Opravná písemná zkouška z Matematiky II

Čtvrtek 26. 6. 2003

Skupina **B**

Jméno a příjmení:
UČO:

Maximální zisk za jednotlivé příklady: 10 bodů
Maximální možný celkový zisk: 50 bodů

Hodnocení podle bodového zisku:	50 – 40 bodů	—	výborně
	39 – 30 bodů	—	velmi dobře
	29 – 20 bodů	—	dobře
	19 – 0 bodů	—	nevyhověl

Pište jen na předložené papíry. K řešení můžete použít i zadní stranu papíru.

1. Najděte normovaného největšího společného dělitele polynomů $f, g \in \mathbb{R}[x]$, kde

$$f = x^5 - 5x^4 + 6x^3 + x^2 - 13x - 6, \quad g = x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4.$$

Najděte koeficienty v příslušné Bezoutově rovnosti.

2. Vypočtěte determinant

$$\begin{vmatrix} a & a & a & \dots & a & a & a \\ a & a & a & \dots & a & a & -a \\ a & a & a & \dots & a & -a & -a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a & a & a & \dots & -a & -a & -a \\ a & a & -a & \dots & -a & -a & -a \\ a & -a & -a & \dots & -a & -a & -a \end{vmatrix}$$

řádu n nad $\mathbb{R}$.

3. Nad $\mathbb{R}$ řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 &= 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 2x_5 &= 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 &= 3, \\ x_1 + 2x_2 + tx_3 + 2x_4 + x_5 &= 4. \end{aligned}$$

Proveďte diskusi řešení v závislosti na hodnotě parametru $t \in \mathbb{R}$.

4. Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$ najděte matici přechodu od báze

$$\begin{aligned}&\mathbf{f}_1 = (1,1,-1,1,-1),\ \mathbf{f}_2 = (-1,1,1,-1,1),\\ &\mathbf{f}_3 = (1,-1,1,1,-1),\ \mathbf{f}_4 = (-1,1,-1,1,1),\\ &\mathbf{f}_5 = (1,-1,1,-1,1)\end{aligned}$$

k bázi

$$\begin{aligned}&\mathbf{g}_1 = (1,-1,-1,-1,-1),\ \mathbf{g}_2 = (1,1,-1,-1,-1),\\ &\mathbf{g}_3 = (1,1,1,-1,-1),\ \mathbf{g}_4 = (1,1,1,1,-1),\\ &\mathbf{g}_5 = (1,1,1,1,1).\end{aligned}$$

5. Nechť $(R, +, \cdot)$ a $(S, \#, *)$ jsou okruhy a nechť $f : R \to S$ je homomorfismus okruhů. Dokažte, že pak obraz $f(R)$ množiny R při tomto homomorfismu je podokruhem okruhu $(S, \#, *)$.