i}$$

$\cancel{358215}$

$$358215{,}6889587\ldots = 6x\left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0{,}03\right) \frac{1 - \left(\frac{1}{1{,}03}\right)^{10}}{0{,}03}$$

$$x = 6912{,}5607721\ldots$$

– př. 6.3.) z prodeje

$$PV_1 = \frac{5\,000\,000}{1{,}05^{15}} = 2\,405\,085{,}149045\ldots$$

z nájmu

$$PV_2 = \cancel{12}\,mx\left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \frac{1 - v^n}{i} = 12 \cdot 14500 \cdot \left(1 + \frac{11}{24} \cdot 0{,}05\right) \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1{,}05}\right)^{15}}{0{,}05}$$

$$= 1\,847\,449{,}38507$$

celkem

$$PV_1 + PV_2 = 4\,252\,534{,}87552\ldots$$

– př. 6.6.) $i = \frac{0{,}048}{4} \cdot 0{,}85 \qquad x = 5900 \qquad m = 3 \qquad n = 60$

polhůtní, pololetní

$$PV = mx\left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i} = 3 \cdot 5900 \cdot \left(1 + \frac{2}{6} \cdot \frac{0{,}048}{4} \cdot 0{,}85\right) \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0{,}048}{4} \cdot 0{,}85}\right)^{60}}{\frac{0{,}048}{4} \cdot 0{,}85}$$

$$PV = 794073{,}391085$$

- př. 6.7.) polhůtní roční varianta

$$PV = x \cdot \frac{1-v^n}{i} = 11840 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+0{,}064}\right)^{15}}{0{,}064} = 112\,046{,}302\,339\ldots$$

! zaplatet !

$11840 = 11450 + 390$

- př. 6.8.) polhůtní, roční

(a) $PV = x\frac{1-v^n}{i} = 135\,000 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}15}\right)^5}{0{,}15} = 452\,540{,}93823\ldots$

(b) $FV = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 910\,221{,}46875$

lze taky použít $FV = (1+i)^n \cdot PV$

- př. 6.9.) roční, lze volit předlhůtní nebo polhůtní

předlhůtní: $FV = x(1+i) \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i} = 50000 \cdot \left(1+\frac{0{,}06}{12}\right) \cdot \frac{\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^3 - 1}{\frac{0{,}06}{12}} = 151\,505{,}00625$ — 4 až 6 měsíc

$PV = x(1+i)\frac{1-v^n}{i} = 50000\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right) \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0{,}06}{12}}\right)^6}{\frac{0{,}06}{12}} = 296\,293{,}3164049$ — 7 až 12 měsíc

celkem: $FV + PV = 447\,798{,}32265494$

polhůtní: $FV = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 50000 \cdot \frac{\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^4 - 1}{\frac{0{,}06}{12}}$ — 4 až 7 měsíc

$PV = x \cdot \frac{1-v^n}{i} = 50000 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0{,}06}{12}}\right)^5}{0{,}06}$ — 8 až 12 měsíc

celkem $FV + PV$

- př. 6.10.) předlhůtní, področní

~~PV~~ ~~mx~~ $FV = mx\left(1+\frac{m+1}{2m} \cdot i\right)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$FV = 12 \cdot 65\,000 \cdot \left(1+\frac{13}{24} \cdot 0{,}035\right) \cdot \frac{1{,}035^{28} - 1}{0{,}035} = 36\,791\,211{,}98\ldots$$

výsledek: $15\,000\,000 \cdot 1{,}035^{28} - 36\,791\,211{,}98\ldots = 2\,511\,367{,}375\ldots$

- př. 6.11.)

$x = PV \cdot i = 5000$

- př. 6.4.) předlhůtní $PV = mx\left(1+\frac{m+1}{2m} \cdot i\right)\frac{1-v^n}{i}$

a) $PV = 1000 \cdot \left(1+\frac{0{,}05}{12}\right) \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0{,}05}{12}}\right)^{60}}{\frac{0{,}05}{12}} = 53\,211{,}5009336\ldots$

b) ~~PV = 12 · 1000 · (1+~~

$PV = 12 \cdot 1000 \cdot \left(1+\frac{13}{24} \cdot 0{,}05\right) \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}05}\right)^5}{0{,}05} = 53\,360{,}79996\ldots$

– př. 6.5.) $PV = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\frac{1-v^n}{i}$

a) $PV = 1000 \cdot \dfrac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0,05}{12}}\right)^{60}}{\frac{0,05}{12}} = 52990,7063239\ldots$

b) $PV = 12\cdot 1000\left(1+\frac{11}{24}\cdot 0,05\right)\cdot\dfrac{1-\left(\frac{1}{1+0,05}\right)^{5}}{0,05} \doteq 53144,326131\ldots$

– př. 6.12.)

$PV = 2\,350\,000$ področní, předlhůtní

$PV = mx\left(1+\frac{m+1}{2m}\cdot i\right)\frac{1-v^n}{i}$

$2\,350\,000 = 2x\left(1+\frac{3}{4}\cdot 0,029\right)\cdot\dfrac{1-\left(\frac{1}{1+0,029}\right)^{36}}{0,029}$

$x = 51890,806334385\ldots$

~~$PV = 2\cdot 51890,8$~~

~~$2\,350\,000\cdot 1,029^{22} = y + FV = y + 2\left(1+\frac{3}{4}\cdot 0,029\right)\cdot\frac{1,029^{22}-1}{}$~~

~~$= y + 2\left(1+\frac{3}{4}\right.$~~

$2\,350\,000\cdot 1,029^{22} = y + 2\cdot 51890,806\ldots\cdot\left(1+\frac{3}{4}\cdot 0,029\right)\cdot\dfrac{(1+0,029)^{22}-1}{0,029}$

$1,029^{8}\cdot y = 1\,515\,935,357979\ldots$

– př. 6.13.) ~~$PV = 6\,000\,000$~~ ~~pololetní polroční~~

~~$\frac{\frac{7}{6}-1}{5} = 0,0\overline{3}$~~ ~~$0,08-0,03 = 0,04\overline{6} \doteq \frac{7}{150}$~~

~~$6\,000\,000 =$~~

$6\cdot 10^{6} = 12\cdot x\cdot\left(1+\frac{11}{24}\cdot 0,08\right)\cdot\dfrac{1-\frac{1}{(1,08)^{5}}}{0,08} + \dfrac{7\cdot 10^{6}}{(1,08)^{5}}$

$x = 24\,882,92166\ldots$

7. PŘ

- př. 7.1.) věčný důchod, ~~xxx~~ polhůtní, področní:

$$PV_1 = \frac{mx}{i}\left(1+\frac{m-1}{2m}\cdot i\right) = \frac{2\cdot 20000}{0{,}075}\cdot\left(1+\frac{0{,}075}{4}\right) = 1\,152\,857{,}142\,857\ldots$$

dočasný důchod, ~~polhůtní~~ předlhůtní, področní

$$PV_2 = \frac{mx}{\cancel{i}}\left(1+\frac{m+1}{2n}\cdot i\right)\cdot\frac{1-v^n}{i} = 6\cdot 10000\cdot\left(1+\frac{7}{12}\cdot 0{,}035\right)\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}035^{50}}}{0{,}035} =$$

$$= 1\,436\,070{,}2041287\ldots$$

$$PV_1 - PV_2 = -283\,213{,}06127\ldots \text{ (kolik doplácíme)}$$

- př. 7.2.) odložený, dočasný, polhůtní, področní:

$$PV = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}\,i\right)\frac{1-v^n}{i}\cdot v^h$$

$$300000 = 6x\left(1+\frac{5}{12}\cdot 0{,}03\right)\frac{1-\frac{1}{1{,}03^{10}}}{0{,}03}\cdot\frac{1}{1{,}03^6}$$

$$x = 6\,912{,}5607721\ldots$$

- věta: $PV = x(1+i)\dfrac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g}$ g… tempo růstu, $i \neq g$ $x + x\dfrac{(1+g)}{1+i} + \ldots$

$i = g$

$PV = nx$ atd. …

$FV = PV\cdot(1+i)^n$

- př. 7.3.) 15 let: měsíční, bezprostřední, roční, dočasný, polhůtní

$g \neq i$

$$PV = x\,\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g} = 25000\cdot\frac{1-\left(\frac{1+0{,}002}{1+0{,}005\cdot 0{,}85}\right)^{12\cdot 15}}{0{,}005\cdot 0{,}85-0{,}002} = 3\,690\,902{,}889985\ldots$$

40 let M: roční, polhůtní, dočasný, bezprostřední

$$3\,690\,902{,}85\ldots = FV = x\,\frac{(1+i)^n-1}{i} = x\cdot\frac{(1+0{,}005\cdot 0{,}85)^{40\cdot 12}-1}{0{,}005\cdot 0{,}85}$$

$$x = 2\,356{,}21287935\ldots$$

- $PV = x\displaystyle\int_0^T e^{-it}\,dt = \frac{x}{i}\left(1-e^{-iT}\right)$ $FV = x\displaystyle\int_0^T e^{it}\,dt = \frac{x}{i}\left(e^{iT}-1\right)$

$\boxed{7.\text{CV.}}$

– př. 7.4.)

prvních 9 let: polhůtní, področní

bez poplatků: $FV_1 = m x \left(1 + \frac{m-1}{2m} i\right) \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 3 \cdot 13000 \cdot \left(1 + \frac{2}{6} \cdot \frac{0{,}048}{2}\right) \cdot \frac{1{,}024^{18} - 1}{0{,}024} = 8722\ldots 6854\ldots$

poplatky: polhůtní, področní

$$FV_2 = 6 \cdot 30 \cdot \left(1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{0{,}048}{2}\right) \cdot \frac{(1{,}024)^{18} - 1}{0{,}024} = 4033{,}6537\ldots$$

následujících 14 let: předlhůtní, področní

$$PV_1 = m x \left(1 + \frac{m+1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i} = 2x\left(1 + \frac{3}{4} \cdot 0{,}024\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{1{,}024^{28}}}{0{,}024}$$

$$= x \cdot 41{,}16488 6449$$

poplatky: $PV_2 = 6 \cdot 30 \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0{,}024\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{1{,}024^{28}}}{0{,}024} = 3675{,}725125$

$$FV_1 - FV_2 = PV_1 + PV_2 \iff FV_1 - FV_2 - PV_2 = PV_1$$

$$x = 2100{,}1353135$$

– př. 7.5.)

prvních 6 let: polhůtní, področní, bezprostřední, dočasné

$$PV_1 = m x \left(1 + \frac{m-1}{2m} \cdot i\right) \cdot \frac{1 - v^n}{i} = 6 \cdot 10000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0{,}03\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{1{,}03^{12}}}{0{,}03} =$$

$$= 604\,705{,}742609\ldots$$

následujících 12 let: polhůtní, področní, odložené, dočasné

$$PV_2 = m x \left(1 + \frac{m-1}{2m} i\right) \frac{1 - v^n}{i} \cdot v^k = 6 \cdot 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0{,}02\right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{1{,}02^{24}}}{0{,}02} \cdot \frac{1}{1{,}03^{12}}$$

$$PV_1 + PV_2 = 1\,407\,284{,}478453\ldots$$

Pozor na to!

– př. 7.6.)

dočasný: polhůtní, roční, bezprostřednost

$$PV = x \cdot \frac{1 - v^n}{i} = 100\,000 \cdot \frac{1 - \frac{1}{1{,}06^{15}}}{0{,}06} = 971\,224{,}89877\ldots$$

věčný: předlhůtní, področní, bezprostřední

$$971224{,}89877\ldots = PV = m x \left(1 + \frac{m+1}{2m} i\right) \cdot \frac{1}{i} = 12x\left(1 + \frac{13}{24} \cdot 0{,}06\right) \cdot \frac{1}{0{,}06}$$

$$x = 4\,703{,}26827\ldots$$

– př. 7.7.) dočasný, roční, bezprostř. odložený

lze vybrat předlhůtní nebo polhůtní

předlhůtní: $PV = x(1+i)\frac{1-v^n}{i}\cdot v^k = 10\,000\,000\cdot(1+0{,}055)\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}055^4}}{0{,}055}\cdot\left(\frac{1}{1{,}055}\right)^2$

polhůtní: $PV = x\cdot\frac{1-v^n}{i}\cdot v^k = 10\,000\,000\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}055^4}}{0{,}055}\cdot\frac{1}{1{,}055}$

$PV = 33\,224\,171{,}7704\ldots$

– př. 7.9.)

věčný důchod sušky: $PV_1 = \frac{x}{i-g} = \frac{21\,250\,000}{0{,}14-0{,}06} = 265\,625\,000$

– " – náklady: $PV_2 = \frac{x}{i-g} = \frac{10\,625\,000}{0{,}14-0{,}09} = 212\,500\,000$

$PV_1 - PV_2 = 53\,125\,000$

– př. 7.8.)

$PV = mx\left(1+\frac{m+1}{2m}i\right)\frac{1-v^n}{i}\cdot v^k = 4\cdot 20\,000\cdot\left(1+\frac{5}{8}\cdot 0{,}1\right)\frac{1-\frac{1}{1{,}1^{10}}}{0{,}1}\cdot\frac{1}{1{,}1^{8}} =$

$PV = 93\,938{,}12435\ldots$

– př. 7.10.)

(a) $PV = x\int_0^1 e^{-it}\,dt = 1\,000\,000\int_0^1 e^{-it}\,dt$

$PV = \frac{x}{i}(1-e^{-it}) = \frac{1\,000\,000}{0{,}1}(1-e^{-0{,}1}) = 951\,625{,}819640\ldots$

(b) $FV = \frac{x}{i}(e^{it}-1) = \frac{1\,000\,000}{0{,}1}(e^{0{,}1}-1) = 1\,051\,709{,}180756\ldots$

– př. 7.11.)

$PV = x\,\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{2n}}{i-g}$

$1\,000\,000 = x\cdot\frac{1-\left(\frac{1+0{,}01}{1+0{,}011}\right)^{24}}{0{,}011-0{,}01}$

$x = 42\,606{,}142\,430\ldots$

$(1+0{,}01)^{23}x = 53\,562{,}866617\,84224\ldots$

– př. 7.13.)

$$PV = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\frac{1-v^n}{i}\cdot v^k = \cancel{4\cdot 5000\cdot\left(1+\frac{3}{8}\cdot 0{,}0175\right)\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}0175^{15}}}{0{,}0175}}\left(\frac{1}{1{,}0175}\right)$$

$$\cancel{PV = 248682\,774704\,0649\ldots} = \cancel{12x\cdot\left(1+\frac{11}{24}\cdot\frac{0{,}07}{12}\right)}$$

$$PV = 4\cdot 5000\cdot\left(1+\frac{3}{8}\cdot 0{,}07\right)\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}07^{15}}}{0{,}07}\cdot\left(\frac{1}{1{,}07}\right)^{10} = 95\,030{,}783606054\ldots$$

$$= 12x\left(1+\frac{11}{24}\cdot 0{,}07\right)\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}07^{10}}}{0{,}07}$$

$$x = 1092{,}4703796567\ldots$$

př. 7.12)

$$\cancel{1000000 = PV = mx\left(1+\frac{m-1}{2m}i\right)\frac{1-v^n}{i}\cdot v^k \neq x\frac{1-v^n}{i}v^k}$$

$$\cancel{1000000 = x}\quad PV = x\cdot\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g}$$

$$100000 = x$$

7.12.)

$$\left(\frac{x}{1+i}+\frac{x(1+g)}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{x(1+g)^4}{(1+i)^5}\right)+\left(\frac{x(1+g)^4}{(1+i)^5}+\cdots\frac{x(1+g)^9}{(1+i)^{10}}\right)=10^6$$

$$\frac{1+g}{1+i}=A$$

$$\frac{x}{1+i}\left(1+A+\cdots+A^4\right)+\frac{x(1+g)^4}{(1+i)^5}\left(1+\cdots+A^4\right)=10^6$$

$$\frac{x}{1+i}\left(1+A^4\right)\left(\frac{A^5-1}{A-1}\right)=10^6$$

alternativně:

$$10^6 = x\,\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^5}{i-g}+x\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^4\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^5}{i-g}$$

$$\cancel{x = 132\,122{,}}$$

$$x\frac{(1+g)^6}{\cancel{(1+i)^6}} = 132\,122{,}\ldots$$

8. PŘ

– př. 8.1.)

rok	splátka	úrok	úmor	stav dluhu
0	—	—	—	500 000
1	150 000	50 000	100 000	400 000
2	160 000	40 000	120 000	280 000
3	172 000	28 000	144 000	136 000
4	149 600	13 600	136 000	0
~~Σ~~			500 000	—

– nepovinné záhlaví

př. 8.2.) $D = 500000$, $i = 0{,}063$

$$n-1 = \left\lfloor \frac{\ln\left(1 - \frac{Di}{x}\right)}{\ln v} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\ln\left(1 - \frac{500000 \cdot 0{,}063}{90000}\right)}{\ln \frac{1}{1{,}063}} \right\rfloor = 7$$

prvních 7 splátek bude 90000, poslední 8. splátka bude y, přičemž

$$y = \frac{D - x\frac{1-v^{n-1}}{i}}{v^n} = \frac{500000 - 90000 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}063}\right)^7}{0{,}063}}{\left(\frac{1}{1{,}063}\right)^8} = 4\,726{,}3517322771647867305$$

rok	splátka	úrok	úmor	stav dluhu
0	–	–	–	500000
1	90000	$500000 \cdot 0{,}063 = 31500$	$90000 - 31500 = 58500$	$500000 - 58500 = 441500$
2	90000	$441500 \cdot 0{,}063 = 27814{,}5$	$90000 - 27814{,}5 = 62185{,}5$	$441500 - 62185{,}5 = 379314{,}5$
3	90000	23896,8135	66103,1865	313211,3135
4	90000	19732,3127505	70267,6872495	242943,6262505
5	90000	15305,4484537815	74694,5515462185	168249,0747042815
6	90000	10599,6917063697345	79400,3082936302655	88848,7664106512345
7	90000	5597,47228387102777735	84402,5277161289722265	4446,2386945222622735
8	y	280,111303775490252323		0

- př. 8.3.)

rok	splátka	úrok	úmor	stav dluhu
0	–	–	–	490000
1	94500	24500	70000	420000
2	91000	21000	70000	350000
3	87500	17500	70000	280000
4	84000	14000	70000	210000
5	80500	10500	70000	140000
6	77000	7000	70000	70000
7	73500	3500	70000	0

- př. 8.4.)

$D = 5000000 \cdot 0{,}7 = 3500000$

pro 2000000 s podporou je $i = \frac{0{,}069}{12}$

$D = x \cdot \frac{1 - v^n}{i}$ $\quad 2000000 = x_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0{,}069}{12}}\right)^{20 \cdot 12}}{\frac{0{,}069}{12}} \Rightarrow x_1 = 15386{,}156033\ldots$

pro 1500000 bez podpory je $i = \frac{0{,}089}{12}$

$1500000 = x_2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0{,}089}{12}}\right)^{12 \cdot 20}}{\frac{0{,}089}{12}} \Rightarrow x_2 = 13399{,}569916977$

celkem $x_1 + x_2 = 28785{,}72595001\ldots$

$\boxed{9. PŘ.}$

$$PV = C \cdot \frac{1 - v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n}$$

30E/360 roční kupón: $\widetilde{PV} = PV_1 + (PV_2 - PV_1) \cdot \frac{360(R_2 - R_1) + 30(M_2 - M_1) + D_2 - D_1}{}$

$AUV = C \cdot \frac{360(R_2 - R_1) + \ldots}{360} \cdot 360$

$AUV = C \cdot \frac{d}{D}$

$PV = \widetilde{PV} + AUV$

$PV = \widetilde{PV} - AUV$

$sgn(\widetilde{PV} - NH) = sgn(c - i)$

$\widetilde{PV} = NH \iff c = i$

$\widetilde{PV} > NH \iff i < c$

$\widetilde{PV} < NH \iff i > c$

- př. 9.1.) $30\,E/360$ $c = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03$ $C = 3000$

$i = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05$ $NH = 100\,000$

10.8.2014

159 dní ↙ 1.3.2014

↘ 21 dní 1.9.2014

cena k 1.3.2014: $PV_1 = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 3000 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}05}\right)^5}{0{,}05} + \frac{100\,000}{(1{,}05)^5} =$

$PV_1 = 91\,341{,}04665\ldots$

cena k 1.9.2014: $PV_2 = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 3000 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}05}\right)^4}{0{,}05} + \frac{100\,000}{1{,}05^4} = 92\,908{,}08499\ldots$

k 10.8.2014: $\tilde{PV} = \frac{159}{180} \cdot 92\,908{,}08499\ldots + \frac{21}{180} \cdot 91\,341{,}04665\ldots = 92\,725{,}276219\ldots$

před datem exkupónu $AUV = C \cdot \frac{d}{D} = 3000 \cdot \frac{159}{180} = 2650$

$PV = \tilde{PV} + AUV = 95\,375{,}276219499\ldots$

- př. 9.2.) $\tilde{PV}$ ~~je~~ je stejné jako v př. 9.1.)

po datu exkupónu $PV = \tilde{PV} - AUV$, kde $AUV = C \cdot \frac{d}{D} = 3000 \cdot \frac{21}{180} = 350$,

tedy $PV = \tilde{PV} - AUV = 92\,375{,}276219499\ldots$

$\boxed{9.\text{CV.}}$

- př. 9.3.) $NH = 100\,000$

$C = 10000$

$n = 5$

$PV = 100\,000$

$PV = \tilde{PV} = NH$

$PV = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n}$

$i = c = \frac{C}{NH} = \frac{10\,000}{100\,000} = 0{,}1$

- př. 9.5.) $PV = ?$

$n = 5$

$c = 0{,}15$ ~~0,85~~

$i = 0{,}1$

$NH = 50000$

$C = NH \cdot c \cdot 0{,}85 = 6375$ daň

$PV = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 6375 \cdot \frac{1-\frac{1}{1{,}1^5}}{0{,}1} + \frac{50\,000}{(1{,}1)^5} =$

$= 55\,212{,}3318\ldots$

- př. 9.6.)

1.9.2030

$$PV_1 = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 2437{,}5 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0{,}09}{2}}\right)^{49}}{\frac{0{,}09}{2}} + \frac{50\,000}{\left(1+\frac{0{,}09}{2}\right)^{49}}$$

$$c = \frac{0{,}0975}{2}$$

$$C = 50000 \cdot \frac{0{,}0975}{2} = 2437{,}5 \qquad PV_1 = 53684{,}618399\ldots$$

1.9.2020

$$PV_2 = 2437{,}5 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+\frac{0{,}09}{2}}\right)^{29}}{\frac{0{,}09}{2}} + \frac{52\,500}{\left(1+\frac{0{,}09}{2}\right)^{29}} = 53701{,}641639$$

PV_1 je výsledek

- př. 9.7.)

$$\tilde{PV} = 101\,902$$

před datem ekupónu

$$PV = \tilde{PV} + AUV$$

$$AUV = C \cdot \frac{d}{D} = \left(100000 \cdot \frac{0{,}15}{2}\right) \cdot \frac{30+31+15}{30+31+30+31+31+30} = 3\,114{,}754098\ldots$$

$$PV = 101\,902 + 3114{,}754\ldots = 105\,016{,}75409836\ldots$$

- př. 9.8.)

po datu ekupónu

$$PV = \tilde{PV} - AUV$$

$$\tilde{PV} = 2\,728\,276$$

$$AUV = C \cdot \frac{d}{D} = 85000 \cdot \frac{17}{180} = 8027{,}\overline{7}$$

$$C = 2500000 \cdot 0{,}068/2 = 85\,000$$

$$D = 180$$

$$d = 22-5 = 17$$

$$PV = 2720248{,}\overline{2}$$

- př. 9.9.)

$$NH = 13436$$

$$c = 0{,}23 \cdot 0{,}75 = 0{,}1725$$

$$i = 0{,}16$$

$$n = 9$$

$$PV = \tilde{PV} \overset{c>i}{>} NH \implies \text{koupíme}$$

- př. 9.4)

$$n = 2 \cdot (30-15) = 30$$

$$NH = 10000$$

$$C = 475$$

$$i = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04$$

$$PV = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 475 \cdot \frac{1-\frac{1}{1{,}04^{30}}}{0{,}04} + \frac{10000}{1{,}04^{30}} =$$

$$PV = 11273{,}78597\ldots$$

- př. 9.10.) $PV=?$ $i=\frac{0{,}049}{2}=0{,}0245$

$NH=160000$ $C=5440$

$c=\frac{0{,}068}{2}=0{,}034$

5.11.2014

163 dní ↙ ↘ 17 dní

22.5.2014 22.11.2014

cena k 22.5.2014: $PV_1=C\cdot\frac{1-v^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n}=5440\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1{,}0245}\right)^{12}}{0{,}0245}+\frac{160000}{1{,}0245^{12}}$

$=175639{,}110042\ldots$

cena k 22.11.2014: $PV_2=5440\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1{,}0245}\right)^{11}}{0{,}0245}+\frac{160000}{1{,}0245^{11}}=174502{,}268238\ldots$

$$\widetilde{PV}=\frac{17}{180}\cdot PV_1+\frac{163}{180}\cdot PV_2=174609{,}636630\ldots$$

po datu exkupónu

$PV=\widetilde{PV}-AUV$

$AUV=C\cdot\frac{d}{D}=5440\cdot\frac{17}{180}=513{,}\overline{7}$

$PV=174095{,}85885\ldots$

- př. 9.11.) $NH=100000$ $C=6000$

$i=0{,}1$

10.8.2014

339 dní ↙ ↘ 21

1.9.2013 1.9.2014

cena k 1.9.2013: $PV_1=C\cdot\frac{1-v^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n}=6000\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1{,}1}\right)^3}{0{,}1}+\frac{100000}{1{,}1^3}=$

$PV_1=90052{,}592036\ldots$

cena k 1.9.2014: $PV_2=C\cdot\frac{1-v^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n}=6000\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}1^2}}{0{,}1}+\frac{100000}{1{,}1^2}$

$PV_2=93057{,}851239\ldots$

$$\widetilde{PV}=\frac{21}{360}\cdot PV_1+\frac{339}{360}\cdot PV_2=92882{,}5444521\ldots$$

1. varianta: před datem exkupónu: $PV=\widetilde{PV}+AUV$

$AUV=C\cdot\frac{d}{D}=6000\frac{339}{360}=5650$

$PV=98532{,}544\ldots$

2. varianta: po datu exkupónu: $PV=\widetilde{PV}-AUV$ $AUV=C\cdot\frac{d}{D}=6000\cdot\frac{21}{360}=350$

$PV=92532{,}5444\ldots$

– př. 9.12.) NH = 100000

~~C = 108700~~

C = 15000

$PV = 108700$

$$PV = C\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n}$$

$$108700 = 15000\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+i)^2}}{i}+\frac{100000}{(1+i)^2}$$

$$\cancel{1087\,i(1+i)^2 = 150 - \frac{150}{(1+i)^2} + 1000\,i}$$

$$1087\,i(1+i)^2 = 150\left((1+i)^2-1\right)+1000\,i$$

$$1087(1+i)^2 = 150(i+2)+1000$$

$$1087i^2+2174i+1087 = 150i+1300$$

$$\cancel{1087i^2+1024i+787=0}$$

$$1087i^2+2024i-213=0$$

$i = 0{,}09987953253\ldots$

– př. 9.13.) NH = 1000

C = 115

$\tilde{PV} = 1050$

28.10.2014

117 dní → 1.7.2014

63 dní → 1.1.2015

~~Před datem exkupónu: $PV = \tilde{PV} + AUV$~~

$$\cancel{AUV = C\cdot\frac{d}{D} = 115\cdot\frac{63}{180} = 40{,}25}$$

$$\cancel{PV = 1090{,}25}$$

cena k 1.7.2014: $PV_1 = C\cdot\frac{1-v^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n} = 115\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^2}{i}+\frac{1000}{(1+i)^2}$

cena k 1.1.2015: $PV_2 = 115\cdot\frac{1-\frac{1}{1+i}}{i}+\frac{1000}{1+i}$

$$1050 = \tilde{PV} = \frac{63}{180}PV_1+\frac{117}{180}PV_2 = \frac{7}{20}PV_1+\frac{13}{20}PV_2$$

$$21000 = 805\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^2}{i}+\frac{7000}{(1+i)^2}+1495\cdot\frac{1-\frac{1}{1+i}}{i}+\frac{13000}{1+i}$$

$$4200i(1+i)^2 = 161\cdot\left((1+i)^2-1\right)+1400i+299\left((1+i)^2-1-i\right)+2600(1+i)i$$

$$4200(1+i)^2 = 161(i+2)+1400+299(i+1)+2600(1+i)$$

$$4200i^2+8400i+4200 = 3060i+4621$$

$$4200i^2+5340i-421=0$$

$i = 0{,}0747635\ldots$

$2i = 0{,}1495271\ldots$

$\boxed{10. PŘ.}$

~~$\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n \geq x_1^{\lambda_1} \dots x_n^{\lambda_n}$~~

$NV = \tilde{PV} = NH$

- př. 10.1.) pro i (dluhopis) platí: $PV = \frac{C}{i}$ $100\,000 = \frac{10000}{i} \Rightarrow i = 0{,}1$

alternativně: $PV = \tilde{PV} = NH \Rightarrow c = i$

$c = \frac{C}{NH} = \frac{10000}{100000}$

$i = 0{,}1$

hodnota i pro úvěr je $0{,}08$: $D = x\,\frac{1-v^n}{i}$ (důchod)

$$n-1 = \left\lfloor \frac{\ln\left(1 - \frac{Di}{x}\right)}{\ln v} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\ln\left(1 - \frac{100000 \cdot 0{,}08}{10000}\right)}{\ln \frac{1}{1{,}08}} \right\rfloor = 20$$

$\underline{\underline{n = 21}}$

- př. 10.2.)

$$i_R = \frac{C}{PV} + \frac{\overline{PV} - PV}{k \cdot PV}$$

$PV = 112\,845$ $NH = 100\,000$

$C = 5800$ $n = 4$

$k = 4$

$$\overline{PV} = C \cdot \frac{1-v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n}$$

původní i (8 let do splatnosti):

$$i \approx \frac{C + \frac{NH - PV}{n}}{0{,}6 \cdot PV + 0{,}4 \cdot NH} = \frac{5800 + \frac{100000 - 112845}{8}}{0{,}6 \cdot 112845 + 0{,}4 \cdot 100000} = 0{,}0389424549\dots$$

8 let do splatnosti

nové i (4 roky do splatnosti):

$i \approx 0{,}0449424549\dots$

$$\overline{PV} = 5800 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0{,}0449\dots}\right)^4}{0{,}0449\dots} + \frac{100\,000}{(1{,}0449\dots)^4} = 104\,685{,}0586\dots$$

$$i_R = \frac{5800}{112845} + \frac{104685{,}0586\dots - 112845}{4 \cdot 112\,845} = 0{,}0333201705 9455\dots$$

$\boxed{10. CV.}$

- př. 10.3.)

$$\frac{\Delta PV(i)}{PV(i)} \approx -D \frac{\Delta i}{1+i}$$

$$D=\frac{\frac{c}{1+i}+\frac{2c}{(1+i)^2}+\dots+\frac{n(c+NH)}{(1+i)^n}}{PV}=\frac{\frac{4000}{1{,}04}+\frac{8000}{1{,}04^2}+\dots+\frac{6(4000+100000)}{1{,}04^6}}{100000}=5{,}45182233\dots$$

$PV=NH$, protože $c=i$

$$\Delta PV(i)\approx -D\,\frac{\Delta i}{1+i}\cdot PV(i)=-5{,}45\cdot\frac{0{,}0005}{1{,}04}\cdot 100000=-262{,}106842837\dots$$

cena klesne o $262{,}106\dots$

-př. 10.4.)

$$PV=\frac{NH}{(1+i)^n}\qquad n=?$$

$$(1+i)^n=\frac{NH}{PV}$$

$$n=\frac{\ln\frac{NH}{PV}}{\ln(1+i)}=\frac{\ln\frac{161051}{100000}}{\ln(1{,}1)}=5\qquad \log_{1{,}1}\left(\frac{161051}{100000}\right)$$

-př. 10.7.)

první: $i_B=\frac{C}{PV}=\frac{C}{NH}=i_K=c=i=0{,}1$

protože $c=i \Rightarrow PV=NH$

druhý: $i_B=\frac{C}{PV}$

$$C=0{,}15\cdot 2000=300$$

$$PV=C\cdot\frac{1-v^n}{i}+\frac{NH}{(1+i)^n}=300\cdot\frac{1-\frac{1}{1{,}1^{10}}}{0{,}1}+\frac{2000}{1{,}1^{10}}=2614{,}45671\dots$$

$$i_B=\frac{C}{PV}=0{,}114746\dots$$

vybereme druhý případ

-př. 10.8.)

(a) $\overline{PV}=PV=NH$

$$i_R=\frac{C}{PV}+\frac{\overline{PV}-PV}{h\cdot PV}=\frac{C}{NH}=i_B=i_K=c=i$$

$$i_R=i=0{,}088$$

(b) $$i_R=0{,}088+\frac{27000-20000}{2\cdot 20000}=0{,}263$$

-př. 10.9.)

první: $NH=100000$ splatnost 6 let

$c=0{,}0725$ ~~PV~~ cena $=120000$

$$i_R = \frac{C}{PV} + \frac{NH - PV}{k \cdot PV} = \frac{7250}{82000} + \frac{100000 - 82000}{6 \cdot 82000} = 0{,}125$$

druhý: $C = i \Rightarrow PV = NH$

$$i_R = \frac{C}{PV} = \frac{C}{NH} = i_B = C = i = 0{,}11$$

zvolíme první.

- př. 10.11.)

$$\Delta PV(i) \approx -D \cdot \frac{\Delta i}{1+i} \cdot PV(i)$$

$$D = n = 2$$

$$PV(i) = \frac{NH}{(1+i)^n} = \frac{50000}{1{,}0955^2} = 41662{,}4917378\ldots$$

$$\Delta PV(i) \approx -2 \cdot \frac{0{,}065}{1{,}0955} \cdot 41662{,}491\ldots = -380{,}30572102\ldots$$

- př. 10.12)

$$\Delta PV(i) \approx -D \cdot \frac{\Delta i}{1+i} \cdot PV(i)$$

aktiva: $\Delta PV(i) \approx -5 \cdot \frac{0{,}01}{1{,}12} \cdot 10\,000\,000 = -446\,428{,}571\ldots$

pasiva: $\Delta PV(i) \approx -1{,}5 \cdot \frac{0{,}01}{1{,}105} \cdot 10\,000\,000 = -135\,746{,}6063\ldots$

výsledek: $-446\,428{,}\ldots + 135\,746{,}\ldots = -310\,681{,}96509$

- př. 10.15.) $C = 12500$

$$i = \frac{0{,}07}{2} = 0{,}035 \qquad PV = \frac{C}{i} = \frac{12500}{0{,}035} = 357\,142{,}857\overline{142}$$

- př. 10.6.)

$NH = 100\,000$ $\quad PV = 102723$

$C = 6000$ $\quad n = 3$

$$i_K = c = \frac{C}{NH} = 0{,}06$$

$$i_B = \frac{C}{PV} = \frac{6000}{102723} = 0{,}0584\ldots$$

$$i \approx \frac{C + \frac{NH - PV}{n}}{0{,}6 \cdot PV + 0{,}4 \cdot NH} = \boxed{0{,}050104\ldots}$$

- př. 10.10.)

$NH = 100\,000$

$c = 0{,}1 \rightarrow C = 10000$ $\quad i_R = ?$ $\quad k = 2$

$i = 0{,}12$

$\bar{i} = 0{,}1$

$$i_R = \frac{C}{PV} + \frac{\overline{PV} - PV}{k \cdot PV} = \frac{10000}{PV} + \frac{100000 - PV}{2 \cdot PV} = 0{,}17644083\ldots$$

dosadíme do i_R

$$\overline{PV} = C \cdot \frac{1 - v^n}{\bar{i}} + \frac{NH}{(1+\bar{i})^n} = 10000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1{,}1}\right)^8}{0{,}1} + \frac{100000}{1{,}1^8} = 100\,000$$

$$PV = C \cdot \frac{1 - v^n}{i} + \frac{NH}{(1+i)^n} = 10000 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1{,}12}\right)^{10}}{0{,}12} + \frac{100000}{1{,}12^{10}} = 88699{,}5539431782\ldots$$

– př. 10.13)

$$\frac{\Delta PV(i)}{PV(i)} \approx -D\,\frac{\Delta i}{1+i}$$

$$\Delta PV(i) \approx -D\cdot PV(i)\cdot \frac{\Delta i}{1+i}$$

$\Delta i = 0{,}5\% = 0{,}005$

$n = 4$

$NH = 100000$

$i = 0{,}16$

$C = 14000$

$$\cancel{PV(i) = PV = \frac{14000}{1{,}16} + \frac{14000}{1{,}16^2} + \frac{14000}{1{,}16^3} + \frac{14000+100000}{1{,}16^4} =}$$

$$\cancel{PV(i) = 144036387235\ldots}$$

$$D\cdot PV(i) = \frac{14000}{1{,}16} + \frac{2\cdot 14000}{1{,}16^2} + \frac{3\cdot 14000}{1{,}16^3} + \frac{4\cdot(14000+100000)}{1{,}16^4}$$

$$= 311629{,}889676\ldots$$

$$\Delta PV(i) \approx -311629{,}889676\ldots \cdot \frac{-0{,}005}{1{,}16} = 1343{,}232283\ldots$$

– př. 11.1.)

akcie jsou oceněny správně ... VH = PV

$$VH = \frac{D_1}{i-g}, \quad \text{tj. } PV = \frac{D_1}{i-g} \; !$$

$$i = \frac{D_1}{PV} + g = \frac{100(1+g)}{PV} + g = \frac{100(1+0{,}05)}{1000} + 0{,}05 = 15{,}5\%$$

– př. 11.2.)

$$i_B = \frac{\overset{\text{součet}}{D}}{PV} = \frac{867}{6400} = \boxed{0{,}13546875}$$

D ... součet dividend!

$$i_C = \frac{PV - PV + D}{PV} = \frac{8188 - 6400 + 867}{6400} = 0{,}41484375$$

pro jednoduché úročení:

$$i_C = 0{,}41484375 \cdot \frac{12}{11}\ \text{p.a.} = \boxed{0{,}45255681\ \text{p.a.}}$$

pro složené úročení:

$$i_C = (1+0{,}41484375)^{\frac{12}{11}} - 1\ \text{p.a.} = \boxed{0{,}4601846024305\ldots\ \text{p.a.}}$$

– př. 11.3)

před datem bez odběrního práva

$$PV = NR + S + R + D$$

$$4000 = 4R + 3000 + R + 500$$

$$\boxed{R = 100}$$

po datu bez odběrního práva (a po datu výplaty dividendy

$$PV = NR + S$$

$$4000 - 150 = 4R + 3000$$

$$\boxed{R = 212{,}5}$$

– př. 11(4.) $PV = VH = \frac{D}{i}$

Uvažujme $i = 0{,}1$ pro danou akcii

$$PV = VH = \frac{100 \cdot 0{,}85}{0{,}1} = 850 < 1500$$

$\boxed{\text{nekoupíme}}$ (lze porovnat i i)