Požadavky k SZZ – specializace Modelování a výpočty

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby diplomové práce a z ústní zkoušky.

Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním diplomové práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby diplomové práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na odborné úrovni. Cílem ústní zkoušky není opakovat zkoušky z jednotlivých předmětů a zkoušet detailní znalost teorie a důkazů. Smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých oborů a širších souvislostech mezi nimi a o jejich možných aplikacích.

Technická realizace

U ústní zkoušky student obdrží tři otázky, jednu z okruhu A společných oblastí znalostí programu Aplikovaná matematika a dvě ze znalostí své specializace, které jsou uvedeny v okruhu B.

Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

A. Společný okruh – základy matematiky

1. **Základy časových řad**

vlastnosti a charakteristiky náhodných posloupností a časových řad, odhady charakteristik stacionárních časových řad a modelování deterministických složek (regrese, vyhlazování a dekompozice)

2. **ARMA modely**

*v*lastnosti ARMA modelů, korelační struktura ARMA procesů, predikce a odhad parametrů v ARMA modelech, rozšíření pro sezonní řady a nestacionární řady s jednotkovými kořeny (SARIMA modely)

3. **Stochastická analýza**

Wienerův proces a jeho vlastnosti, stochastický integrál, Itôovo lemma, řešení stochastických diferenciálních rovnic, martingaly, Girsanovova věta

4. **Stochastické modely**

modelování pomocí stochastických diferenciálních rovnic, Wienerův proces s driftem, geometrický Brownův pohyb, Ornsteinův-Uhlenbeckův proces, difuze

5. **Maticové numerické metody**

blokové operace s maticemi, rozklady matic a jejich použití, výpočet vlastních hodnot a vlastních vektorů; metoda nejmenších čtverců – klasický přístup a přístup pomocí pseudoinverze

6. **Optimalizační numerické metody**

Newtonova-Raphsonova metoda, Fisherova skóringová metoda, Nelderova-Meadova metoda, metoda bisekce, metoda zlatého řezu, Brentova-Dekkerova metoda; metoda nejmenších čtverců – obyčejná, pomocí pseudoinverze, nelineární

B. Okruh specializace Modelování a výpočty

1. **Teorie obyčejných diferenciálních rovnic**

systémy autonomních diferenciálních rovnic, trajektorie, stacionární řešení, stabilita, struktura řešení lineárního systému, věta o linearizaci, použití v deterministických modelech

2. **Pokročilé spojité deterministické modely – teoretické základy**

modely popsané dynamic-kými systémy v obecných lineárních prostorech, jejich konstrukce, analýza a interpretace, kvalitativní vlastnosti spojené s rovnováhou, příklady procesů v živé a neživé přírodě

3. **Pokročilé spojité deterministické modely – standardní aplikace**

standardní modely využívající PDR a FDR, souvislost stochastického a deterministického popisu difúzních jevů, postupující vlny, Bělousovova-Žabotinského reakce, Turingův jev

4. **Strukturované populační modely s konstantní projekční maticí**

konstrukce strukturovaného modelu, Perronova-Frobeniova věta, stabilizovaná struktura populace, růstový koeficient, matice citlivosti, čas strávený v jedné třídě, očekávaná doba dožití

5. **Strukturované populační modely – identifikace parametrů**

odhady parametrů strukturovaných populačních modelů (regresní metody, metoda kvadratického programování, metoda maximální věrohodnosti), odhady charakteristik populace se stabilizovanou strukturou (odhad růstového koeficientu, pravděpodobnosti přežití a fertilit)

6. **Teorie bifurkací**

jednoparametrické lokální bifurkace spojitých a diskrétních dynamických systémů, víceparametrické bifurkace, věta o centrální varietě, nelokální bifurkace, aplikace teorie bifurkací, typické jevy spojené se změnou atraktoru

7. **Teorie chaosu**

   základní vlastnosti deterministického chaosu, vznik deterministického chaosu zdvojováním periody v diskrétních dynamických systémech, souvislost s komplexní dynamikou a fraktály (Mandelbrotova množina), chaos ve spojitých systémech (metoda Poincarého řezu), řízení chaosu, aplikace teorie chaosu

8. **Markovské řetězce**

   markovské řetězce s diskrétním a spojitým časem – pravděpodobnosti přechodu, klasifikace stavů, nerozložitelné a rozložitelné řetězce, stacionární a limitní rozdělení, odhady pravděpodobností přechodu

9. **Stochastické modely markovského typu**

   markovská vlastnost, Chapman-Kolmogorovova rovnost, Kolmogorovovy diferenciální rovnice a jejich řešení, Poissonův proces, procesy množení a zániku, teorie hromadné obsluhy

10. **Parciální diferenciální rovnice – klasické metody**

    řešení lineárních a nelineárních rovnic prvního řádu, řešení lineárních rovnic druhého řádu ve dvou nezávisle proměnných, (klasifikace rovnic druhého řádu), Fourierova metoda, metody integrálních transformací, Greenova funkce

11. **Numerické metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic**

    řešení počátečních úloh (jednokrokové a vícekrokové metody), řešení okrajových úloh (metoda střelby, diferenční metody, variační metody), stabilita a konvergence metod

12. **Numerické metody řešení parciálních diferenciálních rovnic**

    diferenční metody, variační metody, časově závislé rovnice, stabilita a konvergence metod