bude žádaný kořen 3900, nebk $\sqrt{900}=\sqrt{9\times100}$ $=\sqrt{9}\times\sqrt{100}=3\times10=30$.

Přjklad pátý. Weyška zdi některého hradu by byla dwanáct střewjců, a ssjřka přjkopa před njm dewět střewjců, kdyby se chtěla wěděti dýlka řebřjku, kterýby z konce přjkopa až k wrchu té zdi dosáhl, tedyby se musylo gak 12, tak y 9 w kwadrát wywýssiti, a z summy těch kwadrátůby se musylo kwadrátnjho kořene dobyti. Zde $(12)^2=144$; $(9)^2=81$, summa $144+81=225$; pročež dýlka žádaného řebřjku $=\sqrt{225}=15$. Důkaz toho prawidla se dá w Geometryi, když budeme gednati o wlastnosti třjhranjka s rownym kautem.

Poznam. Podobných přjkladů nagde čtenář latiny zběhlý w krásné knize od kněze Kasspara Sſotta z towaryšstwa Gežissowa sepsané, s nápisem: Organon mathematicum; kteréž také sepsal wýborně včený Jezuita kněz Athanáš Kyrcher pro Arcyknjže rakowské Karla Jozefa.

64. Každého kořene, který gest ze třj, neb wjc djlů složen, kwadrát má podobně tři djly, gako kwadrát kořene z dwau djlů.

Důkaz. Každý kořen, ať gest z kolikakoli djlů složen, může se zdělati w dwa djly, když se wssickni geho djlowé mimo poslednj wezmau za prwnj, a poslednj za druhý djl. Budiž kořen $r+p+q$, tedy bude

$$a=r+p$$
$$b=q$$
$$(r+p)^2=a^2$$
$$2(r+p)\times q=2ab$$
$$q^2=b^2$$

Má tedy žádaný kwadrát toho ze třj djlů složeného kořene podobně tři djly, gako kwadrát kořene $a+b$ ze dwau djlů složeného. Gestliže se skutečně multyplikacý wykoná, wygde žádaný kwadrát takto

$r^2 + 2rp + p^2 + 2rq + 2pq + q^2$. Kdyby byl kořen ze čtyř djlů $r+p+q+s$, tedyby byl prwnj djl $r+p+q=a$, druhý pak djl $s=b$. Pročež opět žádaný kwadrát daného kořene $(r+p+q)^2 + 2(r+p+q)s+s^2$. Z čehož ſeznáme, že, poněwadž geſt kwadrát kořene z kolikakoli djlů ſloženého také rowně ze třj djlů ſložen, gako kwadrát kořene z dwau djlů, rowně z onoho ſe dobude tjm způſobem kořene, gako ſe z tohoto dobylo.

65. Z některého početnjho a dokonalého kwadrátu, který geſt wjc cyframi pſán, než čtyřmi, kwadrátnjho kořene dobyti.

Budiž daný kwadrát 54756, rozděljce geg gako prw w třjdy, nabudeme

$$
\begin{array}{rl|l}
 & & r\,p\,q \\
 & 5{,}47{,}56 & 234 \\
r^2 = & 4 & \\
\hline
 & 1\;4.7 & \\
2r = & 4 & \\
2r+p = & 43 & \\
(2r+p)p = & 1\;29 & \\
\hline
 & 1\;8\;56 & \\
2(r+p) = & 46 & \\
2(r+p)+q = & 464 & \\
2(r+p)q+q^2 = & 1856 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Ty dwa djly kořene giž nalezneme, totiž 23, ſkutečně pak $200+30=r+p=a$, wezmeme dwakrát, gako prwé, a nabudeme 46, kdež třeba neynižſſj cyfru 6 na mjſto deſýtek napſati; tedy ſe bude počet 1856 děliti ſkrz 46, kwocyent 4 geſt třetj žádaný djl $=9$.

Aby ſe pogiſtilo prawdy třetjho djlu, přiſadj ſe gako gindy tento kwocyent k děliteli 46, a nabu-

deme

deme $2r+2p+q=464$, a to multyplikowané skrz $4=q$ dá $2rq+2pq+q^2=1856$, kterýž počet od sobě rowného odňatý nepozůstawj nic; gest tedy kořen žádaný $r+p+q=234$. Následugj přjkladowé w vrčitých počtech.

Přjklad prwnj. Na některé kwadrátnj střeſſe ležj 55696 kůrek, kolik gich ležj w každém pořadj? Odpowěd dá nalezený kwadrátnj kořen z toho počtu.

```
5,56,96 | 236
4
-----
1 5.6
43
129
-----
2796
466
2796
-----
0
```

Pročež gest kůrek w každém pořadj 236.

Přjklad druhý. Některé mjsto kwadrátnj gest dlážené 1703025 kwadrátnjmi kameny; žádá se wěděti, kolik se nalézá řádů, a kolik kamenů w každém řádu? Dobytý kořen z toho počtu dá sluſſnau odpowěd:

```
1,70,30,25 | 1305
1
-----
70
23
69
-----
1 130
26
-----
13025
2605
13025
-----
0
```

Pročež gest 1305 řádů, a tolik také kamenj w každém řádu.

66. Geli $\frac{u}{x}$ lomek neprawý, (kteréhož gest čtedlnjk wětšj než gmenowatel), w neymenšj počty zdělán, a nedá se w celý počet zdělati, tedy také nemůže býti kwadrát toho neprawého lomku celý počet.

Důkaz. Kwadrát toho neprawého lomku gest zagisté $\frac{u}{x} \times \frac{u}{x} = \frac{u\,u}{x\,x}$; má se dokázati, že nemůže býti tento kwadrát celý počet. Totoř se wygewj indyrekte tjm způsobem: Deyme tomu, žeby předce byl ten kwadrát celý počet, který chceme p gmenowati. Nabudeme tedy rownosti (æquatio) $\frac{u\,u}{x\,x} = p$; budemeli oba audy skrz x množiti, stegnosti audů nezrušjme, dle hlawnjho prawidla (axioma), že když stegné welikosti stegně se množj, stegnosti gich se nerušj; pročež bude $\frac{x\,u\,u}{x\,x} = x\,p$; neb gináč, dělje gak čtedlnjk tak gmenowatel prwnjho audu, nabudeme $\frac{u\,u}{x} = x\,p$. R, musylby y tento lomek $\frac{u\,u}{x}$ celý počet býti, tohoř pak nemůže býti, proto že prwnj u skrz x dělené nedá celého počtu, dle dané wýminky, a druhé u w čtedlnjku gest s prwnjm stegné, pročež nelze, aby $\frac{u\,u}{x}$ byl celý počet, a proto také $\frac{u\,u}{x\,x}$ nenj celý počet, čehož bylo dokázati.

Přj=

Přjklad. Ak gest $u = 7$, $x = 3$, pročež $\frac{u}{x} = \frac{7}{3}$, zagisté tento nepravý lomek se nedá w celý počet zdělati, poněwadž $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$, kterýž kwocyent nenj owssem celý počet, ale smjssený; y, budeli kwadrát takowého lomku předce celý počet? zagisté nebude, protože $(\frac{7}{3})^2 = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$ gest opět počet smjssený.

67. Z celého počtu a lomku lze wčiniti nepravý lomek, gakž gest známo; tento tedy w kwadrát sa p. wýssen nemůže býti celý počet.

68. Pakli se má z některého nedokonalého kwadrátu kořene kwadrátnjho dobyti, toho nelze nikdý dokonále dobyti, pročež kořen takowý slowe irracyonálnj, hluchý neb geometrycký. Ku přjkladu, měloby se ze 3 kořene kwadrátnjho dobyti. Poněwadž 3 nenj dokonalý kwadrát, geho žádaného kořene se nedá dokonále wykázati; nebť wezmemeli žádaný kořen 1 gedničku, tato sebau multyplikowaná dá kwadrát 1, menssj nežli 3, wezmemeli pak kořen 2 dwogku, tato sebau množená dá 4 wětssj owssem než 3. Pročež žádaný kořen ani nemůže býti celý kořen 1, ani 2, co tedy? musylibychom neomylně k menssjmu kořenu 1, který menssj gest než prawý kořen (nesmégjce přisaditi celého počtu) přiložiti něgaký lomek; y, nabylibychom skrz to smjsseného počtu, který se dá (dle §. 67.) w nedokonalý lomek zdělati, a geho kwadrát nemůže býti celý počet, a předceby měl býti, poněwadž daný kwadrát gest celý počet tři. Pročež nenj žádný lomek možný, kterýby k celému menssjmu kořenu než gest prawý sa přiložen, působil s njm wzat prawý kořen, a proto slowe týž irracyonálnj, hluchý neb geometrycký počet.

Wssi=

Wssickni zagisté počtowé, gak celj, tak lámani, ano y smjssenj gsau racyonálnj, protože se dagj bud gedničkau, neb některým djlem té gedničky děliti, neb měřiti. Který pak počet se nedá žádnau gednickau, žádným lomkem, žádným smjssenym počtem dokonále wyobrazyti, ten owssem musý býti irracyonálnj, gako gsau wssickni kořenowé z nedokonalého kwadrátu dobytj. Můžeme syc s přjdawkem některého lomku k menssjmu kořenu, než gest prawý, se wjc a wjc k prawému kořenu bljžiti, wssak se nelze kdy dopjditi prawého.

Proč pak slowe irracyonálnj počet spolu geometrycký? přjčina gest, že, ačkoli se nedá w Arytmetyce dokonále vrčiti, předce se dá w Geometryi gistau linyj neb čárau dokonále wyznamenati.

Poznam. Kterak wzbuzuge matematycké vměnj ponjženost w maudrém člowěku, z této ted nalezené prawdy můžeme sauditi. Seznali sme, že wždy hledagjce prawého kořene z neprawého kwadrátu, geho zcela nalezti nemůžeme, y třebak přestati na bljžjcým se k němu. Medle, lzekli se y w giných wěcech, které negsau matematycké, pauhým rozumem prawdy dowěděti? Zagistéť nelze, a zwlásstť w wěcech Božjch a w náboženstwj. Máme tedy s ponjženostj prawdám od Boha nám skrz cýrkew swatau zgewenným wěřiti, a tak se budeme k němu wždy wjc a wjc bljžiti.

69. Co gest irracyonálnj počet? a t. d. Na tuto otázku sme syc giž w předessté průpowědi neb propozycý odpowěděli; nicméně, abychom to lépe čtenáři připomenuli, opáčjme gi. Gest tedy irracyonálnj počet ten, kterýž se nedá ani skrz celý počet, ani skrz lomek ani skrz smjssený počet dokonále wyobrazyti.

70. Ačkoli se nelze dopjditi dokonalého kořene z nedokonalého kwadrátu, předce se lze k němu, gak chceme, bljžiti. Giž sme připomenuli, že musýme hledagjce kořene, kterýby se bljžil k prawému kořenu, k menssjmu, než gest prawý, některý lomek přisaditi, čjm wjc tedy tento lomek wydá, tjm wjc kořen, který gest z celého a z toho lomku, bude se k prawému bljžiti, a to se takto stane: Budemeli chtjt miti tento kořen, gen skrz celý počet, a desetiny wyobrazený, tedy zděláme daný nedokonalý kwadrát w lomek, kteréhož gmenowatel bude sto, to gest, kwadrát z desýti, což se dle známosti stane, když budeme ten daný kwadrát skrz 100 multyplikowati a děliti. Ku přjkladu: chtělilibychom z pěti kwadrátnjho kořene dobyti, a gen na desetinách w kořenu přestati, mělibychom $5 = \frac{500}{100}$, pročež chtjce ten kořen nalezti, musýme gak z čtedlnjka tak y z gmenowatele kwadrátnjho kořene dobyti. Gestlibychom w kořeně y stin žádali, musylibychom daný kwadrát, ku přjkladu týž kwadrát 5, w lomek zdělati, kteréhožby gmenowatel byl kwadrát z 100, to gest 10000. Pročežbychom měli $5 = \frac{50000}{10000}$ a $\sqrt{5} = \sqrt{\frac{50000}{10000}}$. Negsauce spokogeni stinami, a chtjce také tisycyny kořene mjti, musylibychom daný kwadrát zdělat w lomek, kteréhoby gmenowatel byl kwadrát z 1000, totiž 1000000, a nabylibychom $5 = \frac{5000000}{1000000}$, a $\sqrt{5} = \sqrt{\frac{5000000}{1000000}}$. Y, známo gest, že druhý kořen, w kterém sau mimo celý počet také desetiny, bližssj gest k prawému, než kdybychom měli ten gediný celý počet za kořen, třetj pak kořen mage také w sobě stiny, gest gesstě bližssj, než druhý, a čtwrtý obsahuge w sobě tisycyny, gest mnohem bližssj, než třetj a t. d. Z čehož se poznáwá, kterak se lze k prawému kořenu bljžiti. Poněwadž pak $\frac{500}{100} = 5{,}00$ tedyť y $\frac{50000}{10000} = 5{,}0000$; konečně $\frac{5000000}{1000000} = 5{,}000000$, tak se budaucně zachowáme. Když

bu=

budeme chtjt mjti w kořeně gen deſetiny, přiſadjme k danému nedokonalému kwadrátnjmu počtu dwě nully, a z toho tak wywýſſeného počtu dle obyčege kwadrátnjho kořene dobudeme, gemu 10 gakož kořen z gmenowatele podpjſſeme. Chtjce mjti w kořeně y ſtiny, přiſadjme k danému počtu čtyři nully, a k tomu nalezenému kořenu podpjſſeme 100; podobně žádagjce mjti y tiſycyny, přiſadjme k kwadrátu ſſeſt nul, a k kořenu toho počtu podpjſſeme 1000, a t. d.

71. Z nedokonalého kwadrátu ſkrz bljženj dobytj kořene kwadrátnjho.

Způſob to wykonati byl giž bez toho w předeſſlém §. nawržen. Zde gediné to připomeneme, že můžeme také takto ta prawidla powědjti: že chtjce některá mjſta decymálnj w kořeně mjti, muſýme tolik párů nul k danému nedokonalému kwadrátu připſati, kolik decymálnjch mjſt w kořeně má býti. Budiž tedy tento kwadrát počet 5, geſtli žádáme gen deſetin w kořenu, budeme muſyt z 500 kwadrátnjho kořene dobyti, pročež:

5,00 | 22
4
———
1.0.0
4 2
8 4
———
1 6 Na tento zbytek nedbagjce nabudeme žádaného kořene dle známého prawidla $=\frac{22}{10}=2,2$. Že ſe tento kořen bljžj wjc k prawému, než kdybychom té deſetiny neměli, každý ſe přeſwědčj takto: multyplikugme ſkrz 2,2

2,2
———
4 4
4 4
———
4,8 4 Každýk poznáwá, že geſt

tento kwadrát od daného 5 gediné o $\frac{16}{100}$ rozdjlný, nebť kdybychom $\frac{16}{100}$ k 4,84 přisadili, gistěbychom 5 nabyli.

$$\begin{array}{r} 4{,}84 \\ 16 \\ \hline 5{,}00 \end{array}$$

Kdybychom pak chtěli bez decymálnjho lomku gediné na nižſſjm celým kořenu z přeſtati, tenkby ſe owſſem neblјžil tak k prawému, gako nyněgſſj, protožeby ſa ſám ſebau multyplikowán kwadrát 4 wrátil, který geſt od daného 5, o celau gedničku rozdjlný. Geſt pak zagiſté $1 > \frac{16}{100}$, neb když zdělá me tu gedničku w gedno gméno s lomkem na prawicy ſtogjcým, bude $1 = \frac{100}{100}$, pročež bezewſſj pochyby $\frac{100}{100} > \frac{16}{100}$.

Dále: Kdybychom y tiſycyn w kořeně žádali, muſylibychom tři páry nul k danému kwadrátu přiſaditi, budiž tento opět 5, nabudeme

$$\begin{array}{l} 5{,}00{,}00{,}00 \mid 2236 \\ 4 \\ \hline 1.0.0 \\ 42 \\ 84 \\ \hline 16.0.0 \\ 443 \\ 1329 \\ \hline 27.1.0.0 \\ 4466 \\ 26796 \\ \hline 304 \end{array}$$

Po zawrženj zbytku 304, máme žádaný kořen, když k němu tisýc podpjšseme, tento $\frac{2236}{1000} =$ 2,236, který že gest mnohem bližšj k prawému, než předesslý, týmž způsobem se přeswědčjme. Opakowánj toho způsobu zdá se mi býti zbytečné.

Přjkladowé k cwičenj se w takowém dobýwánj kořene

$\sqrt{3} = 1,7320508$

$\sqrt{13} = 3,6055513$

$\sqrt{221} = 14,866$

72. Z některého lomku, gehož čtedlnjk y gmenowatel sau dokonalj kwadrátowé, kořene kwadrátnjho dobyti; též učiniti z počtu smjšseného, ku přjkladu $2 + \frac{7}{9}$ a z každého k tomu podobného.

Gsauli čtedlnjk a gmenowatel prawj kwadrátowé, tedy se dobude kořene gak z onoho, tak z tohoto; poněwadž, gakž powědomo (§. 49.), každý lomek se na něgakau mocnost wywýšsj, když se na ni powýšsj gak čtedlnjka tak y gmenowatele, neb když se multyplikuge ten lomek sám sebau tolikrát, kolikrát obsahuge exponent té mocnosti w sobě gednicku, musý se y čtedlnjk y gmenowatel sám sebau tolikrát multyplikowat, pročež se musý owšsem z čtedlnjka y z gmenowatele žádaného kořene dobyti, protože wězý gak w onom, tak w tomto mocnost.

Přjklad. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$. Podobně w neurčitých počtech. $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b}$; protože $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$. Gest tedy kwadrát gak toho lomku w čtedlnjku tak y w gmenowateli, a proto třeba dobyti z obau žádaného kořene.

Též učiniti z počtu smjšeného, ku přjkladu $2+\frac{7}{9}$, a z každého k tomu podobného.

Daný smjšený počet se zdělá w neprawý lomek, wygde $2+\frac{7}{9}=\frac{25}{9}$, pročež $\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$. Wyskaumá se tato práce, nenjli chybná, takto, když zděláme naopak tento smjšený počet w nedokonalý lomek, tohoto na kwadrát powýšjme, a w smjšený počet opět geg rozděláme, pročež $1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$, a $\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}=2+\frac{7}{9}$. Tento počet owšem gest s napřed daným stegný, tedyť sme se žádné chyby w prácy nedopustili. Podobně $\sqrt{\left(1\frac{24}{25}\right)}=\sqrt{\frac{49}{25}}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$, a t. d.

73. Kwadrátnjho kořene z lomku dobyti, kteréhož čtedlnjk a gmenowatel negsau dokonalj kwadrátowé.

Takowý lomek se zdělá předně w decymálnj lomek, gehož gmenowatel musý býti buď 100, buď 10000, buď 1000000 a t. d., gestli chceme daný lomek giž w desetinách, giž w stinách, giž w tisýcynách a t. d. mjti wyobrazený, a pak bude kořen dobytý lomek z toho decymálnjho lomku s žádaným kořenem z daného lomku stegný, ku přjkladu: $\sqrt{\frac{2}{5}}$. Tento lomek zděláme w decymálnj, gehož gmenowatel budiž sto, bude tedy dle powědomého prawidla žádaný čtedlnjk $=\frac{200}{5}=40$, pročež $\frac{2}{5}=\frac{40}{100}$, a $\sqrt{\frac{2}{5}}=\sqrt{\frac{40}{100}}=\frac{6}{10}$, pročež gest žádaný kwadrátnj kořen skoro stegný s $\frac{6}{10}=0,6$. Mnohem wjc se budeme k prawému kořenu bljžiti, když postawjme gmenowatel mjsto 100, ku přjkladu $=1000000$ aneb 100000000 a t. d. Zdát mi se skutečně zbytečné tu prácy opakowati.

Ginj přjkladowé: $\sqrt{\left(3\frac{1}{3}\right)}=\sqrt{\frac{10}{3}}=\sqrt{\frac{3333333}{1000000}}=1,825$. Tak také $\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{500000}{1000000}}=1,707$. Podobně $\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{6000000}{10000000}}=0,7745$.

74. Kwadrát algebraický nedokonalý $a^2 + 2ab$ zceliti, gakož y $x^2 + 4x$, též $x^2 + x$. Užitek toho, a potřeba se sezná w Algebře. K tomu gest třeba, w paměti mjti, z kolika a z gakých djlů gest kwadrát kořene z dwau djlů složeného. Dokázali sme pak, že obsahuge tři djly w sobě, totiž kwadrát prwnjho djlu kořene, pak dwognásobnj produkt z prwnjho djlu w druhý, a konečně kwadrát druhého djlu. N, že w daném kwadrátu $a^2 + 2ab$ geden djl chybuge, totiž kwadrát druhého djlu kořene, každémuk patrno; medle, kterak se druhý djl kořene nagde? a^2 gest kwadrát prwnjho djlu, $2ab$ gest dwognásobnj produkt z prwnjho djlu kořene a w druhý djl, který zde owšem gest b. Wšak w mnohých přjpadnostech nebýwá tak patrný gako zde druhý djl, pročež se musý obecné prawidlo dáti, gakby geg bylo wždy nalezti. Tok pak gest toto: Druhý djl kořene b má gistě faktor $2a$, když tedy budeme děliti druhý aud $2ab$ skrz ten faktor $2a$, gistě nabudeme kwocyenta žádaného druhého djlu, protože gest $\frac{2ab}{2a} = b$. Tento kwocyent w kwadrát powýšen, a sa addowán k těmto dwěma daným audům, zcelj žádaný kwadrát. Z čehož wyplýwá toto obecné prawidlo: Kdykoli sau dáni dwa djlowé kwadrátu dwaudjlného kořene, wždy se nalezne druhý djl kořene, když bude dělen druhý aud kwadrátu skrz dwognásobnj djl prwnj kořene gakož swého druhého faktora: kwocyent musý býti gako prwé b druhý djl, který sa w kwadrát powýšen, a k těm dwěma audům skrz + přisazen, zcelj dle žádosti kwadrát. Kterak teď zceljme kwadrát $x^2 + 4x$? Neginač owšem než dle prawidla teď daného, nenj tu arcy tak patrného druhého djlu kořene gako prwé, wšak geg nalezneme bezewšj těžkosti takto: dělme buď w paměti,

neb

neb postraně skrz 2 x druhý aud 4 x, poněwadž zde 4 x tolik gest, co bylo prwé 2 a b, a x gest tolik co prwé a, když sme pak dělili 2 a b skrz 2 a, nalezli sme druhý djl b, tak také když tu budeme děliti 4 x skrz 2 x, nalezneme druhý djl; gest pak $\frac{4x}{2x} = 2$, pročež druhý hledaný djl kwadrátu b = 2, tento w kwadrát sa powýssen, a k dwěma audům giž známým připočten, zcelj kwadrát, kterýž gest zcelený $x^2 + 4x + 4$. Z toho poznáwáme také, že to prawidlo může y takto zněti: Ať se dělj w druhém audu kwadrátnjm wssecko to, co gest w něm mimo kořen prwnjho djlu skrz 2, tedy bude kwocyent druhý djl kořene; protože celý druhý aud gest dwognásobnj produkt z obau djlů kořene: co gest tedy mimo prwnj djl kořene w něm, musý owssem býti druhý djl kořene dwakrát wzatý, když tedy děljme toto skrz 2, musýme owssem w kwocyentu toho prostého druhého djlu kořene nabyti, a nenjli w tomto přjkladu druhý aud 4 x, w němž gest x kořen prwnjho kwadrátu x^2, a mimo ten kořen gest w druhém audu faktor 4. Y, nenabudemeli téhož kwocyentu, když děljme 4 x skrz 2 x, neb 4 skrz 2? wždyť owssem bude kwocyent 2. Tohoto prawidla užigeme w třetjm přjkladu. Ten gest $x^2 + x$; aby se zcelil ten kwadrát, gehož prwnj djl x^2 má kořen x, a tento nemá w druhém audu mimo se nic giného, než gedničku 1, která se wždy mjnj, když nenj skutečně psána gako faktor, poněwadž každá wěc aspoň gednau se béře; tedyť se musý ta gednička skrz dwě děliti, aby se nalezl druhý djl kořene. Tento tedy bude $\frac{1}{2}$, a geho kwadrát $\frac{1}{4}$, pročež zcelený žádaný kwadrát $= x^2 + x + \frac{1}{4}$.

Poznam. Na tom, co sme teď powěděli, mnoho záležj; seznámeť to w Algebře, když budeme

mu-

musyt kterau kwadrátnj rownost (æquatio) rozdělati, (resolvere); owssem bez prawdy ted nalezené, tohoby nám nebylo lze dokázati. Abych giž dodal chuti swým čtenářům k Algebře, přjklad budiž tento: Chceme wěděti, gaký gest ten počet, kterýby sa čtyřikrát wzat, a k swému kwadrátu přisazen dal summu 77? W Algebře se pjsse neznámý počet skrz x, neb y neb z, a daný skrz některau z prwnjch pjsmen abecedy. Budiž tedy žádaný počet x, a daný 77 = a. Neznámý počet čtyřikrát wzatý dá $4x$, a kwadrát toho x bude x^2, tedy summa dle průpowědi (propositio) $x^2 + 4x = a$. Zagisté máme zde nedokonalý kwadrát w lewém audu té rownosti, musýme tedy geg tak zceliti, abychom nezrussili stegnosti audů gak na lewé, tak y na prawé straně. R, nalezneme druhý djl kořene, když faktor 4 w druhém djlu kwadrátu $4x$, který se tu mimo x naléza, budeme děliti w paměti skrz 2, kwocyent wygde = 2, gakož druhý hledaný djl kořene, tento sa na druhau mocnost powýssen dá 4, kterýž počet, by se stegnosti nerussilo, gak na lewé, tak y na prawé straně k rownosti se přisadj, nabudeme tedy $x^2 + 4x + 4 = a + 4$. Ted dobudeme na obau stranách kwadrátnjho kořene, na lewé gest owssem giž powědom $x + 2$, na prawé se musý gediné poznamenati skrz kořenowo znamenj, což se takto stane: $x + 2 = \pm\sqrt{(a + 4)}$, proč sme tomu kořenowému znamenj + a — předsadili, přjčina gest, že má každý kwadrát dwegj kořen, geden twrdjcý, a geden odpjragjcý, protože y odpjragjcý welikost sebau sama multyplikowená dáwá wždy twrdjcý produkt, gakž sme toho giž dokázali. Abychom pak w té nassj rownosti na lewé straně nabyli samého x, na obau stranách 2 odegmeme, a stegnosti zagisté nezrussjme, bude tedy $x = \pm\sqrt{(a + 4)} - 2$. Postawjmeli mjsto a geho cenu 77, musýme dobyti z $77 + 4$,

to

to gest z 81 kořene kwadrátnjho, který bude 9, a geg o 2 zmenssiti, a nabudeme hledaného počtu 7. Že tento gest prawý, tjmto způsobem se přeswědčjme. Čtyřikrát wzatý dá 28, a geho kwadrát dá 49, gest pak summa z obau 77. Nadégik se, že wtipný čtenář giž ted wssecko pochopil; pakli nepochopil, ať má naděgi, že nabude w Algebře wětssjho swětla.

Poznamenánj. Ačkoli sme giž okázali, kterak se má z dokonalého kwadrátu algebraického kořene kwadrátnjho dobyti, a syc z kwadrátu $a^2 + 2ab + b^2$; nicméně k wětssjmu užitku čtenáře gesstě giný přjklad zde přiložjme. Budiž tedy kwadrát $9x^2 + 12xy + 4y^2$, kořen žádaný takto nagdeme: Dobudeme kořene žádaného z $9x^2$, tohoto se musý z obau faktorů dobyti, a bude $3x$, w kwadrát powýssen, a od sebe sa odňat, nepozůstawj nic, tento nalezený kořen dwakrát wzatý dá ssest x, skrz $6x$ budeme děliti druhý djl kwadrátu $12xy$, a nalezne se $\frac{12xy}{6x} = 2y$, kterýž kwocyent gest druhý djl kořene, sa pak přisazen se swým znamenjm $+$ k děliteli $6x$, a tauto summau multyplikowán, dá produkt $12xy + y^2$ stegný s zbytkem daného kwadrátu, pročež byw od něho odňat, nepozůstawj nic: což nás vgisstuge, že gest kořen $3x + 2y$ prawý.

Obraz této práce:

$$\begin{array}{ll} 9x^2 + 12xy + 4y^2 & | \; 3x + 2y \\ \pm 9x^2 + \;\; 6x \;\; + 2y & \\ \;\;\; + 12xy + 4y^2 & \\ \;\;\;\; - \qquad\; - & \\ \hline \;\;\;\;\;\; 0 & \end{array}$$

Přjklad druhý. Ak gest kwadrát $\frac{x^2}{25}+\frac{6xy}{5}+9y^2$, bude podobně prwnj djl kořene $=\frac{x}{5}$; tento dwa-krát wzatý dá $\frac{2x}{5}$, gjmž se musý děliti druhý djl kwadrátu, totiž $\frac{6xy}{5}$, pročež budeme mjti $\frac{6xy}{5}:\frac{2x}{5}$ $=\frac{6xy}{5}\times\frac{5}{2x}=\frac{30xy}{10x}=3y$, a tento kwocyent $+3y$ gest druhý hledaný djl kořene.

Obraz této práce:

$$\begin{array}{l|l} \frac{x^2}{25}+\frac{6xy}{5}+9y^2 & \frac{x}{5}+3y \\ \pm\frac{x^2}{25}+\frac{2x}{5}+3y & \\ \quad\pm\frac{6xy}{5}\pm 9y^2 & \\ \hline \quad\quad 0 & \end{array}$$

75. Kostka některého kořene z dwau djlů složeného gest ze čtyř djlů. Prwnj djl gest kostka z prwnjho djlu kořene, druhý gest trognásobnj produkt z kwadrátu prwnjho djlu kořene, a djlu druhého, třetj gest trognásobnj produkt z kwadrátu djlu druhého kořene w djl prwnj, a čtwrtý djl gest kostka druhého djlu kořene.

Důkaz. Kostka některého kořene se nalezne, když bude kořen sám sebau třikrát multyplikowán, neb když se gjm rozmnožj geho kwadrát, to gest, kořenem

nem. R, gest kořene $a+b$ známý kwadrát $a^2+2ab+b^2$, pročež třeba tento skrz $a+b$ množiti. Wykoneyme teď tuto prácy:

$$\begin{array}{r} a^2 + 2ab + b^2 \\ a + b \\ \hline a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ a^3 + 2a^2b + ab^2 \quad\quad \\ \hline (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{array}$$

Medle zdaliž nenj tato kostka z gmenowaných djlů složena? zagisté gest a^3 kostka prwnjho djlu kořene, $3a^2b$ gest trognásobný produkt $3a^2$ totiž kwadrátu prwnjho djlu w druhý b, třetj djl $3ab^2$ gest trognásobný produkt z kwadrátu druhého djlu b^2 w prwnj a. A čtwrtý djl gest b^3 kostka druhého djlu kořene. Čeho bylo dokázati.

76. Gestli a desýtka neb dwadcýtka a t. d. a b gednička, na která mjsta se dostanau medle neynižšj cyfry těch djlů kostky?

Budiž $a=30$, $b=4$, bude $34=30+4$

$$\begin{array}{rrcr} \text{pročež} & a^3 & = & 27000 \\ & 3a^2b & = & 10800 \\ & 3ab^2 & = & 1440 \\ & b^3 & = & 64 \\ \hline \end{array}$$

tedy $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=39304$

Z toho widjme, že neynižšj cyfra 7 kostky prwnjho djlu kořene gest w mjstě tisýců. Neynižšj cyfra trognásobného produktu z kwadrátu prwnjho djlu w druhý 8 přicházý na mjsto stek. Neynižšj cyfra 4 z trognásobného produktu z kwadrátu druhého djlu w prwnj se nalézá w mjstě desýtek. Neynižšj pak cyfra 4 kostky druhého djlu se stawj na mjstě gedniček. Načež bylo odpowědjti.

77. Neynižšj počet, genž se pjše třmi cyframi, gest 100, a geho kostka gest 1000000, kterýž

počet gest neymenssj ze wssech počtů, kterjž se pjssj sedmi cyframi. Budeli tedy gaká početnj kostka psána čtyřmi, neb pěti, neb ssesti cyframi, tedy nemůže gegj kořen než dwě cyfry mjti, protožeby musyla býti neyméně sedmi cyframi psána, kdyby měl býti gegj kořen ze třj cyfer.

78. Gestli který daný počet rozdělјme w třjdy, počjnagjce rozdělowati od prawice k lewicy, a dagjce každé třjdě tři cyfry, budeme mjti w kořeně tolik cyfer, neb djlů, kolik bude třjd. Gsauli gen dwě třjdy, může býti w lewé třjdě buď gedna cyfra buď dwě, neb tři, w njž může buď gen kostka prwnjho djlu kořene, neb také něco z trognásobného produktu z kwadrátu prwnjho djlu w druhý djl, y také někdy něco z kwadrátu druhého djlu w prwnj wězeti. Ostatkowé pak těch produktů, a kostka druhého djlu wézý w prawé třjdě. Proč pak dáwáme tři cyfry každé třjdě, přjčina gest, že nemá kostka neywyšssjho počtu 9, který se pjsse gednau cyfrau, wjc cyfer, než tři, neb $9 \times 9 \times 9 = 729$, ano y proto také, abychom mjsto, kam přicházý neynižssj cyfra kostky prwnjho djlu, náležitě wyznamenali, které owssem gest mjsto tisýců, k kterému se dostaneme, odwrhauce tři cyfry od prawice k lewicy. Proto sme dali w dobýwánj kořene kwadrátnjho swrchu každé třjdě dwě cyfry, poněwadž $9 \times 9 = 81$.

79. Z některého počtu, který čtyřmi, pěti, neb ssesti cyframi psán, a dokonalá kostka gest, takowého kořene dobyti.

Následugj wsselicý přjkladowé. Budiž kostka daná 1728; w třjdy rozdělená dá 1,728, w lewé třjdě gest gediné dokonalá kostka prwnjho djlu kořene, gegjž kořen gest gednička, saue tedy tato sama od sebe odňata, nepozůstawj nic. Ted přicházý

dru=

druhá třjda 728, w njž sau, gakž známo, powědomj dwa produktowé, a kostka druhého djlu; poněwadž pak obsahuge prwnj produkt $3a^2b$ w sobě kwadrát giž nalezeného prwnjho djlu $1=a$, třikrát wzatý, tedy se musý kwadrát gedničky skrz 3 multyplikowati, a wygde $1 \times 3 = 3$. Kdybychom pak rozdělili $3a^2b$ skrz $3a^2$, nabylibychom gisté kwocyenta b, nebť $\frac{3a^2b}{3a^2} = b$, pročež také když rozděljme 7 skrz 3, nabudeme kwocyenta $2=b$; máme tedy giž y druhý djl žádaného kořene, pročež se musý w tom skutečném dobýwánj 3 pod 7 psáti, toť gest w mjsto stek, kam přicházý neynižšj cyfra trognásobného produktu 3 kwadrátu prwnjho djlu w druhý, a musý se dywizý wykonati, tedy se včinj čárka, a produkt pod nj z nalezeného kwocyentu dwě, a dělitele tři mjsto stek se pjše, pak se nagde kwadrát druhého djlu kořene 2, kterýž gest 4, ten se předně prwnjm djlem kořene, a pak 3 multyplikuge, produkt 12 tedy se pjše pod čárku, aby 2 přišly na mjsto desýtek. Konečně se wezme kostka druhého djlu 2, která gest 8, a tato se postawj pod čárku w mjsto gedniček toho počtu 728, pročež pod 8, pod tjm se opět vdělá čárka, a tito teď nalezenj, a slušně psanj počtowé se addugj, gichž summa $600+120+8$, (nebť ty nully w prácy se nepjšj, ale mjnj), wygde $=728$, která bywši od 728 odňata nepozůstawj nic.

Obraz této práce:

$$
\begin{array}{rrl}
a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = & 1,728 & \mid 12 \\
a^3 = & 1 & \\
\hline
3a^2b+3ab^2+b^3 = & 728 & \\
3a^2 = & 3 & \\
\hline
3a^2b = & 6 & \\
3ab^2 = & 12 & \\
b^3 = & 8 & \\
\hline
3a^2b+3ab^2+b^3 = & 728 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Poněwadž ſe dobýwánj toto koſtkowého kořene na koſtku kořene $a+b$ zcela wztahuge; tedy z koſtky $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ kořene dobudeme, aby to každý lépe pochopil. Z prwnjho djlu a^3 dobytý kořen geſt owſſem a, kterýž ſa w koſtku powýſſen dá a^3, a od a^3 odňat nepozůſtawj nic; z druhého djlu $3a^2b$ nabudeme druhého žádaného djlu b, když budeme tento produkt ſkrz prwnj faktor $3a^2$ děliti, pročež geſt prawidlo, abychom powýſſili nalezeného prwnjho djlu a w kwadrát, a třikrát wzali, a druhý djl koſtky ſkrz to dělili, a geſt zagiſté $\frac{3a^2b}{3a^2}=b$. Tento kwocyent budeme dělitelem $3a^2$ multyplikowati, a nabudeme $3a^2b$, což poſtawjme pod $3a^2b$, k čemuž geſſtě přiſtawjme tyto audy: předně druhý djl b w kwadrát powýſſený, a prwnjm djlem a multyplikowaný, též třikrát wzatý, $3ab^2$, a to bude prwnj přjdawek; dále djlu druhého kořene w koſtku powýſſjme, a to bude druhý přjdawek. Celá ſumma $3a^2b+3ab^2+b^3$ od ſummy ſobě rowné odňata zagiſté nic nepozůſtawj.