Příklady pro 5. cvičení a úlohu

(1) Určete afinní typ kuželosečky a afinní bázi, v níž má kuželosečka kanonický tvar.
   (a) $3x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2^2 + 4x_1 + 4x_2 - 4 = 0$,
   (b) $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1 - 6x_2 + 3 = 0$,
   (c) $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_1^2 - x_1 - x_2 = 0$.

(2) Proveďte afinní klasifikaci kuželoseček
   (a) $x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_1 + 2x_2 + 3 = 0$,
   (b) $4x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 3 = 0$,
   (c) $2x_1 + 3x_2 + 2x_1x_2 - 10x_1 - 10x_2 = 0$,
   (d) $9x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 + 12x_1 - 4x_2 + 3 = 0$.

(3) Určete afinní typ kvadriky a afinní bázi, v níž má kvadrika kanonický tvar.
   (a) $3x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 6x_1x_3 - 4x_2 = 0$,
   (b) $4x_1^2 - 9x_3^2 + 2x_1x_3 - 8x_1 - 4x_2 + 36x_3 - 32 = 0$.

(4) Proveďte afinní klasifikaci kvadrik
   (a) $5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1 - 14x_3 - 1 = 0$,
   (b) $x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 5x_2^2 - 12x_2x_3 + 9x_3^2 + 4x_1 + 2x_2 + 10x_3 - 4 = 0$,
   (c) $3x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x - 1x_3 + x_2^2 - 4x_2x_3 + x_3^2 - 22x_1 - 22x_2 + 14x + 54 = 0$,
   (d) $2x_1^2 - 3x_1x_2 + 5x_1z_3 - 2x_2^2 + 10x_2x_3 - 12x_3^2 - 5x_2 + 11x_3 - 2 = 0$.
   (e) $x_1^2 - 4x_1x - 2 + 6x_1x_3 + 4x_2^2 - 12x_2x_3 + 9x_3^2 + 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 3 = 0$.

(5) Určete typ nadkvadrik
   (a) $5x_1^2 - 2x_1x_2 + 5x_2^2 - 4x_1 + 20x_2 + 20 = 0$ v $\mathcal{A}_2$,
   (b) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16x_1 + 12x_2 - 36 = 0$ v $\mathcal{A}_2$,
   (c) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3 - 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0$ v $\mathcal{A}_3$,
   (d) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2 = 0$ v $\mathcal{A}_3$.

(6) Určete kolineaci, která převádí kuželosečky Q a Q' navzájem na sebe:
   (a) $Q:\ x_1 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1 - 3 = 0$ a $Q':\ -4x_1x_2 - 4x_2^2 - 2x_1 + 1 = 0$,
   (b) $Q:\ 4x_1^2 - 3x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 - 1 = 0$ a $Q':\ 2x_1x_2 + 5x_2^2 + 2x_1 + 4x_2 = 0$.

(7) Najděte afinní typ kuželosečky, která je průnikem kvadriky a roviny:
   (a) $3x_2^2 + 4x_3^2 + 24x_1 + 12x_2 - 72x_3 + 360 = 0$, $x_1 - x_2 + x_3 = 1$.
   (b) $x_1^2+5x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+6x_1x_3-2x_1+6x_2+2x_3 = 0$, $2x_1-x_2+x_3 = 0$.
   (c) $x_1^2 - 3x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_2x_3 - 3x_2 + x_3 - 1 = 0$, $2x_1 - 3x_2 - x_3 + 2 = 0$.
   (d) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 6x_1 - 2x_2 + 9 = 0$, $x_1 + x_2 - 2x_3 - 1 = 0$.

(8) Určete typ kvadriky
   (a) $4x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_2x_3 + 12x_1x_3 + 14x_1 - 10x_2 + 7 = 0$
   (b) $5x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 12x_1 - 36x_3 = 0$
   (c) $5x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3 - 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_1x_3 - 4x_2 - 4x_3 + 4 = 0$
   (d) $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_3^2 + 2x_3 - 1 = 0$
   (e) $3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 6x_1 + 4x_2 - 1 = 0$
   (f) $3x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_1 + 4x_2 - 1 = 0$
   (g) $3x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 - 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3 = 0$
   (h) $4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 36 = 0$
   (i) $x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 - 6x_1 + 8x_2 - 36x_3 = 0$
   (j) $4x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 32x_1 - 12x_3 + 44 = 0$