Obraz té práce:

$$\begin{array}{l} a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \mid a+b \\ \underline{\pm a^3\qquad\qquad} \\ \quad 3a^2b+3ab^2+b^3 \\ \underline{\quad 3a^2\qquad\qquad\quad} \\ \quad +3a^2b+3ab^2+b^3 \\ \underline{\quad\;\; - \qquad - \qquad -\quad} \\ \qquad\qquad 0 \end{array}$$

Náſledugj wſſelicý přjkladowé. Budiž přjklad tento 39304, w třjdy rozdělen, dá 39,304; w lewé třjdě nenj dokonalé koſtky, z čehož poznáwáme, že w nj wězý něco geſſtě z druhých djlů koſtky. Pročež wezmeme neybližſſj menſſj koſtku, než 39, kteráž geſt 27, z njž geſt dobytý kořen hledaný prwnj djl 3, tato pak nižſſj koſtka 27 od 39 odňata, pozůſtawj 12, tokgeſt ſkutečně 12000, k čemuž ſauc poſtawena druhá třjda dá 12304. Oſtatnj práce od předeſſlé nenj rozdjlná, pročež ſe gj oſteychám opakowati. Podobně ſe bude dobýwati z techto počtů kubických kořenů, které ſe tu kladau, aby ſe čtenář cwičil.

$$\sqrt[3]{74088} = 42$$
$$\sqrt[3]{389017} = 73$$
$$\sqrt[3]{185193} = 57$$
$$\sqrt[3]{13824} = 24$$
$$\sqrt[3]{29791} = 31$$
$$\sqrt[3]{614125} = 85$$
$$\sqrt[3]{117649} = 49$$
$$\sqrt[3]{175616} = 56$$

Poznam. W §. 63. ſme přidali poznamenánj wſſech kwadrátů a koſtek prwnjch dewjti počtů.
Geſtli

Gestli přirowname slussně kostky k gich kořenům, nalezneme tuto prawdu: že když se skoná kořen na gedničku, geho kostka se skoná také na gedničku; když se skoná kořen na 2, tedy se skoná kostka na 8, když se skoná kořen na tři, skoná se kostka na 7, a zpět skonáli se kořen na osm, neb na sedm, tedy se skoná kostka na dwě, neb na tři; ostatnj na koncy stogjcý cyfry kořene gsau konečným cyfrám kostek rowny, tedyk konečná cyfra kořene čtyři, pět, ssest, dewět, gest také konečná cyfra kostek. Z čehož tento zysk wyplýwá, že když gest která kostka, která nenj wjc než ssesti, neb pěti, neb čtyřmi cyframi psána, a sme o gegj dokonalosti přeswědčeni; lzeť gegj kořen bezewsseho pracného dobýwánj vhodnauti, když gen nalezneme z prwnj třjdy kořen dle poznamenánj (§. 63.), a přisadjme druhý djl k tomu dle prawdy teď dotčené, tedy se nagde z kostky prawé 389,017 kořen, když dobudeme kořene z prwnj třjdy, kteréhož se owssem dobude z menssj a neybližssj kostky, to gest z 343, než gest prwnj třjda 389, a bude 7, druhý pak djl dle teď nawržené prawdy bude tři, pročež žádaný celý kořen 73. Podobně se dobude kořene z prawé kostky 13824 = 24, proto, že w lewé třjdě neybližssj menssj kostka, než počet třináct, gest osm, kterého kořen gest dwě, a proto celý žádaný kořen 20 + 4 = 24.

80. Když gest kořen z wjc, než z dwau djlů, djly geho kostky nalezti.

Ak gest kořen z kolikakoli djlů, bude' wždy kostka ze čtyř djlů giž powědomých, gako kostka kořene ze dwau djlů složeného, když se wezmau wssičkni djlowé mnohodjlného (polynomium) kořene mimo poslednj za prwnj, a poslednj djl za druhý. Budiž tedy třidjlný kořen b + d + g; wezmeme tu za prwnj djl b + d, a g za druhý; gestli tedy prwněgssj

wněgssj $a=b+d$, a $b=g$, tedy bude

$$a^3=(b+d)^3$$
$$3a^2b=3(b+d)^2.g$$
$$3ab^2=3(b+d).g^2$$
$$b^3=g^3$$

pročež $(b+d+g)^3=(b+d)^3+3(b+d)^2.g+3(b+d).g^2+g^3$; když powýssjme $(b+d)$ skutečně na poznamenané mocnosti, wygde ginák žádaná kostka: $b^3+3b^2d+3bd^2+d^3+3b^2g+6bdg+3d^2g+3bg^2+3dg^2+g^3$ gest kostka zagisté ze čtyř djlů. Budiž kořen ze čtyř djlů složen, $b+d+g+f$, wezmeme opět $a=b+d+g$; $b=f$, pročež gako prwé $a^3=(b+d+g)^3$, $3a^2b=3.(b+d+g)^2.f$, $3ab^2=3(b+d+g).f^2$, $b^3=f^3$. Máme tedy opět w kostce gen čtyři djly, $(b+d+g)^3+3(b+d+g)^2.f+3(b+d+g).f^2+f^3$, dle těch newrčitých kostek se budeme řjditi, když třeba z kterého wrčitého počtu, který gest wjc než ssesti cyframi psán, takowého kořene dobyti.

81. Z počtu, který gest wjc, než ssesti cyframi psán, a gest prawá kostka, takowého kořene dobyti.

Ať gest ten počet giž w třjdy rozdělen 12,812,904; w prwnj třjdě od lewice 12 wězý kostka k tomu počtu 12 neybližssj osm, z njž dobytý kořen gest prwnj djl $b=2$, kostka pak ta 8 od 12 odňata nechá 4, k kterémuž zbytku přisadjme třjdu 812, máme tedy 4812, toho prwnjho djlu kořene 2 powýssjme w kwadrát, a třikrát tento rozmnožjce postawjme na slussné mjsto, totiž tak, aby přissly 2 pod 8, a děljce nabudeme kwocyentu totiž druhého djlu třj $=d$. Tjmto kwocyentem multyplikugjce 12, nabudeme 36, kterýž počet napjsseme náležitě pod čárau přjmo wdělanau, a budeme mjti trognásobný produkt z kwadrátu prwnjho djlu w djl druhý; teď powýssjme $d=3$ w kwadrát $=9$, a multyplikugjce geg prwnjm djlem 2,

na=

nabudeme 18, a třikrát wezmauce nabudeme 54, tok gest trognásobný produkt z kwadrátu druhého djlu w djl prwnj; toho počtu 54 neynižšj cyfra se postawj pod mjsto desýtek druhé třjdy, (gakž známo), konečně se wezme kostka druhého djlu 3, která gest 27, na které mjsto přigde 7, gest známo. Summa těch třj produktů bude owssem = 4167, která sauc pod čárau přjmo vdělanau psána, a od 4812 odňata nechá 645; k tomu zbytku se přisadj třetj třjda 904 a wygde 645904; aby se nalezl třetj djl kořene, wezmeme ty dwa djly 23 za prwnj djl, kterýž sa powýssen w kwadrát dá 529 a třikrát sa wzat, včinj 1587, tento pak počet se podpjsse náležitě, tak aby se dostala poslednj cyfra na prawicy pod mjsto stek celého zbytku, totiž pod 9, teď se dělj tjmto počtem, počet nad njm stogjcý, kwotus gest zagisté 4 = g, tento kwocyent se opět multyplikuge dělitelem, a wygde 6348, který gest trognásobný produkt z kwadrátu prwnjho djlu 23 w druhý 4; abychom nabyli y ostatnjch djlů kostky, powyssme prwé 4 na kwadrát, a množjce tento skrz 23, nabudeme 368 a třikrát wezmauce, wygde 1104, tok gest trognásobný produkt z kwadrátu druhého djlu w prwnj, chybuge gesstě kostka poslednjho djlu 4, která gest 64. Tito tři počtowé sauc náležitě psáni, a summowáni, dagj 645904; tato summa sauc pod čárau přjmau postawena, a od poslednjho zbytku odňata nenechá nic, gest tedy žádaný kořen ze třj djlů 234.

Obraz

Obraz této práce.

```
12,8 1 2,9 0 4 | 2 3 4
 8
 ─────────
 4 8 1 2
 1 2
 ─────────
 3 6
  5 4
   2 7
 ─────────
 4 1 6 7
 ─────────
   6 4 5 9 0 4
   1 5 8 7
 ─────────
   6 3 4 8
     1 1 0 4
         6 4
 ─────────
   6 4 5 9 0 4
```

Podobněby se dobylo kubického kořene z počtu 158,164,877,312, a bylby = 5408. Kdo se chce w té prácy cwičiti, ať včinj z kteréhokoli počtu prw kostku, a pak se zachowá dle prawidel daných.

82. Gestli gest lomek $\frac{u}{x}$ neprawý, a nedá se w celý počet zdělati, tedy nelze, aby byla geho kostka celým počtem.

Důkaz. Kostka tohoto lomku gest $\frac{uuu}{xxx}$, tato nemůže celý počet býti, nebť deyme, žeby byla stegná s celým počtem, budeme mjti $\frac{uuu}{xxx} = f$; pakli zmnožjme oba audy skrz xx, stegnosti nezrussjme, nabudeme tedy $\frac{xxuuu}{xxx} = fxx$, neb když budeme děliti

w le=

w lewém audu skutečně, $\frac{uuu}{x} = fxx$, musylby tedy y tento lomek celý počet býti, což gest nemožné, protože nenj prwnj u skrz x dělené celý počet, dle dané wýminky; druhý pak a třetj u gest stegné s prwnjm, a tak také nelze, aby $\frac{uuu}{xxx}$ byl celým počtem, čehož bylo dokázati.

Přjklad. Budiž $u = 3$, $x = 2$, tedy bude $\frac{u}{x} = \frac{3}{2}$, kterýž lomek gest owssem neprawý, a nedá se w celý počet zdělati, protože $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$. Každému bude teď patrno, že nenj kostka tohoto lomku $= \frac{27}{8}$ také celý počet, poněwadž $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$.

83. Každý smjssený počet se dá w lomek neprawý zdělati; ten tedy w kostku powýssen, nemůže býti celým počtem.

84. Gestli gest který celý počet neprawá kostka, ku přjkladu 9, a z něho se má dobyti kostkowého kořene, ten owssem nenj 2, poněwadž $2 \times 2 \times 2 = 8$, ani nenj 3, poněwadž $3 \times 3 \times 3 = 27$, pročežby se musyl wzýti menssj kořen 2, než gest prawý, a k němu některý lomek přisaditi, abychom se bljžili k prawému kořenu. Wssak nelze takowého lomku nalezti, kterýby s tjm celým počtem gako zde s 2 wzatý, nám dal prawý kořen, protože se dá každý smjssený počet w lomek neprawý zdělati, tento pak sa w kostku powýssen, nikdý newracý celého počtu, a předceby musyl zde, a w podobné přjpadnosti celý počet totiž danau kostku wrátiti. Proto kostkowý kořen z nedokonalé kostky dobytý gest také irracyonálnj počet; co pak tento slowe, giž sme swrchu wyložili (n. 69.).

85.

85. Z některé nedokonalé početnj kostky takowého kořene blјženjm dobyti.

Přiložj se wſſelicý přjkladowé. Takowá daná nedokonalá kostka zdělá se w decymálnj lomek, gehož gmenowatel musý býti wždy kostka, neb z 10, když w kořeně gediné desetiny; neb z 100, když y také ſtiny; neb z 1000, když ſpolu tiſycyny, a tak dále chceme mjti, z gehož gak čtedlnjka, tak gmenowatele se dobude kořene žádaného. Pročež musý gmenowatel té kostky býti z 1, a třikrát tolik nul, kolik má býti mjſt decymálnjch w kořeně. Zdělávagjce pak nedokonalau kostku w lomek decymálnj giž gmenowaný, nezruſſjme gegj ceny, nebť týmž počtem gi gak multyplikugeme, tak y děljme. Obyčegně pak toto prawidlo takto znj: Chtjce blјženjm nalezti kostkowý kořen z některé nedokonalé kostky, musýme k nj tolikrát tři nully postawiti, kolik chceme mjt mjſt decymálnjch w kořené.

Přjklad. $\sqrt[3]{15}=2,46$. Kdybychom tedy chtěli kostkowého kořene z 15 dobyti, a w něm dwě mjſta decymálnj mjti, nabylibychom gako w prawidle $\sqrt[3]{\frac{15000000}{1000000}}$ neb $\sqrt[3]{15,000000}$, kterýž počet w třjdy rozdělený dá 15,000,000. My zde nebudeme ſkutečně toho kořene dobýwati, poněwadž ſme giž způsob takowého dobýwánj wyſwětlili. Dle něho pokračugjce, a na zbytek nedbagjce dosáhlibychom $\sqrt[3]{15}=\frac{246}{100}=2,46$ a t. d. Podobněby byl kořen $\sqrt[3]{2}=\frac{1259}{1000}=1,259$. Neginač $\sqrt[3]{66}=\frac{4041}{1000}=4,041$ y ſpolu $\sqrt[3]{67}=\sqrt[3]{\frac{67000000000}{1000000000}}=\frac{4061}{1000}=4,061$.

86. Kořene kostkowého z některého lomku, gehož gmenowatel nenj dokonalá kostka, ſkrz blјženj dobyti.

Takowý lomek se opět zdělá w decymálnj, gehožby gmenowatel byla kostka buď z 10, neb z 100,

neb

neb z 1000, neb z 10000 a t. d. gak se nám bljžjcým k prawému kořenu zljbj; ku přjkladu, žádaloby se, aby se z lomku $\frac{5}{6}$ dobylo podobného kořene, kterýby měl decymálnj mjsta, tedy bude $\frac{5}{6} = \frac{833333}{1000000}$, pročež $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \sqrt[3]{\frac{833333}{1000000}} = \frac{93}{100} = 0{,}93$. Kdybychom se chtěli gesstě bljž k prawému kořenu přibljžiti, musylibychom zde k opusstěnému zbytku 28976 tři nully přisaditi, a prácy, gakž gest giž powědomo, dále dělati.

87. Z decymálnjho lomku, ku přjkladu 0,4 gak kwadrátnjho, tak y kostkowého kořene dobyti, což se bude y na wssecky giné podobné přjklady wztahowati.

Poněwadž $0{,}4 = \frac{4}{10}$, a gmenowatel nenj prawý kwadrát, multyplikugme g k čtedlnjk tak y gmenowatel skrz 10, to gest, přisaďme gak k gednomu tak y k druhému 0, a nabudeme $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$, pročež $\sqrt{\frac{40}{100}} = \frac{6}{10} = 0{,}6$. (kterýž kořen, gakž patrné, gest menssj, než kořen prawý). Podobně kdyby se dobýwalo kostkowého kořene z smjsseného počtu $\sqrt[3]{7{,}5} = \sqrt[3]{(7 + \frac{5}{10})} = \sqrt[3]{\frac{75}{10}}$. Abychom nabyli prawé kostky w gmenowateli, přisaďme gak w čtedlnjku tak y w gmenowateli dwě nully, a wygde

$$\frac{75}{10} = \frac{7500}{1000} \text{ a } \sqrt[3]{\frac{7500}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{7500}}{10} = \frac{19}{10} = 1{,}9.$$

Kdyby se žádalo kořene k prawému mnohem bližssjho, musyloby se wjc nul po páru gesstě gak k čtedlnjku, tak k gmenowateli k dobytj kořene kwadrátnjho, a po třech k dobytj kořene kostkowého přidati.

88. Z gakékoli dokonalé algebraické kostky, gegjž kořen gest složen z dwau djlů, tento nalezti.

Nenj tu třeba opakowati prawidla, které sme giž při dobýwánj kořene $z\ a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ powěděli. Teď připomeneme gediné přjklad, kte-

kterým ſe budeme y jinde zprawowati. Ten ak geſt tento:

$$
\begin{array}{l|l}
27d^3+54d^2f+36df^2+8f^3 & 3d+2f \\
\pm 27d^3 & \\
\hline
\ominus +54d^2f+36df^2+8f^3 & \\
\quad \pm 54d^2f & \\
\hline
\quad \ominus \ +36df^2+8f^3 & \\
\qquad \pm 36df^2 \pm 8f^3 & \\
\hline
\qquad \ominus &
\end{array}
$$

89. Poněwadž kořene $a+b$ kwadrát geſt $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, a koſtka $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, kdybychom množili dále tuto koſtku kořenem, tedybychom naſſli $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, a toby byla čtwrtá mocnoſt daného dwaudjlného kořene $a+b$. Kdyby pak ſe množila tato opět kořenem, poſſlaby mocnoſt pátá, a t. d.

90. Obecné prawidlo nalezti, dle kteréhoby ſe mohla nalezti každá žádaná mocnoſt kořene $a+b$, bez multyplikacý ted dotčené. Z bedliwého pozorowánj mocnoſtj ted připomenutých čjnj ſe tyto zawjrky welmi proſpěſſné:

1. Počet audů některé mocnoſti geſt wždy o gedničku wětſſj, než exponent té mocnoſti, tak w kwadrátu kořene $a+b$ ſau tři djlowé. Y giſté geſt počet 3 o gedničku wětſſj, než exponent kwadrátnj 2. Podobně w koſtce ſau čtyři audowé opět o gedničku wětſſj, než exponent té mocnoſti 3. Neginác w čtwrté mocnoſti, neb w Bikwadrátu geſt pět djlů, neb audů, zaſe o gedničku wětſſj gich počet, než exponent 4 a t. d.

2. Každý aud žádané mocnoſti geſt produkt z obau djlů kořene, to geſt, z a b. Kdyby ſe tedy mělo kořene $a+b$ na pátau mocnoſt powýſſiti, muſylibychom ſſeſtkrát po ſobě a b, a mezy nimi + pſáti.

Kdy=

Kdyby byl druhý djl kořene — b, tedyby byl prwnj aud mocnosti twrdjcý, druhý zapjragjcý, třetj twrdjcý, čtwrtý zapjragjcý, totiž + a — střjhalaby se wespolek; a tok sau prawidla, která se týkau počtu audů, gich gakosti (qualitas), též y znamenj.

3tj prawidlo pro exponenty audů gest toto: a w prwnjm audu má exponent dané mocnosti, w druhém o gedničku menssj, w třetjm opět o gedničku menssj a t. d. až na a posslednjho audu, kterého exponent bude o. Ale naopak gak ssli exponenti djlu a, tak gdau exponenti druhého djlu b; prwnj tedy b má exponent o, w druhém audu má b exponent 1, w třetjm 2, a tak dále; ku přjkladu: Mělby se kwadrát nalezti z kořene $a+b$, budeme tedy dle známého prawidla psáti $ab+ab+ab$, a exponenti těch audů budau $a^2b^0+a^1b^1+a^0b^2$; gest pak $b^0=1$, a podobně $a^0=1$, pročež bude a^2+ab+b^2.

4. Ted gest gesstě třeba, obecné prawidlo pro koefficyenty neb početnj faktory audů nalezti. Toto pak takto znj: Prwnjho audu mocnosti gest wždy koefficyent gednička, která se bez toho mjnj, když nenj žádný počet pjsmenu předsazen; druhého audu koefficyent gest exponent žádané mocnosti, třetjho koefficyent gest produkt z koefficyentu druhého w exponent druhého a, dělený skrz počet před třetim stogjcých audů, to gest, skrz dwě; čtwrtého audu koefficyent gest produkt z koefficyentu třetjho w exponent třetjho a, dělený počtem audů před čtwrtým stogjcých, to gest třemi. Podobně pátého audu koefficyent bude produkt z koefficyenta čtwrtého w exponent čtwrtého a, a dělen počtem audů předcházegjcých, to gest čtyřmi, a t. d. Přjkladowé wssecka ta prawidla wyswětlj, a spolu prawdu gich okážj, když dosáhneme téhož dle nich, čehobychom nabyli dle obyčegné multyplikacý kořene kořenem.

Po-

Powyſſme předně a + b na kwadrát, dle prawidel bude předně: a b + a b + a b, druhé: exponenti budau $a^2 b^0 + a^1 b^1 + a^0 b^2$ neb $a^2 + a b + b^2$. třetj: koefficyent prwnjho audu 1, druhého bude 2, třetjho bude produkt z druhého koefficyentu 2 w exponent druhého a, totiž $1 \times 2 = 2$, tento pak muſý býti dělen počtem audů před třetjm ſtogjcých, to geſt ſkrz 2, a tak geſt koeffcyent třetjho audu 1, pročež wygde žádaná druhá mocnoſt kořene $(a+b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$, táž, která wyſſla, když ſme a+b kořen ſebau ſamým multyplikowali. Kdyby ſe mělo a + b na třetj mocnoſt powýſſiti, muſyloby ſe pſáti a b + a b + a b + a b, exponenti téchto audů by byli $a^3 b^0 + a^2 b^1 + a^1 b^2 + a^0 b^3$, neb $a^3 + a^2 b + a b^2 + b^3$, koefficyenti pak prwnjho audu gakž známo, 1, druhého 3, to geſt, exponent mocnoſti žádané. Třetjho tento koefficyent druhého audu multyplikowaný exponentem druhého a, který dá $3 \times 2 = 6$, a dělený počtem třetjmu audu předſazených audů, to geſt, $\frac{6}{2} = 3$. Čtwrtého pak audu tento pſaný koefficyent třetjho, multyplikowaný exponentem třetjho a, a dělený počtem audu čtwrtému předſazených, to geſt, těmi, který dá $\frac{3 \times 1}{3} = 1$, pročež bude žádaná mocnoſt $a^3 + 3a^2 b + 3a b^2 + b^3$, opět takowá, gaké ſme nabyli, množjc $(a + b)^2$ ſkrz $(a + b)$. Žádalliby kdo čtwrté mocnoſti téhož kořene a + b, muſylibychom owſſem produkt z obau djlů kořene pětkrát pſáti; mělibychom tedy a b + a b + a b + a b + a b, a exponentiby byli $a^4 b^0 + a^3 b^1 + a^2 b^2 + a^1 b^3 + a^0 b^4$ neb $a^4 + a^3 b^1 + a^2 b^2 + a^1 b^3 + b^4$. Koefficyent pak druhého djlu, neb audu 4, třetjho $\frac{4 \times 3}{2} = 6$; čtwrtého $\frac{6 \times 2}{3} = 4$. Pátého $\frac{4 \times 1}{4} = 1$. Geſt tedy žádaná čtwrtá mocnoſt $(a + b)^4 = a^4 +$

$4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$; kteráž mocnost táž wygde, když se bude buď $(a+b)^3$ skrz $(a+b)$, neb $(a+b)^2$ skrz $(a+b)^2$ multyplikowati.

Wssjmagjce sobě náležite nalezených mocnostj, nalezneme w nich y tyto prawdy; prwnj: Když gest exponent některé mocnosti suda, tedy gest počet djlů té mocnosti lich, a naopak: gestli onen lich, tedy gest tento suda, a zagisté exponent kwadrátu gest 2, a počet djlů neb audů 3. Exponent kostky gest 3, a počet djlů té kostky gest 4. Exponent čtwrté mocnosti gest 4, a počet audů té mocnosti gest 5, a t. d.

Druhá prawda: Gestli počet audů gest lich, tedy prostřednj aud má neywyšsj koefficyent, a audowé od něho po obau stranách stegně wzdálenj magj stegné koefficyenty. Widjme to zřetedlně na kwadrátu y na čtwrté mocnosti daného kořene $a+b$. W kwadrátu zagisté prostřednj aud má koefficyent dwě, prwnj pak a třetj magj stegné koefficyenty 1. Čtwrté pak mocnosti prostřednj aud má neywyšsj koefficyent ssest, druhý pak, a čtwrtý magj stegné koefficyenty 4; neginač prwnj a pátý magj koefficyenty 1. Gestli počet audů suda, tedy dwa prostřednj audowé magj stegné a neywětssj koefficyenty, druzý pak audowé po obau stranách stegně od nich wzdálenj magj koefficyenty stegné, wssak menssj. To lze widěti na kostce kořene $a+b$, kde druhý a třetj aud magj koefficyenty stegné 3, prwnj pak a čtwrtý 1. Spatřjme to gesstě zřetedlnegi na páté mocnosti kořene $a-b$; pro tuto musým owssem ab ssestkrát psáti, a poněwadž druhý djl kořene gest zapjragjcý, musý se w těch audech + a — stjhati; pročež budeme mjti $ab-ab+ab-ab+ab-ab$, gich exponenti budau $a^5b^0 - a^4b^1 + a^3b^2 - a^2b^3 + a^1b^4 - a^0b^5$, koefficyent prwnjho djlu bez toho gest 1, druhého gest 5, třetjho bude produkt 35 w exponent

ponent druhého a, totiž 4, dělený skrz 2, pročež = 10. Čtwrtého koefficyent bude $\frac{10 \times 3}{3} = 10$. Pátého koefficyent bude produkt z koefficyentu čtwrtého w exponent čtwrtý a, dělený skrz počet předsazených audů pátému, to gest, skrz 4 aneb $\frac{10 \times 2}{4} = 5$. Šesstého konečně koefficyent bude $= \frac{5 \times 1}{5} = 1$. Pročež žádaná pátá mocnost bude tato: $(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$, kdež gest opět widěti, že magj dwa prostřednj audowé stegné a neywětssj koefficyenty, druzý pak od nich po obau stranách stegně wzdálenj se srownáwagj také w koefficyentjch, owssem mensssjch.

Třeba těchto tak snadně nalezených mocnostj neurčitého dwaudjlného kořene $a+b$ gest tenkrát, když máme z kterého určitého počtu kořene daného exponentu dobýwati. Při dobýwánj kořene kwadrátnjho a kostkowého giž sme toho zkusyli; kdyby pak se mělo dobyti kořene čtwrté neb páté a t. d. mocnosti, musylibychom se dle těchto zde poznamenaných mocnostj čtwrtého a pátého exponentu zprawowati. Kdyby se mělo kořene čtwrté mocnosti z počtu 20736 dobyti, rozdělilibychom geg: Předně od prawice k lewicy w třjdy, dagjce každé třjdě čtyři cyfry, protože gest počet cyfer w každé třjdě stegný s počtem mocnosti: Druhé, řjdilibychom se dle čtwrté mocnosti kořene $a+b$, která gest $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$, pročež z lewé třjdy, kteráž bude, když počet daný náležitě rozděljme 2,0736 z lewé prawjm, třjdy dobudauce kořenu čtwrté mocnosti nabudeme 1, kteréhož quadrato-quadrat od 2 odňat, nechá 1, k tomu se přisadj druhá třjda, a nabudeme 10736; gest $a^3 = 1$, a když budeme multyplikowati

 wati

wati skrz 4, nabudeme $4a^3 = 4$, abychom tedy nabyli druhého djlu b, musýme skrz 4 ten zbytek děliti; kam pak se 4 postawj? W mjsto tisýcù, to gest, pod nullu toho zbytku. Dějce tedy 10 skrz 4, nabudeme $b = 2$, teď se wdělá přjmá čára pod 4; aby se nabylo $4a^3 b$, budeme 4 skrz 2 multyplikowati, a nabudeme 8, pak abychom $6a^2 b^2$ nabyli, powýssjme 2 na kwadrát, nabudeme $b^2 = 4$, a poněwadž $a^2 = 1$, tedy bude $6a^2 b^2 = 24$, který produkt se bude tak psáti, aby přissło 4 pod mjsto stek zbytku, teď následuge $4ab^3$, tož gest $= 32$, neymenssj cyfra toho produktu postawj se pod mjsto desýtek zbytku, posledně bude $b^4 = 16$, neynižssj cyfra této mocnosti posadj se k gedničkám toho zbytku. Tito produktowé summowanj dagj zagisté počet zbytku rowný, a onen od toho odňatý nenechá nic, čjmž sme vgisstěni, že gest $b = 2$ prawý druhý djl, a 12 žádaný kořen.

Obraz této práce:

$$\begin{array}{r|l} 2{,}0736 & 12 \\ 1 & \\ \hline 1\,0736 & \\ 4 & \\ \hline 8 & \\ 24 & \\ 32 & \\ 16 & \\ \hline 1\,0736 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Tento kořen 12 může se mnohem snáze nalezti, když dobudeme z daného počtu 20736 prw kwadrátnjho kořene, kterýby byl $= 144$, a z toho kořene wyhledáme opět takowého kořene, který zagisté bude 12, protože exponent $4 = 2 \times 2$. Ano wůbec dee mluwě, kdykoli se má z které mocnosti kořene dobýwati, která má exponent některỳ složenỳ počet (numerum compositum), dobude se předně kořene, kteréhož exponent gest geden faktor, potom se dobude z toho kořene opět kořene, gehož exponent gest druhý faktor. Kdyby se tedy mělo z počtu 15625 kořene exponentu 6 dobýwati, poněwadž $6=3\times2$, dobylibychom z něho předně kostkowého kořene, kterýby byl $=25$, a z toho dobytý kořen kwadrátnj dá $=5$. Pročež kořen ssesté mocnosti daného počtu gest 5. Gestli exponent mocnosti gest prympočet (numerus primus), tedybychom se gedině chowali dle mocnosti takowého exponentu při dobýwánj kořene, která wygde, když se powýssj $a+b$ na mocnost daného exponentu. Chtjce tedy kubický kořen některého vrčitého počtu nalezti, třebak se zprawowati podlé mocnosti $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; poněwadž 3 exponent gest prympočet. Podobněbychom se musyli zachowati dle mocnosti, kdyby exponent byl 5, rowně prympočet, který nemá giného faktora, než sebe a gedničku.

91. Poznamenánj. Wděčně zpomjnám na Pana Desajos, neywyššjho ředitele v cýsařské armády tak nazwaných saperů, rozeného Francauze, a mně nad mjru nakloněného, který mě naučil tomu překrásnému způsobu, gakby se mělo dwaudjlného kořene na gakaukoli mocnost powýssiti. Odebral se giž léta 1802 s tohoto swěta na onen, naděgiž se, že sstastně.

Aby čtenář wěděl, k čemu prospěge zwlásst dobýwánj kořene kostkowého, powinen sem, abych geg naučil.

Častok gak w Geometryi, tak w Stereometryi, neb w vměnj o wyměřenj těl třeba nalezti kořen koſſkowý; protože ſe podobná těla (similia corpora) tak ſpolu srownáwagj, gako koſſky gich wyměřenj ſtegného gména. Pochybugi, žeby mně ted čtenář ſnadně porozuměl, wſſak porozumj budaucně. Nawrhugi toto gediné z té přjčiny, aby nemyſlil, žeby ſe čemu zbytečnému včil. Zatjm ať ſe zeptá děloſtřelce, kterak ſe nalezne kalibrowá mjra, a vſlyſſj, že geſt k tomu třeba dobýwánj kořene koſſkowého. Podobně nelze bez něho w hydroſtatyce nalezti dyametru té železné duté kaule, dané tjže, kteráby w wodě nevtonula, a t. d.

Článek ſſeſtý.

De rationibus & proportionibus, neb o ſrownánj, a proporcý neb rownoměrnoſti, a ſyc předně o ſrownánj a proporcý arytmetycké, a potom geometrycké.

92. Co geſt wůbec ratio neb ſrownánj?

Srownánj geſt přirownánj gedné welikoſti k druhé. Obě muſegj býti gednoho dru; toto pak ſrownánj záležj w tom, aby ſe ſeznalo, oč geſt gedna welikoſt wětſſj, než druhá, a takowé ſrownánj ſlowe arytmetycké; aneb aby ſe wědělo, kolikrát wězý gedna w druhé, a toto ſrownánj ſlowe geometrycké.

93. Každá z těch dwau welikoſtj ſlowe aud, a prwnj ſyc aud předcházegjcý (antecedens terminus), druhá pak aud náſledugjcý (terminus consequens).

O ſrownánj a proporcý arytmetycké.

94. Kterak ſe každé ſrownánj arytmetycké pjſſe, a ſkrz co ſe obmezuge?

Znamenj, že ſe dwě welikoſti pro ſrownánj arymetycké wespolek přirownáwagj, geſt $\div$; tedy

kdy=

kdyby ſe pſalo $a \div b$, toby ſe čtlo a přirownáwá ſe k b, a mjnj ſe, že ſe weſpolek pro rozdjl ſrownáwagj. Budiž $a=3$, a $b=7$, tedy bude $3 \div 7$, kdež geſt owſſem rozdjl 4. Toto arytmetycké ſrownánj wůbec ſe obmezuge prwnjm audem a rozdilem, nebť mámeli tento, a onen, tedy giž známe druhý aud, protože geſt buď ſumma z prwnjho audu a z rozdjlu, když má býti wětſſj než prwnj, neb geſt zbytek mezy prwnjm audem a rozdjlem, máli býti menſſj než prwnj. Ku přjkladu: w ſrownánj $3 \div 7$ rozdjl geſt 4. Prawjm, že když gedině prwnj aud 3, a rozdjl 4 máme, giž geſt nám ſkrz ty dwě wěcy druhý aud powědom, který mage býti wětſſj, než prwnj aud, bude $3+4$. Pročež přednesſené ſrownánj $3 \div 7$ může ſe také wyobrazyti ſkrz $3 \div 3+4$. Kdyby mel druhý aud menſſj býti než prwnj, tedyby byl rowen prwnjmu, mjň rozdjlu. Ku přjkladu: $6 \div 1$, w té přjpadnoſtiby byl druhý aud $=6-5$, pročež mjſto $6 \div 1$ mohloby ſe pſáti $6 \div 6-5$. A zagiſté když má náſledugjcý aud býti wětſſj než předcházegjcý, tedy geſt počet náſledugjcý minuend, neb od kterého ſe má odnjti, a předcházegjcý aud geſt ten, který ſe má odnjti. Minuend pak geſt wždy rowen ſummě z počtu, který ſe má odnjti, a z rozdjlu; pročež náſledugjcý aud ſe dá wyobrazyti wždy ſkrz tu ſummu w této přjpadnoſti. Máli pak náſledugjcý aud býti menſſj než předcházegjcý, tedy geſt tento minuend a onen geſt ſubtrahend. A nenjli prawda, že geſt wždy ſubtrahend ſtegný s minuendem o rozdjl zmenſſeným? Pročež w té přjpadnoſti geſt náſledugjcý aud ſtegný s předcházegjcým méně rozdjlu.

95. Kterak (ať obecné prwnj aud a, a rozdjl d ſlowe), toto ſrownánj ſe předſtawj?

Geſtli náſledugjcý aud má býti wětſſj než předcházegjcý, tedy bude on ſummau z předcházegjcýho

a,

a, a z rozdjlu d, pročež a+d. Máli pak býti menssj než předcházegicý aud, tedy gest on a—d. Pročež ať gest wětssj neb menssj; spogj se a s d skrz obě znamenj, pjssjce + na wrchu a — pod tjm; gest tedy žádané obecné wyobrazenj arytmetyckého srownánj $=a \div a \pm d$, které se takto čte, a k a wjc neb mjň d.

96. Srownánj arytmetycká gsau tenkrát stegná, když magj audowé gednoho srownánj stegný rozdjl, gako audowé kterého druhého srownánj.

Důkaz. Gedno srownánj od druhého se nedá rozeznati, než skrz rozdjl; ne skrz audy rozličné, protože se hledj gediné na rozdjl (když se geden proti druhému držj) neb když gednoho k druhému přirownáwáme, a ne na audy. Gestli tedy při dwau a wjc srownáwánjch stegný rozdjl, nedá se gedno od druhého rozeznati, pročež gsau sobě rowni. Tjm způsobem gest $a \div a \pm d = b \div \pm d$, protože magj obě ta srownánj stegný rozdjl d. Podobné $5 \div 10 = 15 \div 20$ gsau sobě rowná srownánj, poněwadž magj stegný rozdjl 5.

97. Když přisadjme k oběma audům týž počet, neb tauž welikost, neb gi od obau odegmeme, nezrussjme srownánj.

Důkaz. Srownánj se nerussj, když se rozdjl neměnj; rozdjl pak kterého srownánj se neměnj, když se táž welikost k oběma audům přisadj, neb od nich odegme, pročež se nerussj tjm srownánj. Každému gest ta prawda patrná. Budiž dané srownánj $a \div a \pm d$, přisaďme gak k předcházegjcýmu, tak y k následugjcýmu audu, neb odegmeme m, a gá prawjm, že $a \div a \pm d = a \pm m \div a \pm d \pm m$. Zagisté gsau tato srownánj stegná, nebť w obau gest rozdjl $\pm d$, když se předcházegjcý aud od swého následugjcýho odegme.

W určitých počtech: $2 \div 5 = 2 + 4 \div 5 + 4 = 6 \div 9$. Mezy 2 a 5 gest rozdjl 3, a mezy 6 a 9 týž rozdjl 3. Podobně $8 \div 2 = 8 - 1 \div 2 - 1 = 7 \div 1$. Rozdjl pak mezy 8 a 2 gest 6, a rozdjl mezy 7 a 1 gest také 6. Pročež obě srownánj gsau stegná.

98. Co gest proporcý, čili rownoměrnost arytmetycká, a koliková; co gsau audowé prostřednj, a konečnj; kterak se wypowjdá, též gaké znamenj mezy ta dwě srownánj se klade?

Proporcý arytmetycká gest stegnost dwau srownánj arytmetyckých, stegná pak, gakž známo, gsau tenkrát, když magj týž rozdjl, ta stegnost se představj znamenjm =, které se pjsse mezy oběma srownánjmi.

Proporcý tato gest dwognásobná, buď nespogená (discreta) neb spogená (continua); ona gest ze čtyř rozličných audů, tato gediné ze třj, poněwadž se opakuge w této proporcý druhý aud, a také se sázý mjsto třetjho. Pročež sau w nj prwnj aud a čtwrtý rozličnj, prostřednj pak dwa gsau sobě rowni.

Prwnj a čtwrtý aud slowau konečnj, druhý pak a třetj prostřednj. Proporcý arytmetycká takto se wyslowuge: Gak se má prwnj aud k druhému, tak se má třetj aud k čtwrtému. Neb: Gaký rozdjl gest mezy prwnjm a druhým, takowý gest mezy třetjm a čtwrtým.

99. Proporcý arytmetycká nespogená býwá obmezena třmi wěcmi, totiž prwnjm a třetjm audem a rozdjlem.

Důkaz. Každé srownánj obmezuge se předcházegjcým audem a rozdjlem. R, máme prwnj předcházegjcý aud, ku přjkladu a, a rozdjl = d, proto máme giž následugjcý, neb druhý aud $a \pm d$:

dále,

dále, máme v třetj aud, ku příkladu b, a ponĕwadž druhé srownánj musý býti s prwnjm stegné, musý w ném také býti rozdjl d, pročež druhý následugjcý, neb čtwrtý aud $b \pm d$.

100. Proporcý arytmetyckau gak nespogenau (discretam), tak y spogenau (continuam), z daných prwnjho a třetjho audu a rozdjlu (differentia) — neb z prwnjho, druhého a třetjho audu obecnĕ předstawiti.

Gestli prwnj aud a, třetj b a rozdjl d, bude žádaná proporcý obecnĕ wyobrázena $a \div a \pm d = b \div b \pm d$, a tato gest nespogená. Z nj pak obecné wyobrazenj proporcý spogené nalezneme, když mjsto třetjho audu b, druhý $a \pm d$ postawjme. Gestli wssak má býti tento třetj aud s předcházegjcým druhým, a srownánj druhé s prwnjm stegné, tedy musý býti zde rozdjl stegný, pročež se přisadj k tomu třetjmu audu $\pm d$, a tak pogde čtwrtý $a \pm d \pm d$, tok gest $a \pm 2d$; pročež žádaná spogená proporcý gest $a \div a \pm d = a \pm d \div a \pm 2d$.

Gestli gest mjsto rozdjlu aud druhý dán, může se z nĕho a z audu prwnjho rozdjl skrz subtrakcý, gakž známo, nalezti. Magjce tedy aud prwnj, třetj a rozdjl, zachowáme se, gakž teď praweno.

Kdybychom druhého audu neopakowali, a rozdjlné audy gediné skrz čárky mezy nimi učinĕné psali, takto a, $a \pm d$, $a \pm 2d$ a t. d. mĕlibychom počátek arytmetycké progresý obecnĕ wyobrazené, o čemž budeme njže obssjrnĕ mluwiti.

101. Když se přisadj k prwnjmu a třetjmu audu stegná welikost, neb od nĕho odegme, ano když se též stane druhému a čtwrtému audu, také, když se pjsse třetj aud mjsto druhého, a druhý mjsto třetjho; ano když se pjsse prwnj aud mjsto druhého a dru=