

Příklady pro 4. cvičení a úlohu

- (1) Určete pól příslušný k nadrovině ρ vzhledem k nadkvadrice Q
- (a) $Q : 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_3 + 2 = 0, \quad \rho : 7x_1 + 4x_2 = -1$
 (b) $Q : 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + 2x_1 - 10x_2 - 2x_3 - 1 = 0, \quad \rho : 3x_2 + 4x_3 = 1$
 (c) $Q : 2x_1^2 + 6x_1x_2 + x_2^2 + 14x_2 - 13 = 0, \rho$ je nevlastní přímka v $\overline{\mathcal{A}_2}$.
- (2) Určete tečnou nadrovinu nadkvadriky Q v bodě X
- (a) $Q : 3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + 6x_1 + 4x_2 - 3 = 0, \quad X = [0; 1]$
 (b) $Q : x_1^2 + 6x_1x_2 + 9x_2^2 - 12x_1 + 24x_2 + 15 = 0, \quad X = [0; -1]$
 (c) $Q : x_1^2 - 2x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + 5x_2x_3 - x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \quad X = [1; -1; -1]$
 (d) $Q : 3x_1^2 + 7x_1x_2 + 5x_2^2 + 4x_1 + 5x_2 + 1 = 0, \quad X = [0; 0]$
 (e) $Q : 2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 6x_2 - 3 = 0, \quad X = [3; 4]$
- (3) Určete tečny kuželosečky Q procházející bodem X a určete body dotyku.
- (a) $3x_1^2 + 7x_1x_2 + 5x_2^2 + 4x_1 + 5x_2 + 1 = 0, X = [0; 0]$
 (b) $2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 6x_2 - 3 = 0, X = [3; 4]$
 (c) $3x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 - 4x_2 = 0, X = [-2; 1]$
- (4) Určete tečny kuželosečky Q rovnoběžné se směrem u , určete jejich body dotyku.
- (a) $Q : 4x_1 + 2x_2 - 4x_1x_2 - 4 = 0, u = (1, 2)$
 (b) $Q : x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1 + 3x_2 - 3 = 0, u$ je směr zadaný přímkou $3x_1 + 3x_2 - 5 = 0$.
- (5) Rozhodněte, zda projektivní rozšíření následujících nadkvadrik jsou regulární nebo singulární a vypočtěte hodnotu příslušné symetrické bilineární formy. Určete dále singulární body nadkvadrik.
- (a) $5x_1^2 - 2x_1x_2 + 5x_2^2 - 4x_1 + 20x_2 + 20 = 0$ v \mathcal{A}_2
 (b) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16x_1 + 12x_2 - 36 = 0$ v \mathcal{A}_2
 (c) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3 - 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0$ v \mathcal{A}_3
 (d) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2 = 0$ v \mathcal{A}_3
- (6) Určete středy nadkvadrik z příkladu (5).
- (7) Určete typ nadkvadrik z příkladu (5).
- (8) Určete asymptoty kuželoseček
- (a) $2x_1^2 - 3x_1x_2 - x_1 + 3x_2 + 4 = 0$
 (b) $2x_1^2 - x_1x_2 - 3x_2^2 - x_1 - 6x_2 - 15 = 0$
 (c) $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 6x_1 - 14x_2 + 29 = 0$
 (d) $8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 + 16x_1 + 4x_2 - 28 = 0$
- (9) Určete kuželosečku procházející body $A_1 = (1, 1, 0), A_2 = [0; 1], A_3 = [1; 0], A_4 = [1; -1], A_5 = (1; -1; -1)$.
- (10) Dokažte, že kuželosečka je jednoznačně určena pěti body v obecné poloze, které na ní leží. Kolik bodů jednoznačně určuje nadkvadriku v \mathcal{A}_n ?
- (11) Určete kolineaci, která převádí kuželosečky Q a Q' navzájem na sebe:
- (a) $Q : x_1 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1 - 3 = 0$ a $Q' : -4x_1x_2 - 4x_2^2 - 2x_1 + 1 = 0$
 (b) $Q : 4x_1^2 - 3x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 - 1 = 0$ a $Q' : 2x_1x_2 + 5x_2^2 + 2x_1 + 4x_2 = 0$
- (12) Najděte afinní typ kuželosečky, která je průnikem kvadriky a roviny:
- (a) $3x_2^2 + 4x_3^2 + 24x_1 + 12x_2 - 72x_3 + 360 = 0, x_1 - x_2 + x_3 = 1$.

- (b) $x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 6x_1x_3 - 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$, $2x_1 - x_2 + x_3 = 0$.
- (c) $x_1^2 - 3x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_2x_3 - 3x_2 + x_3 - 1 = 0$, $2x_1 - 3x_2 - x_3 + 2 = 0$.
- (d) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 6x_1 - 2x_2 + 9 = 0$, $x_1 + x_2 - 2x_3 - 1 = 0$.
- (13) V předchozím příkladu určete rovnice asymptot.
- (14) Určete střed kvadriky
- (a) $4x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_2x_3 + 12x_1x_3 + 14x_1 - 10x_2 + 7 = 0$
- (b) $5x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 12x_1 - 36x_3 = 0$
- (c) $5x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_1x_3 - 4x_2 - 4x_3 + 4 = 0$
- (d) $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_3^2 + 2x_3 - 1 = 0$
- (e) $3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 6x_1 + 4x_2 - 1 = 0$
- (f) $3x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_1 + 4x_2 - 1 = 0$
- (g) $3x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 - 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3 = 0$
- (h) $4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 36 = 0$
- (i) $x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 - 6x_1 + 8x_2 - 36x_3 = 0$
- (j) $4x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 32x_1 - 12x_3 + 44 = 0$
- (k) $3x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 - 18x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 14 = 0$
- (l) $6x_1^2 + 6x_3^2 + 5x_1 + 6x_2 + 30x_3 - 11 = 0$