# Opravná písemná zkouška z Matematiky II

Čtvrtek 26. 6. 2003

Skupina **A**

**Jméno a příjmení:**
**UČO:**

Maximální zisk za jednotlivé příklady: 10 bodů
Maximální možný celkový zisk: 50 bodů

Hodnocení podle bodového zisku: 50 – 40 bodů — výborně
39 – 30 bodů — velmi dobře
29 – 20 bodů — dobře
19 – 0 bodů — nevyhověl

Pište jen na předložené papíry. K řešení můžete použít i zadní stranu papíru.

**1.** Najděte normovaného největšího společného dělitele polynomů $f, g \in \mathbb{R}[x]$, kde

$$f = x^5 - 3x^4 - x^3 + 8x^2 - 4x - 3, \quad g = x^4 - x^3 - 6x^2 + 5x + 3.$$

Najděte koeficienty v příslušné Bezoutově rovnosti.

**2.** Vypočtěte determinant

$$\begin{vmatrix} x & x & x & \dots & x & x & y \\ x & x & x & \dots & x & y & y \\ x & x & x & \dots & y & y & y \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ x & x & y & \dots & y & y & y \\ x & y & y & \dots & y & y & y \\ y & y & y & \dots & y & y & y \end{vmatrix}$$

řádu $n$ nad $\mathbb{R}$.

**3.** Nad $\mathbb{R}$ řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 3, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 &= 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + sx_3 + x_4 + 2x_5 &= 1. \end{aligned}$$

Proveďte diskusi řešení v závislosti na hodnotě parametru $s \in \mathbb{R}$.

**4.** Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$ najděte matici přechodu od báze

$$\begin{aligned}&\mathbf{f}_1 = (1,1,1,1,1),\ \mathbf{f}_2 = (1,1,1,1,-1),\\ &\mathbf{f}_3 = (1,1,1,-1,-1),\ \mathbf{f}_4 = (1,1,-1,-1,-1),\\ &\mathbf{f}_5 = (1,-1,-1,-1,-1)\end{aligned}$$

k bázi

$$\begin{aligned}&\mathbf{g}_1 = (1,-1,1,-1,1),\ \mathbf{g}_2 = (1,1,-1,1,-1),\\ &\mathbf{g}_3 = (-1,1,1,-1,1),\ \mathbf{g}_4 = (1,-1,1,1,-1),\\ &\mathbf{g}_5 = (-1,1,-1,1,1).\end{aligned}$$

**5.** Nechť $(R, +, \cdot)$, $(S, \#, *)$ a $(T, \Box, \star)$ jsou okruhy a nechť $f : R \to S$ a $g : S \to T$ jsou homomorfismy okruhů. Dokažte, že pak také složené zobrazení $g \circ f : R \to T$ je homomorfismem okruhů.