

## Hesla k otázkám z DM 2

### 01. Geometrie, její historie a výuka

Předmět geometrie. Milníky její historie od starověku po práci D. Hilberta.

Výuka G na ZŠ, její obsah a charakter.

Výuka G na SŠ, její odlišnosti od výuky na ZŠ. Odborný cíl výuky G na SŠ.

Neprofesní význam výuky G.

### 02. Základní planimetrické pojmy a poznatky

Axiomatické pojetí, pět skupin axiomů v Hilbertově systému.

#### I. stupeň ZŠ

Bod a přímka. Přímka  $AB$ , značení  $\leftrightarrow AB$ . Úsečka  $AB$ , jak říkáme bodům  $A$  a  $B$ , jak jejím ostatním bodům.

Porovnání a sčítání úseček. Délka  $|AB|$  úsečky  $AB$ . Shodné úsečky  $AB$  a  $CD$ , zápis  $AB \cong CD$ .

Polopřímka  $AB$  (značení  $\mapsto AB$ ), jak říkáme bodu  $A$ , jak ostatním jejím bodům. Navzájem opačné polopřímky.

Co je střed dané úsečky a jak ho sestrojíme. Co je osa úsečky a jak ji sestrojíme.

Polorovina, zápis  $\mapsto pX$  nebo  $\mapsto ABX$ , pojmenování jejích bodů. Navzájem opačné poloroviny.

Kterou část roviny nazýváme úhlem. Pojmenování obou polopřímek a jejich společného počátku, jak říkáme ostatním bodům úhlu. Zápis úhlu třemi body. Dvojice úhlů se stejnými rameny, jejich vymezení pomocí průniku a sjednocení polorovin. Obecný význam termínu konvexní a nekonvexní rovinný útvar.

Shodné úhly, velikost úhlů. Jak třídíme úhly podle jejich velikosti od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ .

Porovnání a sčítání úhlů. Jak měříme úhly (ve stupních a menších jednotkách). Co je osa úhlu a jak ji sestrojíme.

Přímky různoběžné, rovnoběžné a navzájem kolmé ( $a \nparallel b$ ,  $a \parallel b$ ,  $a \perp b$ ). Jak sestrojíme rovnoběžku procházející daným bodem. Jak sestrojíme kolmici procházející daným bodem.

Jak určujeme vzdálenost bodu od přímky. Kdy a jak určujeme vzdálenost dvou přímek téže roviny.

Dvojice úhlů: co jsou vrcholové a vedlejší úhly, souhlasné a střídavé úhly, a jaké mají vlastnosti.

Kružnice, její střed, poloměr a průměr (dva významy). Tětiva kružnice a kružnicový oblouk. Kruh.

Trojúhelník a jeho základní prvky, pojmenování jeho prvků, hranice a obvod. Zápis  $\triangle ABC$  – má v něm význam pořadí vrcholů? Třídění trojúhelníků podle velikostí vnitřních úhlů.

Čtyřúhelník a jeho základní prvky. Konvexní a nekonvexní čtyřúhelníky. Hranice a obvod.

#### II. stupeň ZŠ

Trojúhelníkové nerovnosti. Nerovnosti mezi stranami a mezi vnitřními úhly téhož trojúhelníku. Věta o součtu vnitřních úhlů trojúhelníku. Věta o vnějším úhlu trojúhelníku. Věta o součtu vnitřních úhlů čtyřúhelníku.

Trojúhelníky rovnoramenné, jejich základna a ramena. Trojúhelník rovnostranný.

Intuitivní přístup ke shodnosti dvou útvarů na ZŠ. Shodné trojúhelníky, zápis  $\triangle ABC \cong \triangle KLM$  a pořadí vrcholů v něm. Co platí pro dva shodné trojúhelníky.

Věty  $sss$ ,  $sus$ ,  $usu$  a  $Ssu$  o shodnosti dvou trojúhelníků.

Střední příčky trojúhelníků a jejich vlastnosti.

Těžiště trojúhelníku a jejich vlastnosti. Těžiště trojúhelníku.

Kružnice opsaná a kružnice vepsaná danému trojúhelníku. Existence a konstrukce těchto kružnic.

Výšky trojúhelníku (dvojí význam) a jejich vlastnosti. Průsečík výšek (ortocentrum) daného trojúhelníku.

Vzájemná poloha přímky a kružnice, pojmenování dotyčné přímky ve třech případech. Vzdálenosti středu kružnice od dotyčné přímky ve třech případech v porovnání s poloměrem kružnice.

Vzájemná poloha dvou (nesoustředných) kružnic, rozlišení možných případů.

### 03. Množiny všech bodů dané vlastnosti

Dva aspekty tvrzení „Množina  $M$  v rovině  $\rho$  je množina všech těch jejích bodů, které mají vlastnost  $\mathcal{V}$ “.

S důkazy uveďte vlastnost  $\mathcal{V}$  charakterizující danou množinu bodů, nebo naopak tuto množinu nazvanou podle její charakteristické vlastnosti  $\mathcal{V}$  explicitně popište:

- (1) Osa úsečka  $AB$ ,
- (2) kružnice  $k(S, r)$ ,
- (3) osa úhlu  $AVB$  (při jakém omezení na jeho velikost?),
- (4) osa dvou různých rovnoběžek,
- (5) osa dvou různoběžek,
- (6) ekvidistanta dané přímky,
- (7) ekvidistanta dané kružnice,
- (8) Thaletova kružnice (obecněji *ekvigonála úsečky* v otázce 8).

Významné aplikace: Existence a konstrukce kružnic opsaných a vepsaných danému trojúhelníku. Důkaz věty o výškách trojúhelníku. Konstrukce tečen z daného bodu k dané kružnici.

### 04. Konstrukční úlohy (polohové a nepolohové), etapy řešení

Polohové a nepolohové úlohy – jejich rozdíly v zadání a při rozlišování stejných, resp. různých výsledných řešení.

Vyjmenujte jednotlivé etapy úplného řešení konstrukční úlohy, popište náplň a zásady realizace každé z nich.

### 05. Úhly příslušné oblouku kružnice

Dva oblouky  $AB$  téže kružnice, jakým zápisem je rozlišujeme. Střed oblouku.

Středový úhel, jeho slovní vymezení. Shodnost dvou oblouků téže kružnice a shodnost jejich středových úhlů.

Obvodový úhel, jeho slovní vymezení. Věta o obvodovém a středovém úhlu, její důkaz. Shodnost dvou oblouků téže kružnice a shodnost jejich obvodových úhlů.

Co platí pro obvodové úhly příslušné oběma obloukům  $AB$  téže kružnice.

Úsekový úhel, jeho slovní vymezení. Věta o úsekovém a obvodovém úhlu, její důkaz. Rozšířená sinová věta.

## 06. Ekvigonála úsečky a mocnost bodu ke kružnici

Nerovnosti mezi obvodovým úhlem  $AVB$  a obecným úhlem  $AXB$ , jejich důkazy.

Věta o rovnosti úhlů  $AVB$  a  $AXB$  pro případ  $X \in \overset{\circ}{ABV}$ .

Věta o ekvigonále úsečky. Její konstrukce užitím úsekového úhlu.

Věta o tětiovém čtyřúhelníku, její důkaz.

Invariant všech sečen kružnice  $k$  procházejících daným bodem  $X \notin k$ , důkazy pro obě možné polohy bodu  $X$ .

Mocnost bodu ke kružnici. Povaha této skalární veličiny a její možné hodnoty.

Věta o mocnosti bodu a sečnách, které tímto bodem procházejí.

Konstrukce kružnice, která prochází danými dvěma body a dotýká se dané přímky.

## 07. Podobné trojúhelníky, Pythagorova a Eukleidovy věty

Intuitivní přístupy k zavedení shodných, resp. podobných útvarů.

K čemu slouží zavedení podobných trojúhelníků na základní škole.

Středoškolská definice podobných trojúhelníků, koeficient (poměr) podobnosti.

Vlastnosti podobných trojúhelníků. Věty o podobnosti dvou trojúhelníků.

Které veličiny dvou podobných trojúhelníků jsou ve stejném poměru jako jejich strany. Poměr obsahů dvou podobných trojúhelníků.

Dva způsoby zápisu poměrů stran podobných trojúhelníků.

Praktický význam podobnosti útvarů. Užití podobných trojúhelníků v geometrii.

Věty o pravoúhlém trojúhelníku a jejich odvození pomocí podobnosti. Význam těchto vět pro konstrukce délek určených vzorci z jiných délek.

Geometricky úměrné veličiny, konstrukce čtvrté geometrické úměrné. Konstrukční rozdělení dané úsečky v daném poměru.

## 08. Shodná zobrazení, vlastnosti a klasifikace

Intuitivní přístup k shodným zobrazením. Dvojitý význam termínu shodnost.

Středoškolská definice shodného zobrazení. Symbolika a termíny spojené se zobrazením v rovině.

Obecné vlastnosti shodných zobrazení. Shodnosti přímé a nepřímé.

Kolik existuje shodností, které zobrazí dané body  $A, B$  ( $A \neq B$ ) po řadě na dané body  $A', B'$ ?

Klasifikace shodných zobrazení na pět druhů, definice nejméně známého z nich.

Shodná zobrazení jako výsledky složení několika osových souměrností.

Konstrukce shodného zobrazení k zadané shodnosti  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

## 09. Osové souměrnosti, vlastnosti a užití

Definice osové souměrnosti.

Vlastnosti osové souměrnosti. Souměrně sdružené body a útvary v dané osové souměrnosti. Osově souměrné útvary.

Úlohy o nejkratších lomených čarách. Úlohy o odrazech. Konstrukce osově souměrných útvarů. Konstrukce trojúhelníků v případech vymezených typem jednoho ze tří zadaných prvků (o jaké typy se jedná?).

## 10. Středové souměrnosti, vlastnosti a užití

Definice středové souměrnosti.

Vlastnosti středové souměrnosti. Souměrně sdružené body a útvary v dané středové souměrnosti. Středově souměrné útvary.

Konstrukce úsečky s daným středem. Konstrukce středově souměrných útvarů. Konstrukce trojúhelníků se zadanou těžnicí.

### **11. Posunutí, vlastnosti a užití**

Orientovaná úsečka, její délka. Orientované úsečky nulové a nenulové. Směr přímek, polopřímek a orientovaných úseček.

Definice posunutí. Vlastnosti posunutí.

Konstrukce úsečky dané délky a směru. Posunutí kopie útvaru. Konstrukce lichoběžníků. Čtyřúhelníky se zadanými úhlopříčkami a úhlem mezi nimi.

### **12. Otočení, vlastnosti a užití**

Orientovaný úhel, jeho základní a obecná velikost.

Definice otočení. Vlastnosti otočení.

Konstrukce rovnoramenných trojúhelníků. Otočení kopie útvaru. Využití úhlu mezi přímkou a jejím obrazem.

### **13. Podobná zobrazení, stejnolehlosti**

Definice podobného zobrazení.

Vlastnosti podobných zobrazení.

Historicky původní definice stejnolehlých trojúhelníků.

Definice stejnolehlosti jako zobrazení, její vektorová alternativa.

Vlastnosti stejnolehlosti. Vlastnost, která odlišuje stejnolehlosti od ostatních podobných zobrazení.

Praktická konstrukce obrazů ve stejnolehlosti.

### **14. Užití stejnolehlostí**

Stejnolehlost dvou úseček. Stejnolehlost dvou kružnic.

Společné tečny dvou kružnic. Konstrukce úsečky rozdělené na dva úseky v daném poměru. Zvětšení či zmenšení podobné kopie. Využití dotyku dvou kružnic. Složení stejnolehlosti s otočením. Vpisování útvarů užitím stejnolehlé kopie.

### **15. Sinová věta**

Sinová věta, její důkaz přes výšky trojúhelníku.

Rozšířená sinová věta a její obrázkový důkaz.

Typické situace pro užití sinové věty při „řešeních trojúhelníků“. Případná dvojnásobnost řešení a její souvislost s větou  $Ssu$ .

Různé vzorce pro obsah trojúhelníku.

Aplikace: Určení šířky řeky měřením z věže.

### **16. Kosinová věta**

Kosinová věta, její důkaz přes výšky trojúhelníku a Pythagorovu větu, kterou zobecňuje.

Typické situace pro užití kosinové věty při „řešeních trojúhelníků“.

Odvození Heronova vzorce pro obsah trojúhelníku metodou užití kosinové věty.

Aplikace: Určení vzdálenosti dvou bodů na druhém břehu řeky měřením ze dvou bodů na prvním břehu.

KONEC DOKUMENTU