2. test — Algebra I — jaro 2006 — 6. 4. — sk. A

Jméno: ....

UČO: ....

Hodnocení			

K řešení použijte volné místo. Všechny odpovědi musí být řádně zdůvodněny. Na vypracování je 45 minut.

1. (3 body) Určete, ke kterému z prvků $[61]_{603}$ a $[90]_{603}$ existuje prvek inverzní v pologrupě $(\mathbb{Z}_{603}, \cdot)$, a spočítejte jej.

2. (2 bod) Určete zbytek po dělení čísla $44^{10^{10}}$ číslem 18.

3. (2 body) Určete počet prvků grupy $(\mathbb{Z}_{2332}^{\times}, \cdot)$.

Určete všechna $n \in \mathbb{N}$, pro něž platí $4 \cdot \varphi(n) = n$.

4. (3 body) V grupě $(\mathbb{S}_{10}, \cdot)$ dejte příklad prvku s řádu k tak, že v grupě $(\mathbb{S}_9, \cdot)$ neexistuje prvek řádu k.

Dejte příklad $n \geq 2$, které splnňuje implikaci: pokud v $(\mathbb{S}_n, \cdot)$ existuje prvek řádu k, pak existuje prvek řádu k také v grupě $(\mathbb{S}_{n-1}, \cdot)$.

Uvažujme grupu regulárních matic typu 2×2 nad reálnými čísly s operací násobení. Určete v této grupě všechny prvky konečného řádu, které jsou tvaru $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$.

2. test — Algebra I — jaro 2006 — 6. 4. — sk. B

Jméno: ....
UČO: ....

Hodnocení			

K řešení použijte volné místo. Všechny odpovědi musí být řádně zdůvodněny. Na vypracování je 45 minut.

1. (3 body) Určete, ke kterému z prvků $[61]_{671}$ a $[90]_{671}$ existuje prvek inverzní v pologrupě $(\mathbb{Z}_{671}, \cdot)$, a spočítejte jej.

2. (2 bod) Určete zbytek po dělení čísla $20^{10^{10}}$ číslem 14.

3. (2 body) Určete počet prvků grupy $(\mathbb{Z}_{4554}^{\times}, \cdot)$.

Určete všechna $n \in \mathbb{N}$, pro něž platí $2 \cdot \varphi(n) = n$.

4. (3 body) V grupě $(\mathbb{S}_{12}, \cdot)$ dejte příklad prvku s řádu k tak, že v grupě $(\mathbb{S}_{11}, \cdot)$ neexistuje prvek řádu k.

Dejte příklad $n \geq 2$, které splnňuje implikaci: pokud v $(\mathbb{S}_n, \cdot)$ existuje prvek řádu k, pak existuje prvek řádu k také v grupě $(\mathbb{S}_{n-1}, \cdot)$.

Uvažujme grupu regulárních matic typu 2×2 nad racionálními čísly s operací násobení. Určete v této grupě všechny prvky konečného řádu, které jsou tvaru $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$.