

## Požadavky k SZZ – specializace Finanční a pojistná matematika

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby diplomové práce a z ústní zkoušky.

### Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním diplomové práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby diplomové práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

### Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na odborné úrovni. Cílem ústní zkoušky není opakovat zkoušky z jednotlivých předmětů a zkoušet detailní znalost teorie a důkazů. Smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých oborů a širších souvislostech mezi nimi a o jejich možných aplikacích.

### Technická realizace

U ústní zkoušky student obdrží tři otázky, jednu z okruhu A společných oblastí znalostí programu Aplikovaná matematika a dvě ze znalostí své specializace, které jsou uvedeny v okruhu B.

### Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

#### A. Společný okruh – základy matematiky

##### 1. Základy časových řad

vlastnosti a charakteristiky náhodných posloupností a časových řad, odhady charakteristik stacionárních časových řad a modelování deterministických složek (regrese, vyhlazování a dekompozice)

## 2. ARMA modely

vlastnosti ARMA modelů, korelační struktura ARMA procesů, predikce a odhad parametrů v ARMA modelech, rozšíření pro sezonní řady a nestacionární řady s jednotkovými kořeny (SARIMA modely)

## 3. Stochastická analýza

Wienerův proces a jeho vlastnosti, stochastický integrál, Itôovo lemma, řešení stochastických diferenciálních rovnic, martingaly, Girsanovova věta

## 4. Stochastické modely

modelování pomocí stochastických diferenciálních rovnic, Wienerův proces s driftem, geometrický Brownův pohyb, Ornsteinův-Uhlenbeckův proces, difuze

## 5. Maticové numerické metody

blokové operace s maticemi, rozklady matic a jejich použití, výpočet vlastních hodnot a vlastních vektorů; metoda nejmenších čtverců – klasický přístup a přístup pomocí pseudoinverze

## 6. Optimalizační numerické metody

Newtonova-Raphsonova metoda, Fisherova skóringová metoda, Nelderova-Meadova metoda, metoda bisekce, metoda zlatého řezu, Brentova-Dekkerova metoda; metoda nejmenších čtverců – obyčejná, pomocí pseudoinverze, nelineární

# B. Okruh specializace Finanční a pojistná matematika

## 1. Teorie pravděpodobnosti

náhodné veličiny a jejich charakteristiky, nezávislost, podmíněné očekávání, generující a charakteristické funkce a jejich aplikace, rozdělení třídy  $(a,b,1)$ , složená čítací rozdělení

## 2. Diskrétní stochastické procesy

náhodná procházka, základní vlastnosti a techniky, věta o volbách, rozdělení maximálních hodnot, Pólyova věta, zákon arcsinu, diskrétní martingaly a filtrace

## 3. Diskrétní modely ve financích

portfolio a arbitráž, jednokrokové a víceokrové diskrétní modely, risk-neutrální míra, oceňování opcí, binomický model, základní věta arbitrážní teorie, úplnost trhu a jeho charakterizace

## 4. Spojité modely ve financích

odvození Black-Scholesovy parciální diferenciální rovnice a její řešení, odvození Black-Scholesova vzorce pomocí základní věty arbitrážní teorie, jištění, delta hedging, analýza citlivosti Black-Scholesova vzorce

## 5. Finanční deriváty

základní vlastnosti a použití opcí, pákový efekt, put-call parita, typy opčních strategií a jejich použití, implikovaná volatilita a volatility smile, oceňování exotických derivátů, forwardy a futures

## 6. Úrokové míry

okamžitá a forwardová úroková míra, modely struktury úrokových měr, deriváty úrokových měr a modely pro jejich oceňování, Vašíčkův model, CIR model

**7. Stochastické procesy v neživotním pojištění**

Poissonův proces, čítací procesy, procesy s nezávislými přírůstky, operační čas, čítací Markovské procesy s nákazou, smíšené Poissonovy procesy

**8. Modely celkové ztráty**

složený Poissonův proces, metody pro výpočet celkového nároku, Panjerova rekurze, teorie ruinování, adjustační koeficient a Lundbergova nerovnost

**9. Životní pojištění**

charakteristiky přežívání, aktuárská notace; modely rozdělení pravděpodobnosti ze třídy zobecněného gama a související rozdělení; funkce věrohodnosti, bodové a intervalové odhady parametrů; střední hodnota a rozptyl současné hodnoty životního pojištění

**10. Statistické metody v životním pojištění**

parametrické regresní modely v analýze přežití pro (ne)cenzorovaná data a data z úmrtnostních tabulek, Coxův regresní model. Testy dobré shody, výběr vhodného rozdělení, testování hypotéz věrohodnostním poměrem, Waldovým a skóre principem

**11. Teorie kredibility**

bayesovské metody, konjugovaná apriorní rozdělení, prediktivní hustota, bayesovské pojistné, kredibilitní pojistné, Buhlmannův model, bonus-malus systémy

**12. Statistické metody v neživotním pojištění**

metoda maximální věrohodnosti, metoda momentů, metody pro posouzení vhodnosti modelu, modelování extrémních a řídkých událostí, modelování závislostí pomocí kopol