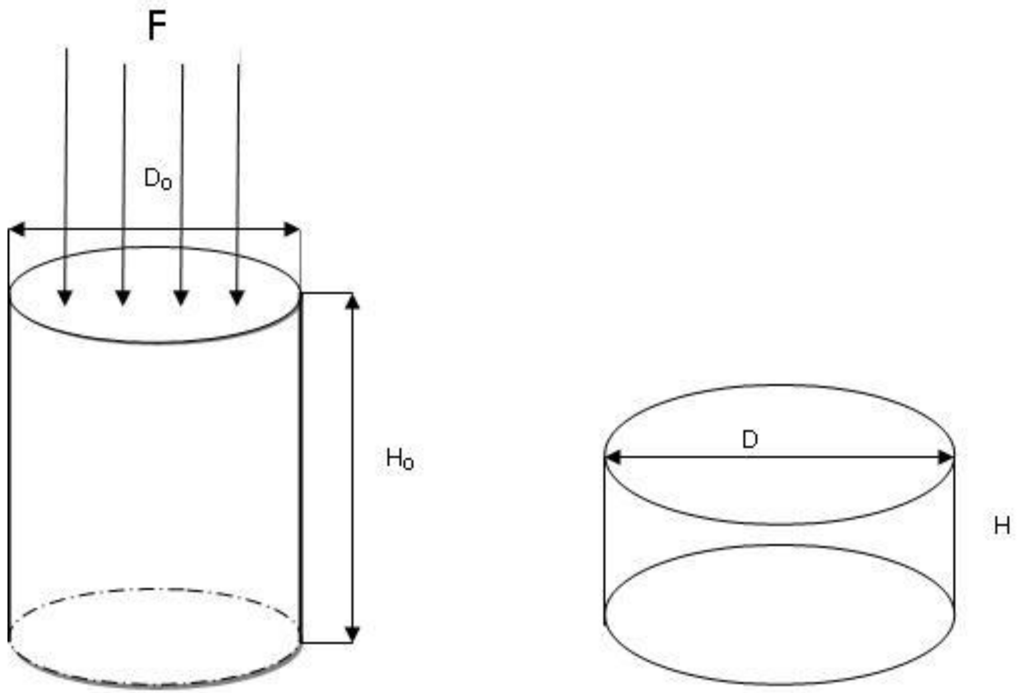
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
AMathNet síť pro transfer znalostí v aplikované matematice
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MODEL TVÁŘECÍHO PROCESU

Zkouška tlakem na válcových vzorcích



Vyhodnocení tlakové zkoušky

- Síla F způsobí změnu výšky H a průměru D válce.
- V každém okamžiku při stlačování je **přetvárný odpor** definován jako poměr síly F a velikosti styčné (čelní) plochy S, tzn.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{4}{\pi}\frac{F}{D^2}.$$

- Předpokládá se, že objem zůstává stejný.

Logaritmický stupeň deformace

- Jako nezávisle proměnná pro přetvárný odpor se většinou volí veličina

$$\varphi = \ln \frac{H_0}{H},$$

tzv. **logaritmický stupeň deformace**.

Vztah přetvárného odporu a deformace

- Ve starší literatuře je hojně frekventován vztah pomocí mocninné funkce

$$\sigma = a\varphi^n.$$

- Časem se však ukázalo, že u všech materiálů (ocelí, barevných kovů, hliníkových slitin) při nárůstu přetvárného odporu existuje inflexní bod.
- To byl důvod, aby pro analytický vztah se používal polynom $$\sigma = \sum_{i=0}^{m} b_i \varphi^i.$$

Příprava experimentu

- Pro zkoušky se používají vzorky, jejichž výška je 1,6 větší než průměr.
- Povrch vzorků musí být broušený, čela rovnoběžná a kolmá na průměr vzorku.
- Pro pevně zvolený průměr se vyrobí sada n=20 až n=30 vzorků.

Teplota vzorků

- Přetvárný odpor se mění nejen s deformací, ale i s udržovanou teplotou vzorku.
- Proto bylo vyrobeno 5 sad vzorků.
- Jedna sada nebyla ohřáta, t=21°C.
- Další sady byly zpracovávány postupně vždy pro teplotu vzorku t=100, 200, 300 a 400°C.

Provedení experimentu

- V každé sadě se stlačí vzorky na jinou deformaci a zaregistruje se jaká je výška vzorku H pro danou sílu F.
- Toto se provede v každé sadě, tzn, pro jinou teplotu vzorků.
- Pro každou teplotu se obdrží n dvojic

$$(\varphi_i, \sigma_i), i = 1, \ldots, n.$$

Přetvárná práce

- **Přetvárná práce**, kterou vykoná síla F(x) při stlačení válce objemu V o délku x=H_0-H(x), je rovna

$$A=\int_0^x F(x)\,dx=\int_0^x \sigma S(x)\,dx=\int_0^x \sigma \frac{V}{H(x)}\,dx=V\int_0^{\varphi} \sigma\, d\varphi,$$

protože

$$e^{\varphi}=\frac{H_0}{H},\ H=H_0e^{-\varphi},\ x=H_0-H_0e^{-\varphi},\ dx=H_0e^{-\varphi}d\varphi.$$

Měrná přetvárná práce

- **Měrnou** (jednotkovou) **přetvárnou práci** definujeme jako práci potřebnou k přetvoření objemové jednotky tvářeného materiálu:

$$a = \frac{A}{V} = \int_0^{\varphi} \sigma \mathrm{d}\varphi.$$

Výpočet měrné práce

- Známe-li předpis pro přetvárný odpor σ v závislosti na φ, pak jednoduchou integrací můžeme stanovit velikost jednotkové práce.

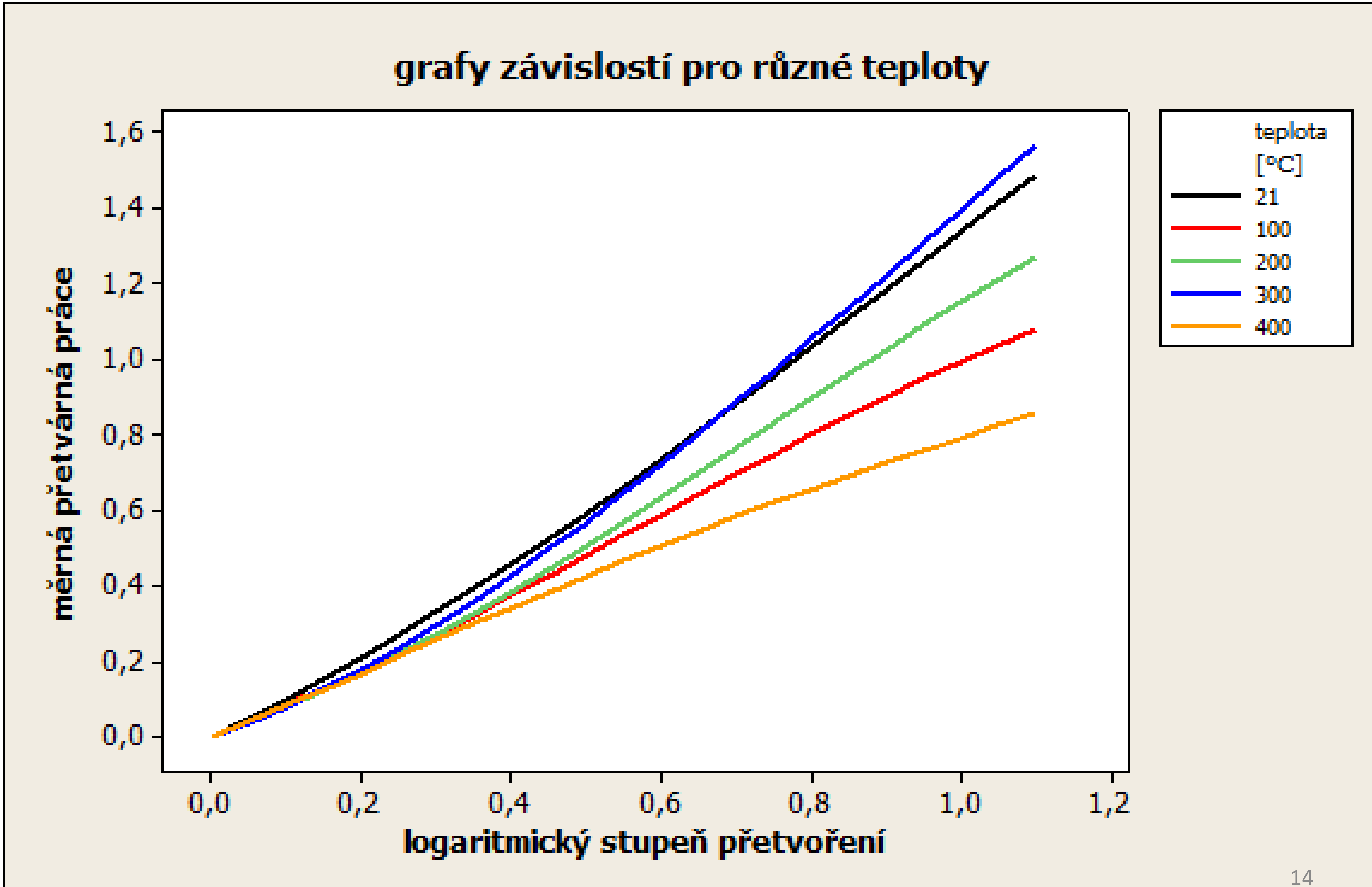
Ocel 15 230

- Nízkolegovaná ocel s dobrou svařitelností i obrobitelností.
- Je vhodná na velmi namáhané strojní součásti s vysokou pevností a pro velké výkovky.
- Experimentálně byly nalezeno n=23 hodnot přetvárného odporu pro pokojovou teplotu a pro ohřev vzorků na 100, 200, 300 a 400°C.
- Z těchto hodnot byla vypočtena měrná přetvárná práce.

Ukázka 10 hodnot měrné práce

t	φ	a	t	φ	a	t	φ	a	t	φ	a	t	φ	a
21	0	0	100	0	0	200	0	0	300	0	0	400	0	0
21	0,05	0,049	100	0,05	0,041	200	0,05	0,037	300	0,05	0,038	400	0,05	0,041
21	0,1	0,1	100	0,1	0,084	200	0,1	0,077	300	0,1	0,08	400	0,1	0,083
21	0,15	0,154	100	0,15	0,129	200	0,15	0,121	300	0,15	0,127	400	0,15	0,125
21	0,2	0,21	100	0,2	0,175	200	0,2	0,168	300	0,2	0,179	400	0,2	0,168
21	0,25	0,268	100	0,25	0,223	200	0,25	0,218	300	0,25	0,235	400	0,25	0,212
21	0,3	0,329	100	0,3	0,272	200	0,3	0,271	300	0,3	0,295	400	0,3	0,255
21	0,35	0,392	100	0,35	0,322	200	0,35	0,327	300	0,35	0,359	400	0,35	0,298
21	0,4	0,456	100	0,4	0,374	200	0,4	0,384	300	0,4	0,426	400	0,4	0,341
21	0,45	0,523	100	0,45	0,426	200	0,45	0,444	300	0,45	0,496	400	0,45	0,383

Grafy závislostí pro ocel 15 230



Problém

- Z vypočtených hodnot měrné přetvárné práce pro různé teploty (5 různých rovnic) chceme získat jediný vztah, jenž popisuje změnu přetvárné práce v závislosti na dvou nezávisle proměnných, a to na logaritmickém stupni přetvoření a na teplotě vzorku.
- Tento vztah chceme nalézt ve formě polynomu pro dvě proměnné:

$$a = \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{s} b_{ij} \varphi^i t^j$$

V čem je problém?

- Pro odhad koeficientů regresní rovnice máme úlohu obsahující *(r+1)(s+1)* nezávisle proměnných.
- Neznáme hodnoty nejvyšších mocnin *r, s.*
- Nevíme kolik členů má obsahovat regresní rovnice.

Výběr rozsahu k

- Náhodným výběrem určíme výrazy tvaru $\varphi^i t^j$, i=0,…,r, j=0,…,s tak, aby v jednom výběru rozsahu *k* se nevyskytovaly dva stejné výrazy.
- Metodou nejmenších čtverců nalezneme odhady regresních parametrů b_{ij}.
- Vypočteme nestranný odhad rozptylu $s^2 = \frac{S_e}{n-k}$

  daného výběru, kde S_e je reziduální součet čtverců.
- Ke každému výrazu $\varphi^i t^j$ určíme parciální koeficient korelace r_{ij}.

Seřazení členů podle důležitosti

- V dané regresi seřadíme parciální koeficienty korelace r_p , $p=1, 2,\ldots, k$ podle velikosti do sestupné řady.
- Každému parciálnímu koeficientu korelace r_p , $p=1, 2,\ldots, k$ přiřadíme pořadové číslo R_p.
- Pořadové číslo R_p ukazuje na pořadí „důležitosti“ nezávisle proměnné $x_p = \varphi^i t^j$ při vysvětlování hodnot měrné přetvárné práce.

Průměrné vážené pořadí

- Provedeme-li pouze jeden náhodný výběr *k* nezávisle proměnných, pak o zbývajících *(r+1)(s+1)-k* nemáme žádnou informaci.
- Proto náhodný výběr *k* členů budeme opakovat *z*-krát a vždy vypočteme příslušné S_e a pořadí R_p každé proměnné $\varphi^i t^j$.
- Vyskytne-li se proměnná $\varphi^i t^j$ ve všech *z* výběrech právě *u*-krát, pak průměrné vážené pořadí této proměnné je

$$\overline{R}_{ij} = \frac{\sum_{m=1}^{u} \frac{R_m}{S_{em}}}{\sum_{m=1}^{u} \frac{1}{S_{em}}} .$$

Multikolinearita

- Obecně se dá říct, že ta proměnná $\varphi^i t^j$, jejíž průměrné vážené pořadí je nízké číslo, má ve většině regresí, kde se tato proměnná vyskytla, vysoký koeficient parciální korelace.
- Z toho ovšem neplyne, že výběr těch proměnných, jež mají nejmenší průměrné vážené pořadí, dá nejlepší vysvětlení závisle proměnné.
- Musí se dát pozor na vznik multikolinearity.

Vyřazení přebytečných členů

- Rozhodneme-li se pro nějaký výběr *k* nezávisle proměnných, pak pomocí t-testu můžeme s požadovanou spolehlivostí vyřadit ty členy, jež nevýznamně přispívají k vysvětlení závisle proměnné.
- Toto vyřazování proměnných provádíme zásadně po jednom členu.
- Po vyřazení proměnné se můžeme rozhodnout, zda tuto proměnnou nahradíme nějakou jinou (podle průměrného váženého pořadí), anebo vyřazení bude bez náhrady, čímž se zmenší počet proměnných.

Návrh regrese

p	i	j	b_p	r_p
1	0	1	0,850	0,991
2	1	2	-1,110	0,983
3	0	2	0,813	0,972
4	2	2	0,643	0,965
5	3	2	-0,100	0,926
6	0	5	-0,114	0,794
7	5	3	-2,414E-3	0,753
8	4	3	6,976E-3	0,633
9	5	4	4,532E-4	0,368
10	4	0	-1,905E-4	0,219
11	6	0	9,913E-6	0,186

Graf plochy