

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	7	8	T	Σ
Body										

► Příklad 1 [7 b.]: Jsou dány řady

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{4n-1}}{4^{5n+1}}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x+3)^n, \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n^4 + 3n^2 + 2)5^n}.$$

Rozhodněte, zda řada (i) konverguje a určete středy a poloměry konvergence mocninných řad (ii) a (iii). U řady (ii) jen запиšte (otevřený) interval konvergence bez studia krajních bodů. U řady (iii) rozhodněte o (absolutní) konvergenci i v krajních bodech intervalu.

► Příklad 2 [4 b.]: Nechť je dána posloupnost řádků půlkruhů, přičemž v prvním řádku je jeden půlkruh o poloměru 1 a v každém dalším je dvakrát více půlkruhů s polovičním poloměrem oproti předchozímu řádku. (Tj. v druhém řádku jsou dva půlkruhy o poloměru 0.5, řádků je nekonečně mnoho.) Určete obsah libovolného obrazce složeného ze všech těchto půlkruhů za předpokladu, že se půlkruhy nebudou překrývat.

► Příklad 3 [6 b.]: Pomocí součtu vhodné mocninné řady určete součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[(-1)^n \cdot \frac{n^2 + 3n + 2}{4^n} \right].$$

Ověřte, že příslušná hodnota je v intervalu konvergence použité mocninné řady.

► Příklad 4 [7 b.]: Naformulujte Dirichletovu větu pro součet Fourierovy řady.

► Příklad 5 [7 b.]: Dokažte (nebo protipříkladem vyvráťte) tvrzení: Jsou-li A, B měřitelné množiny a $m(A \cap B) = 0$, pak $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$.

► Příklad 6 [7 b.]: Vypočítejte integrál

$$\iint_A x^3 y \, dx \, dy, \quad \text{kde } A = \{[x, y] : 0 \leq x \leq 1, x^3 \leq y \leq x\}.$$

Zvolte si jedno pořadí integrace, kterým příklad vyřešíte. Druhé pořadí integrace pouze запиšte (tj. proveďte záměnu pořadí integrace).

► Příklad 7 [9 b.]: Pomocí vhodné transformace integrálu určete objem tělesa

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z, z \leq 2 - x^2 - y^2\}.$$

► Příklad 8 [8 b.]: Vypočítejte křivkový integrál druhého druhu

$$\oint_C \frac{x+y}{x^2+y^2} \, dx - \frac{x-y}{x^2+y^2} \, dy,$$

kde C je kružnice $x^2 + y^2 = 9$ orientovaná po směru hodinových ručiček.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U řešení řádně označujte, ke kterému úkolu (a jeho části) patří.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení F .