



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Statistický model pro predikci parkovací kapacity z nepřímých dat

*Brabec, M.-Konár, O.-Kasanický, I.-Pelikán, E.*  
*mbrabec@cs.cas.cz*

*Workshop Matematické modely a aplikace*  
*Podlesí 5.-6.9.2013*

# Projekt

- TAČR projekt 2012-2014
- TA02031411, „Zvýšení využití parkovací kapacity na dálnicích za pomoci predikčních modelů“
- Partneři:
  - FD ČVUT
  - ÚI AV ČR, v.v.i.
  - Kapsch
  - Innoxive, s.r.o.

## Cíle projektu

- Rychlý a relativně levný predikční model parkovací kapacity pro nákladní automobily podél dálnic
- Online implementace, telematické řešení přenosu dat k uživatelům/řidičům
- Využití stávajících (byť nepřímých) dat z mýtných bran vs. budování nákladné nové infrastruktury

# Dostupná data

- Individuální data o průjezdech jednotlivých vozidel (OBU) z mýtného systému (Kapsch)
- Časy průjezdu jednotlivými mýtnými branami (1s rozlišení)
- Info o individuálních vozidlech (státní příslušnost SPZ, tonáž, Bus/Truck, apod.)
  
- Info o celkovém dopravním proudu (ŘSD, intenzita, hustota na vybraných branách)
- Dodatečná měření na vybraných parkovištích (počet vjížděcích/vyjíždějících vozidel, kalibrace a kontrola modelů)

# Jak odhadnout intenzitu parkování z mýtných dat?

- **Přímá měření počtu vozidel parkujících na daném parkovišti nejsou k dispozici**  
latentní proměnná odhadovaná z pozorovatelných dat (o průjezdech mýtnými branami)
- **Konstrukce proxy proměnné jako aproximace počtu parkujících**  
časy průjezdu úseky -> průměrná rychlost  
44 úseků na D5 (na 18 je parkoviště)  
délka úseku 1.2-14.1 km (průměrně 6.7 km)
- **Klasifikace parkující/neparkující**  
založena hlavně na prahu pro rychlost (event. i dalších proměnných)

# Značení, I

- Máme individuální (krátké) řady časů průjezdů jednotlivými branami

$$T_{1j_1}, T_{1j_2}, T_{1j_3}, \dots, T_{1j_{n_1}}, \dots, T_{mj_1}, T_{mj_2}, T_{mj_3}, \dots, T_{mj_{n_m}}$$

i-té vozidlo, j-tá brána

individuální řady mají obecně různou délku

- Parkování v úseku mezi j-tou a (j+1)-ní branou

$$(1) \quad T_{ij} + \Delta_{ijt} < t$$

$$\mathbf{a} \quad (2) \quad t < T_{i,j+1} - \Delta_{i,j+1,t}$$

## Značení, II

- (Velmi) jednoduchý přístup

$$(1') \quad T_{ij} < t \quad \text{a} \quad \Delta_{i,j+1,t} := \Delta_{j+1} = K \cdot \frac{x_{B,j+1} - x_{P,j}}{\bar{v}_{.,j}}$$

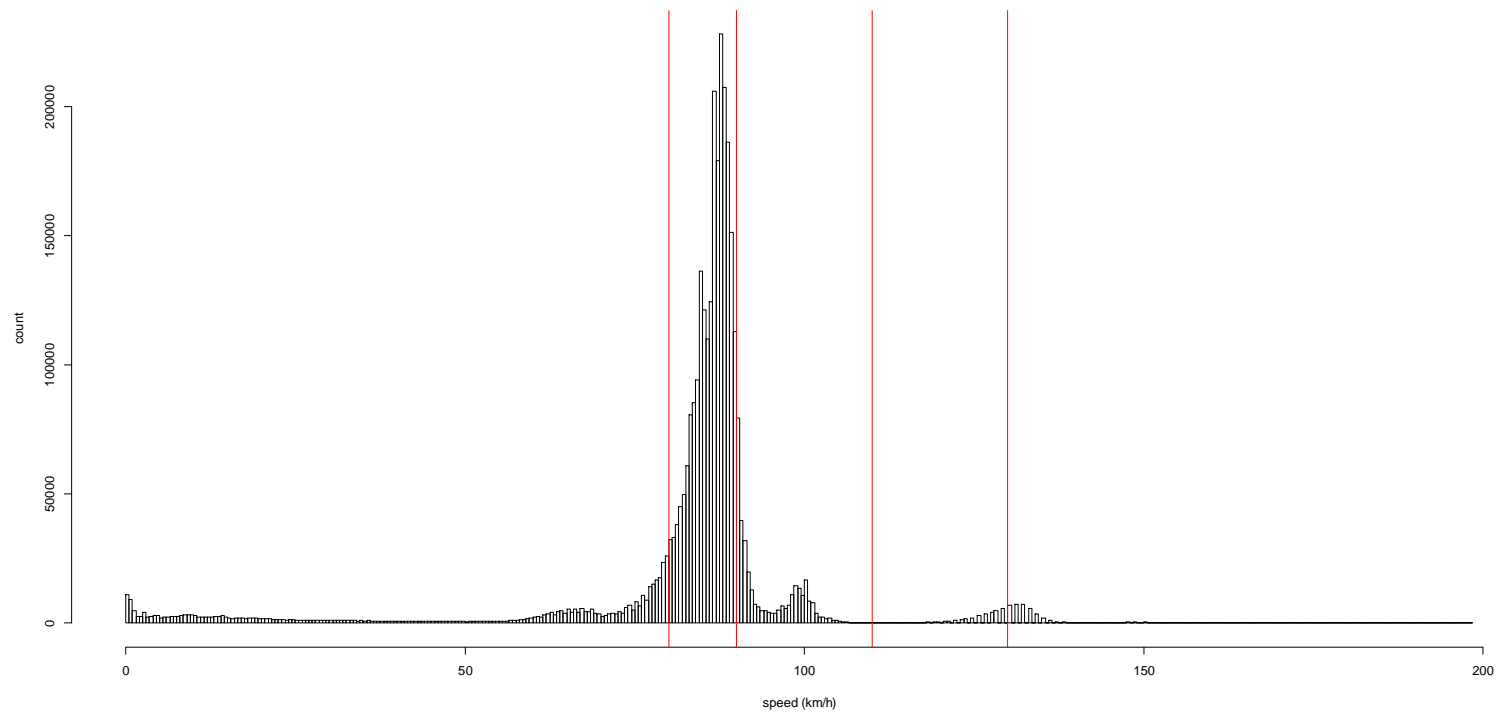
- $\Delta_{j+1,t}$  může/měla by záviset na lokálních vlastnostech dopravního proudu
- Proxy pro počet parkujících na parkovišti v úseku  $j$  (mezi branami  $j, j+1$ )

$$N_j(t) = \sum_i I(\text{vozidlo } i \text{ splnuje } (1')). I(\text{vozidlo } i \text{ splnuje } (2))$$



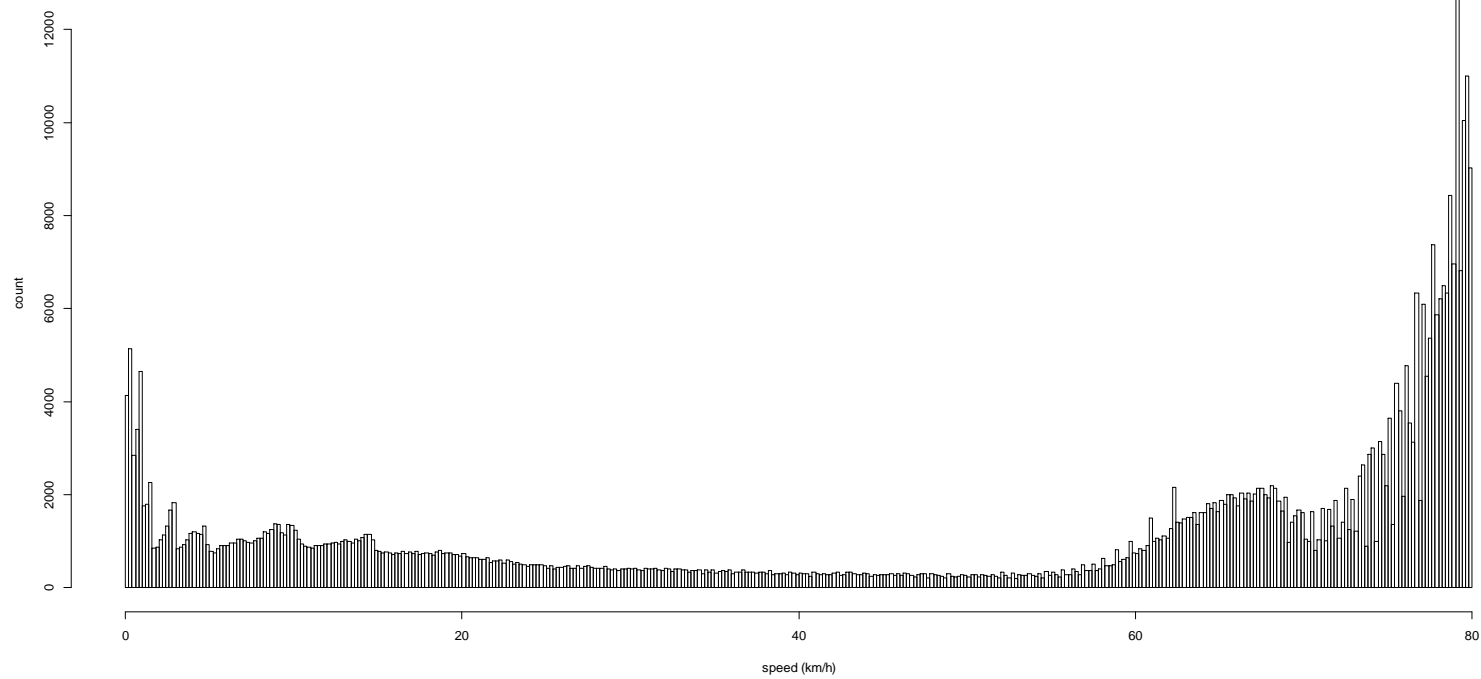
# Konstrukce proxy pro příznak parkování

(pro binární A/N klasifikaci jednotlivých vozidel v daném úseku)



# Relevantní jsou jen nízké rychlosti

(histogram pro rychlosti pod 80 km/hod)



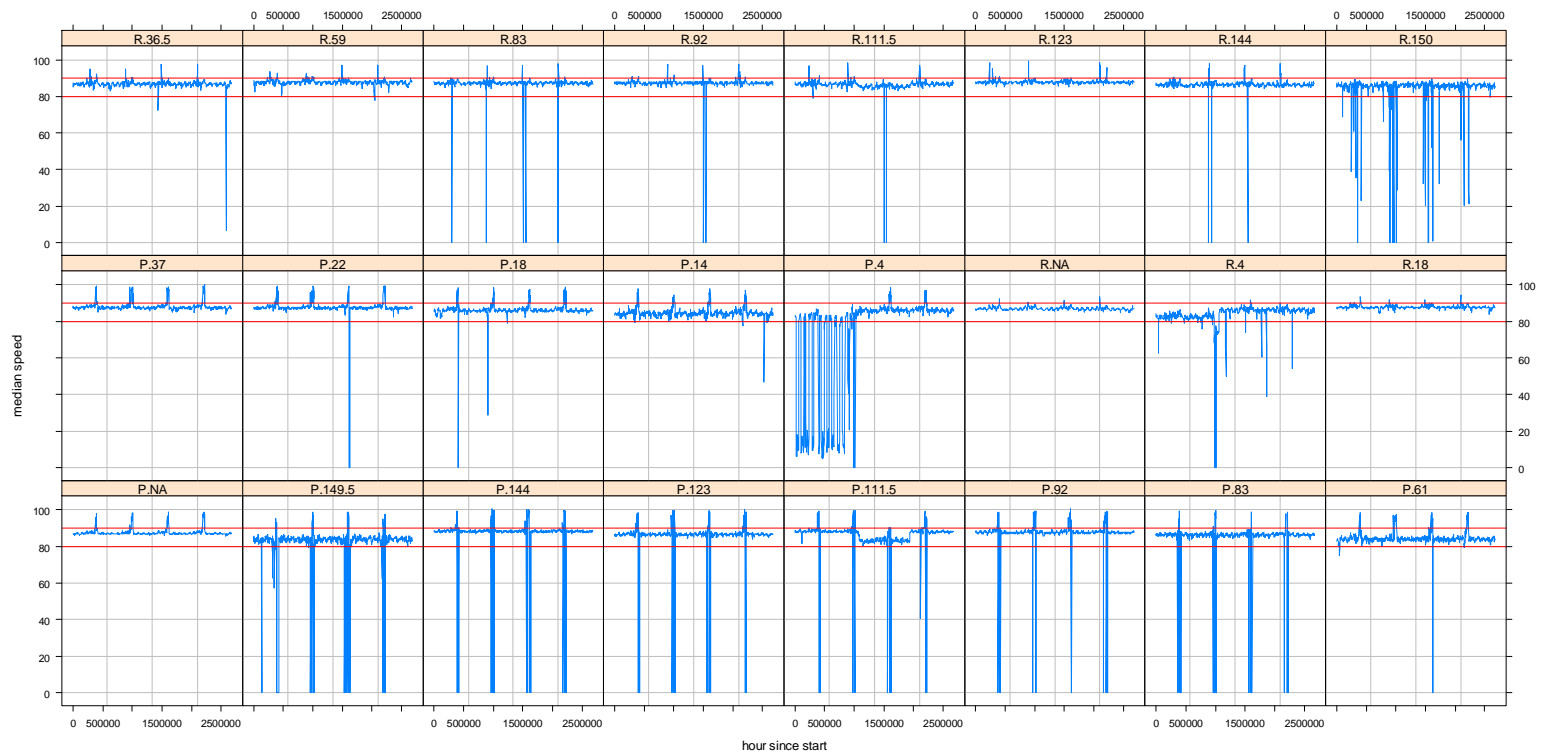
# Klasifikační chyby

Parkování		Klasifikace pro proxy proměnnou z průjezdových dat	
		Ano	Ne
Skutečnost	Ano	Korektní	FN
	Ne	FP	Korektní

# Konstrukce proxy

- Návrh třídy pravidel
- Optimalizace zvoleného kritéria
  - FN, FP
  - total misclassification
  - weighted total misclassification
  - ROC (AUC)
- Klasifikační pravidla pevná/globální vs. lokální

# Časová a prostorová nehomogenita (mediánová trajektorie)



# Kritéria pro klasifikaci parkování

- **Rychlost**  
lokální pravidlo  
1/3 mediánu rychlosti pro daný úsek v době průjezdu

**A**

$$Z = \text{Cas\_dif.min} - 60 * \text{Vzdalenost}/(\text{dana rychlost})$$

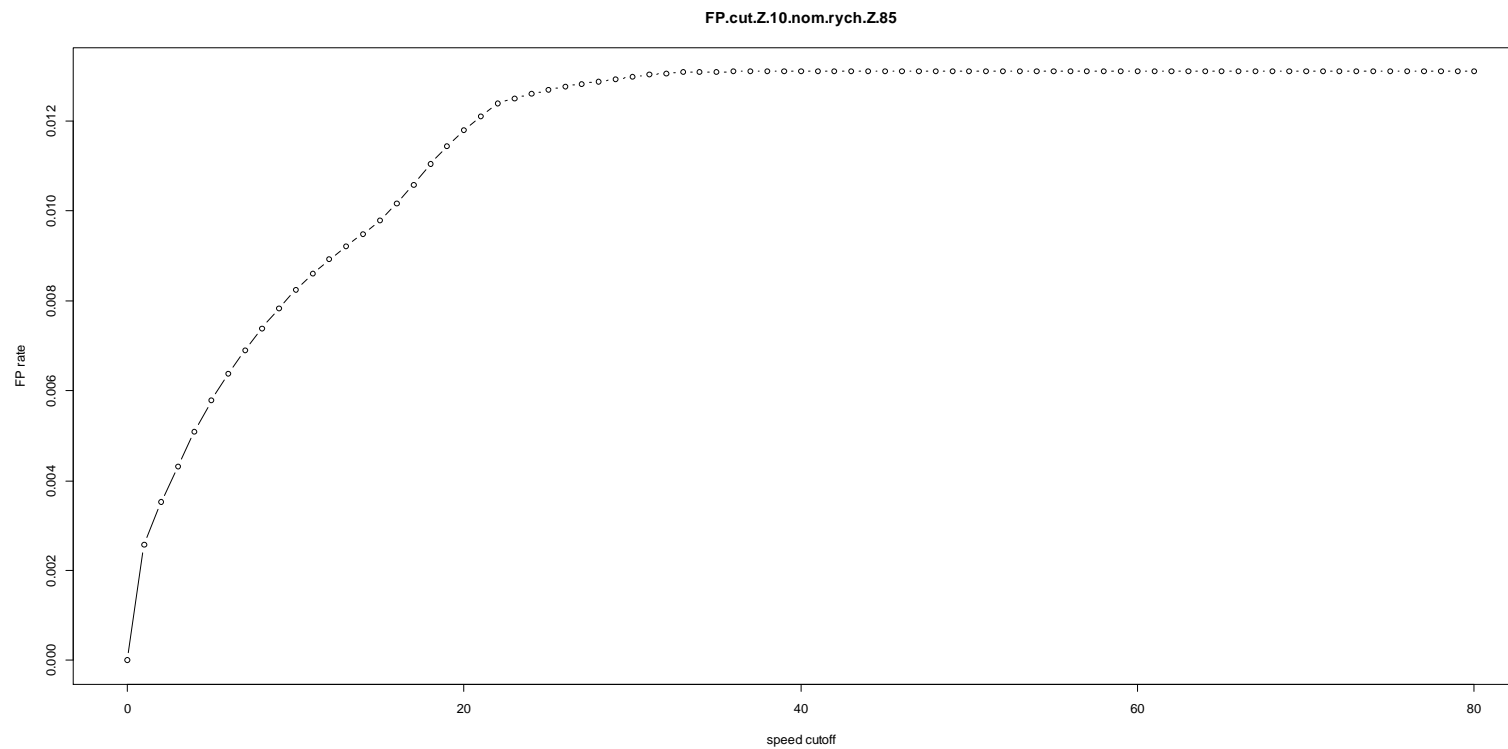
- **Doba zbývající pro parkování**  
při mediánové rychlosti průjezdu úsekem alespoň B minut

# Důsledky pro konstrukci proxy proměnné

- Kritéria pro hodnocení parkovacího statusu musí být lokální (v prostoru i čase)
- Musí zohledňovat nepravidelnosti dané sníženou rychlostí dopravního proudu v důsledku
  - odlišného výškového profilu úseku
  - congestion
  - dopravních omezení

bylo by dobré aby predikční systém o plánovaných omezeních „věděl“

# Vliv cutoffu rychlosti na FN



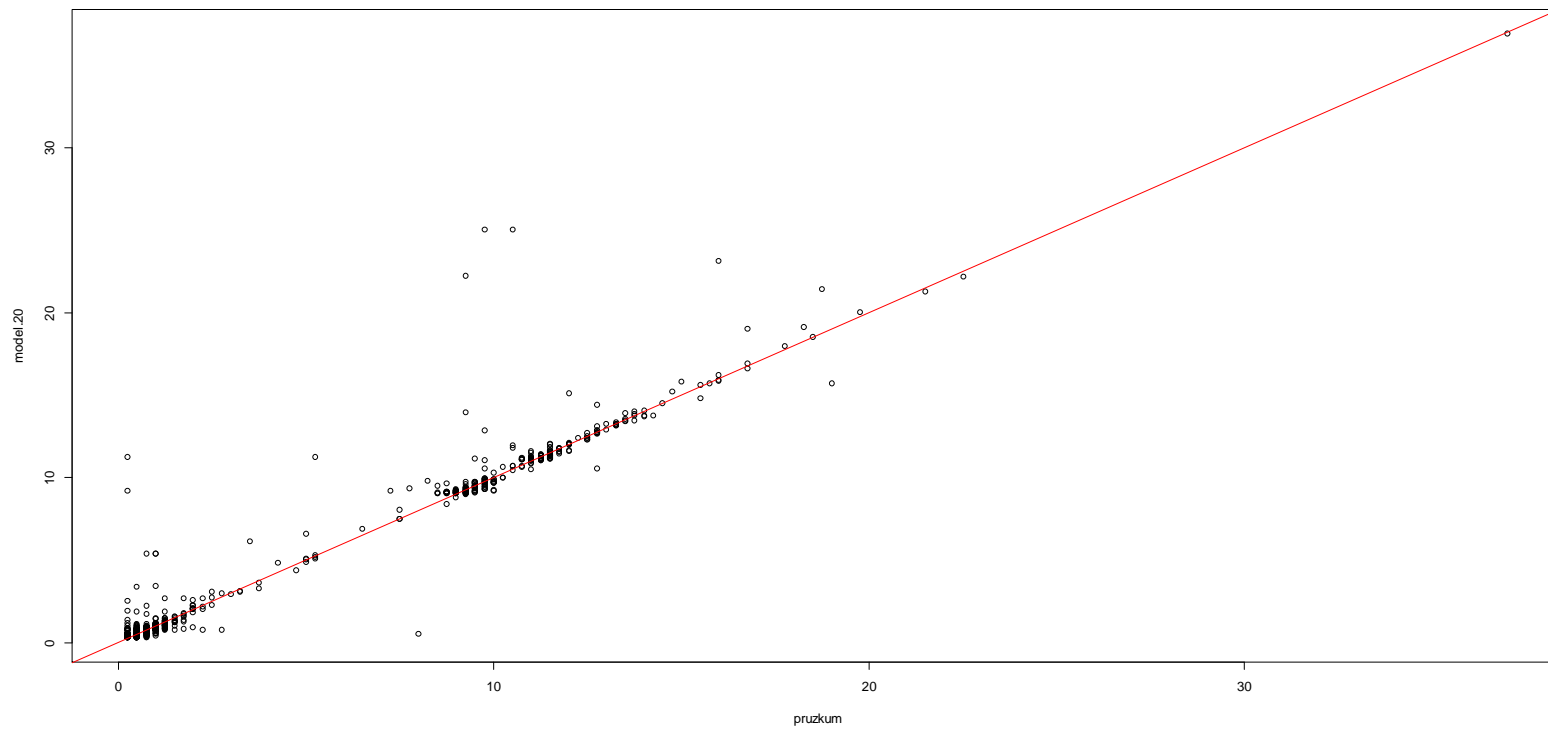


## Dílčí orientační test pro FP

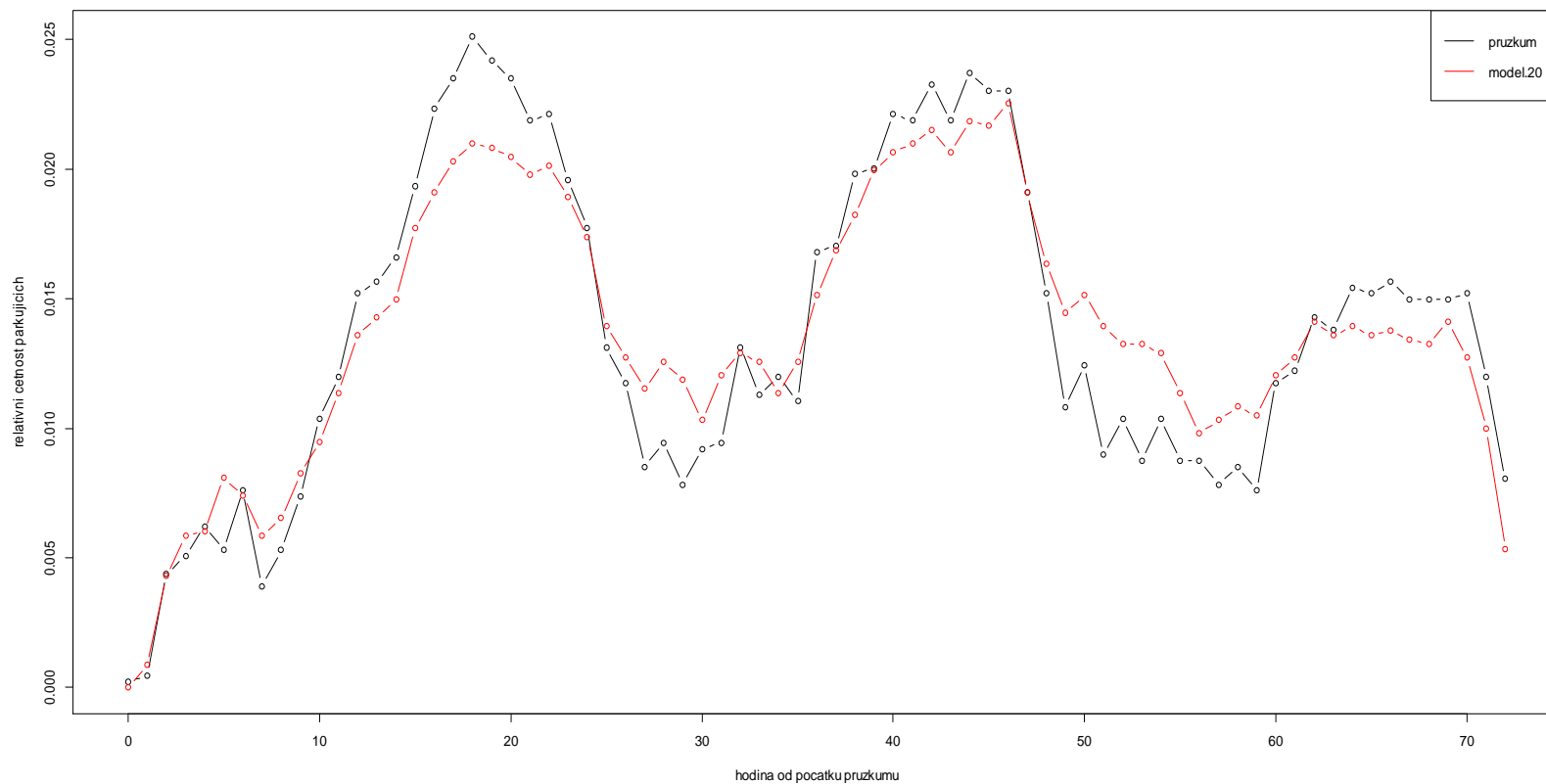
- Pravidlo se aplikuje i na úseky v nichž žádné parkoviště není
- Ta vozidla která pravidlo klasifikuje jako pozitivní jsou FP
- Problémy
  - úseky bez parkoviště nemusejí mít všechny vlastnosti stejné jako úseky s parkovištěm
  - FP takto můžeme „optimalizovat“, mnohem důležitější FN ale nikoli

Misclassifikace z manuální sčítací kampaně  Vezmeme-li manuální kampaň za „zlatý standard“, máme: total misclassification=0.0368 FN 0.0209 FP 0.3042		Model.20	
		Neparkuje	Parkuje
Manuální kampaň	Neparkuje	0.9241	0.0197
	Parkuje	0.0171	0.0391

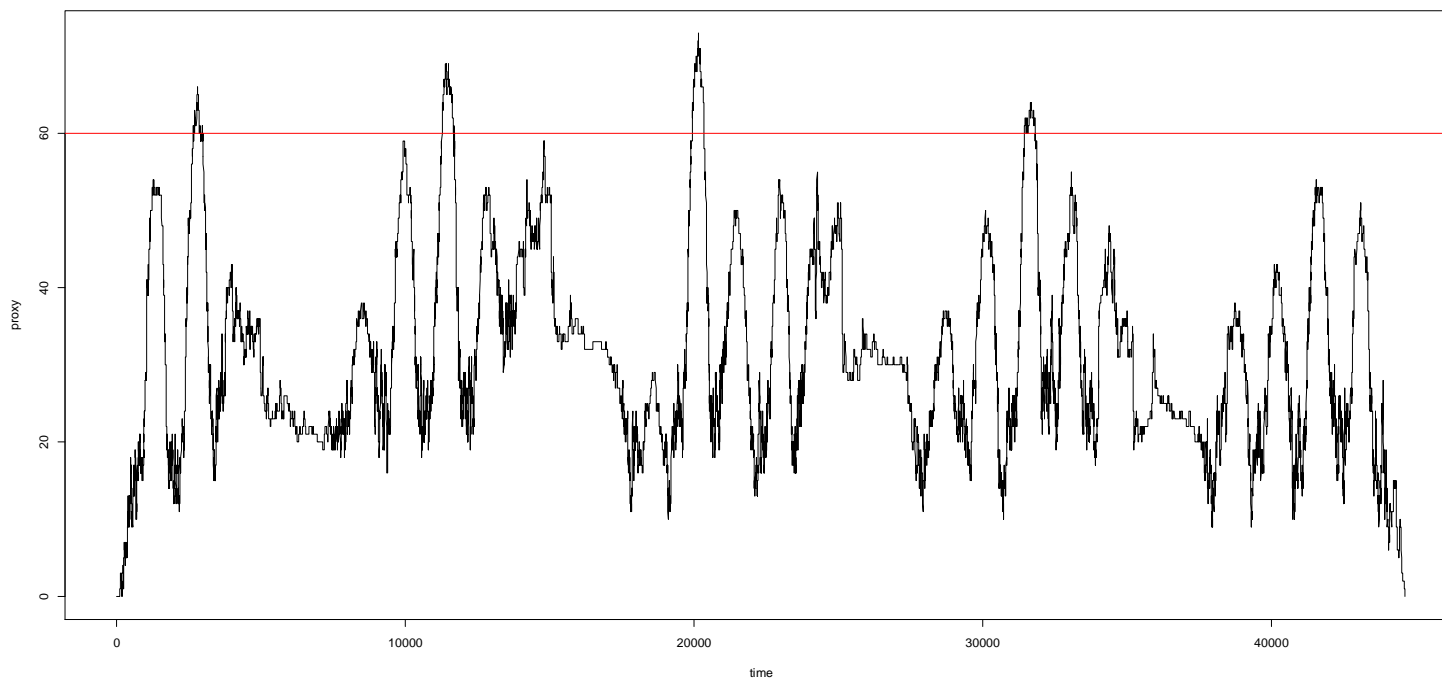
# Vztah mezi manuálním sčítáním a proxy



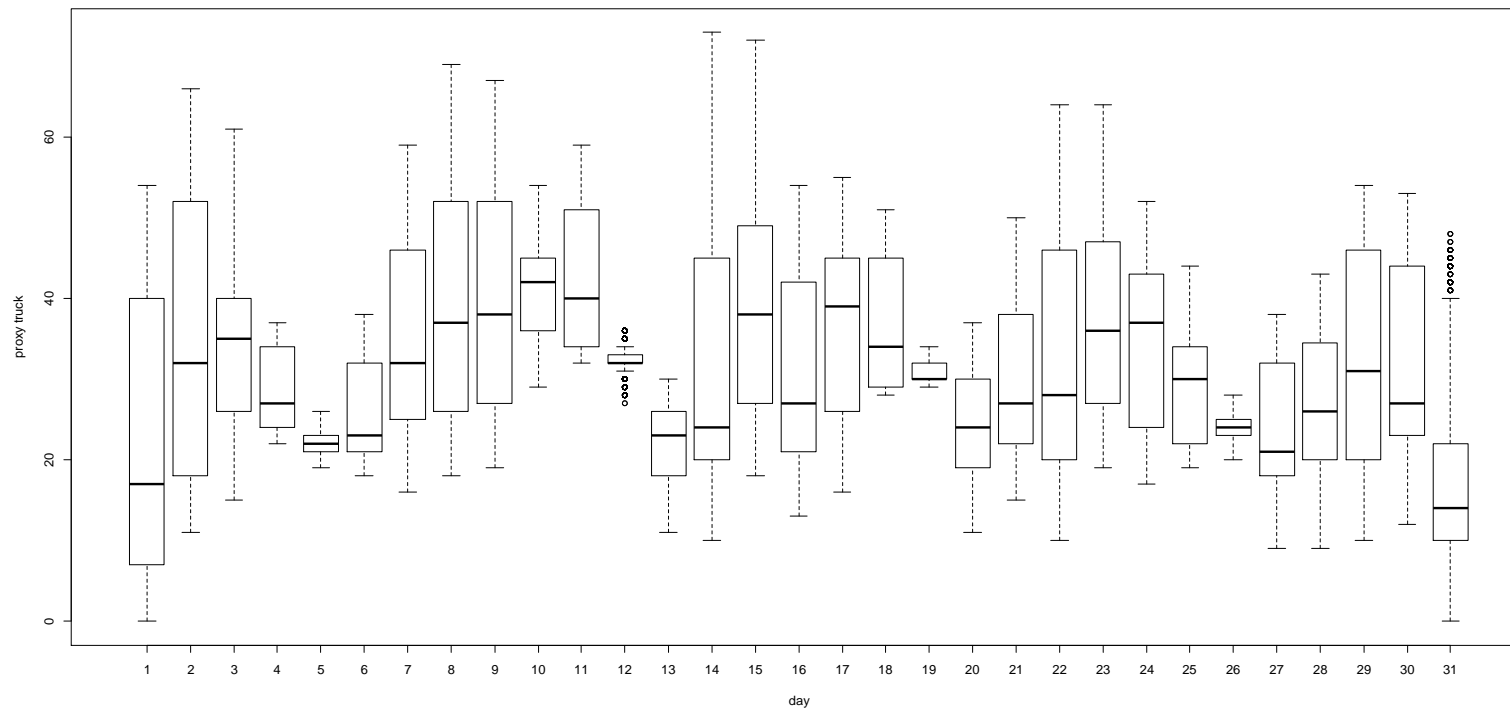
# Časově-proměnlivá kalibrace a různá intenzita krátkodobého parkování v průběhu dne (výsledky manuálního sčítání)



# Počty parkujících odvozené z proxy proměnné a nominální kapacita parkoviště



# Proxy pro jednotlivý úsek, chování v různých kalendářních dnech



# Statické modelování, I

- **Poissonovský model**
  - GLM třída
  - výhoda IRWLS algoritmu
  - zohlednění heteroskedasticity
  - periodicita v intenzitách
  
- **Overdispersion**
  - quasi-poisson GLM
  - negativně-binomický model

## Statické modelování, II

$$P_{jt} \sim Poi(\mu_{jt}) \quad \text{log jako link}$$

Wliv typu dne a hodiny:

- Additive (on the log scale)

$$\log(\mu_{jt}) = \alpha_j + \beta_{j,d(t)} + \gamma_{j,h(t)}$$

- Interaction (non-multiplicative on original scale)

$$\log(\mu_{jt}) = \alpha_j + \beta_{j,d(t)} + \gamma_{j,h(t)} + \delta_{j,dh(t)}$$

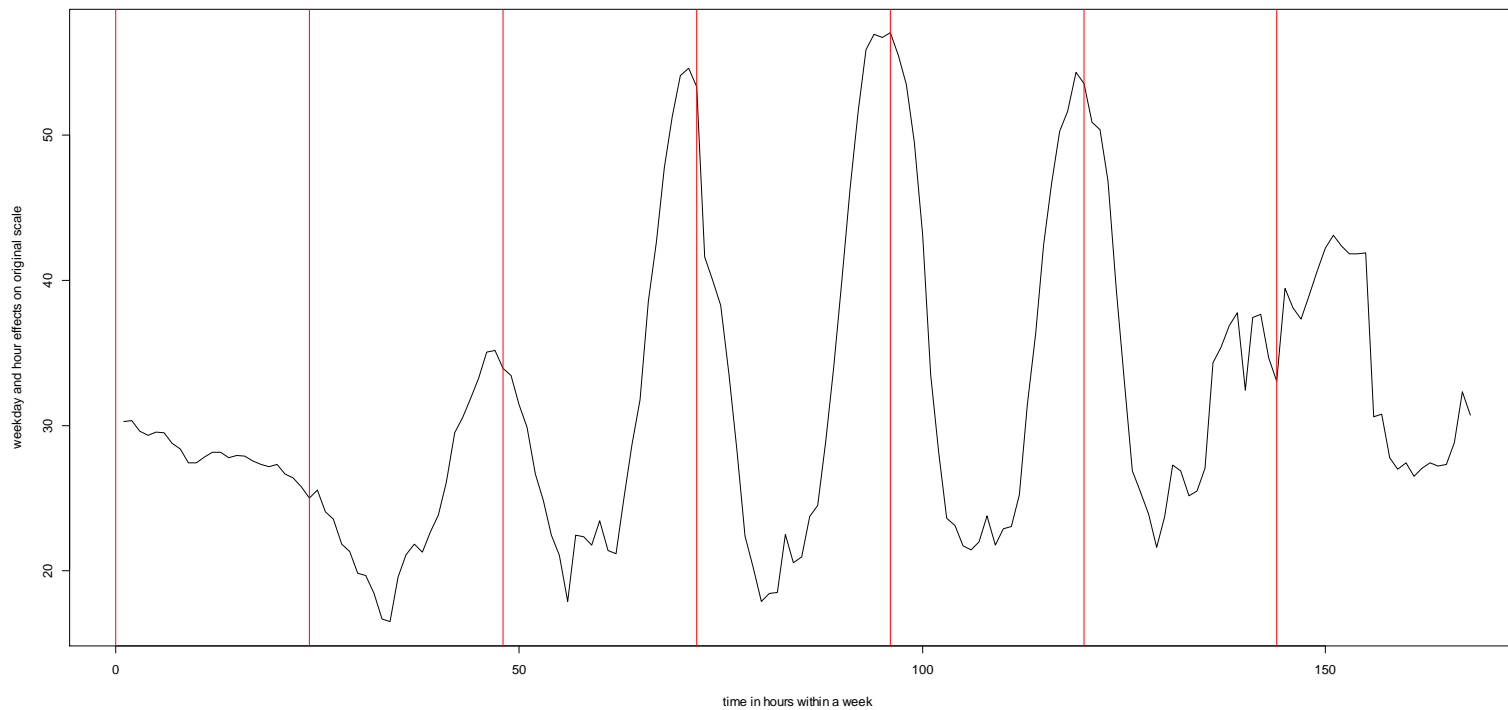
reparametrizace:

$$\log(\mu_{jt}) = \omega_{j,dh(t)}$$

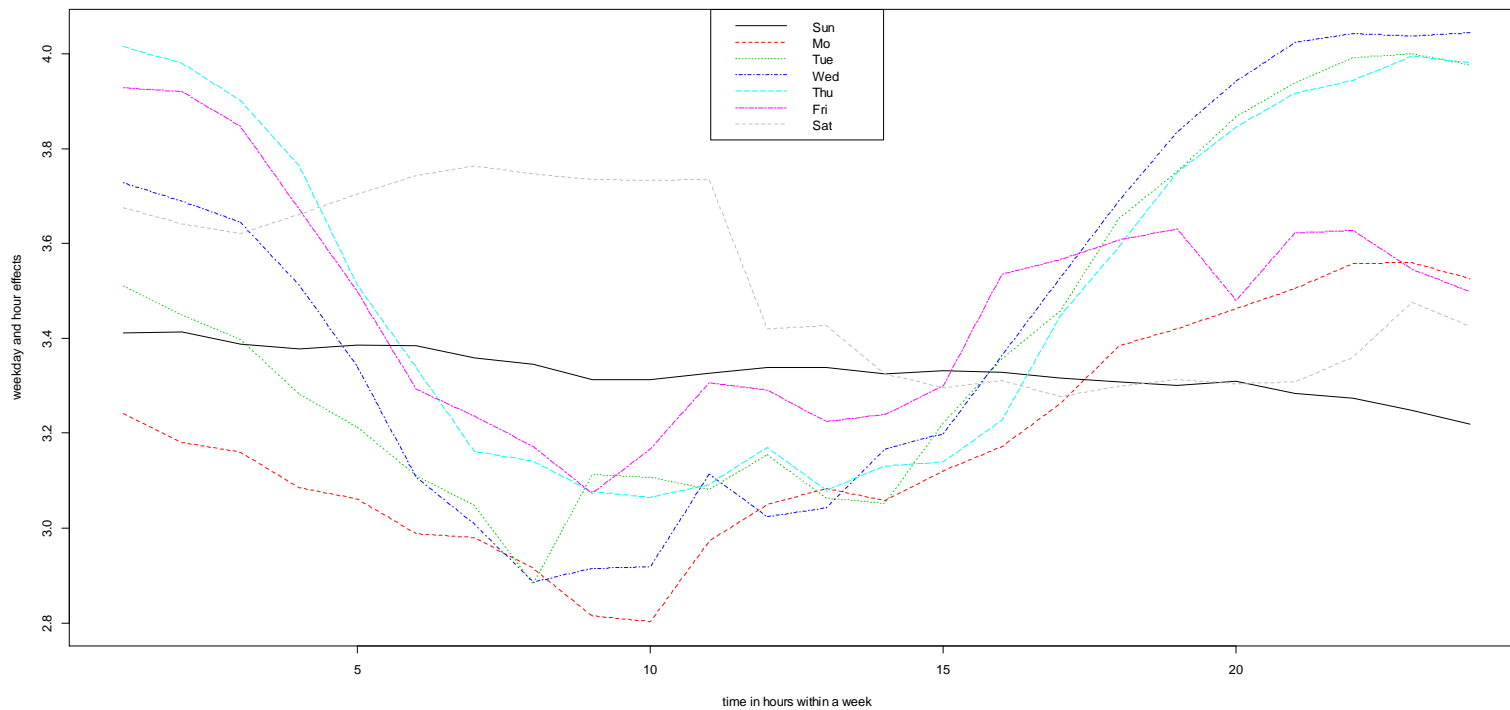


# Zpětná transformace na původní škálu

(# of vozidel)



# Trajektorie intenzity parkování pro různé dny v týdnu (na log škále)



# Dynamický model (Poissonovský model Markovského typu)

Jako kovariáty se používá nejen externích veličin (např. čas) ale i vlastní historie procesu

Markovský (nehomogenní) řetězec

- Jednoduchá specifikace
- Jednoduchá interpretace
  - analog AR modelů na povrchu  
(více komplexity uvnitř)
  - MA analog také možný, ale výrazně komplikovanější – Coxův process
- Relativně jednoduchý odhad (požívá výhod GLM třídy)
- Jednoduchá implementace v online prediktivním nástroji

# Modely s jediným lagem

(jednoduchá alternativa k „distributed lags“ přístupu)

$$P_{jt} \sim Poi(\mu_{jt})$$

- Lag1

$$\log(\mu_{jt}) = \omega_{j,h} + \beta \cdot \log(P_{j,t-1})$$

$$\hat{\beta} = 1.025 (0.004)$$

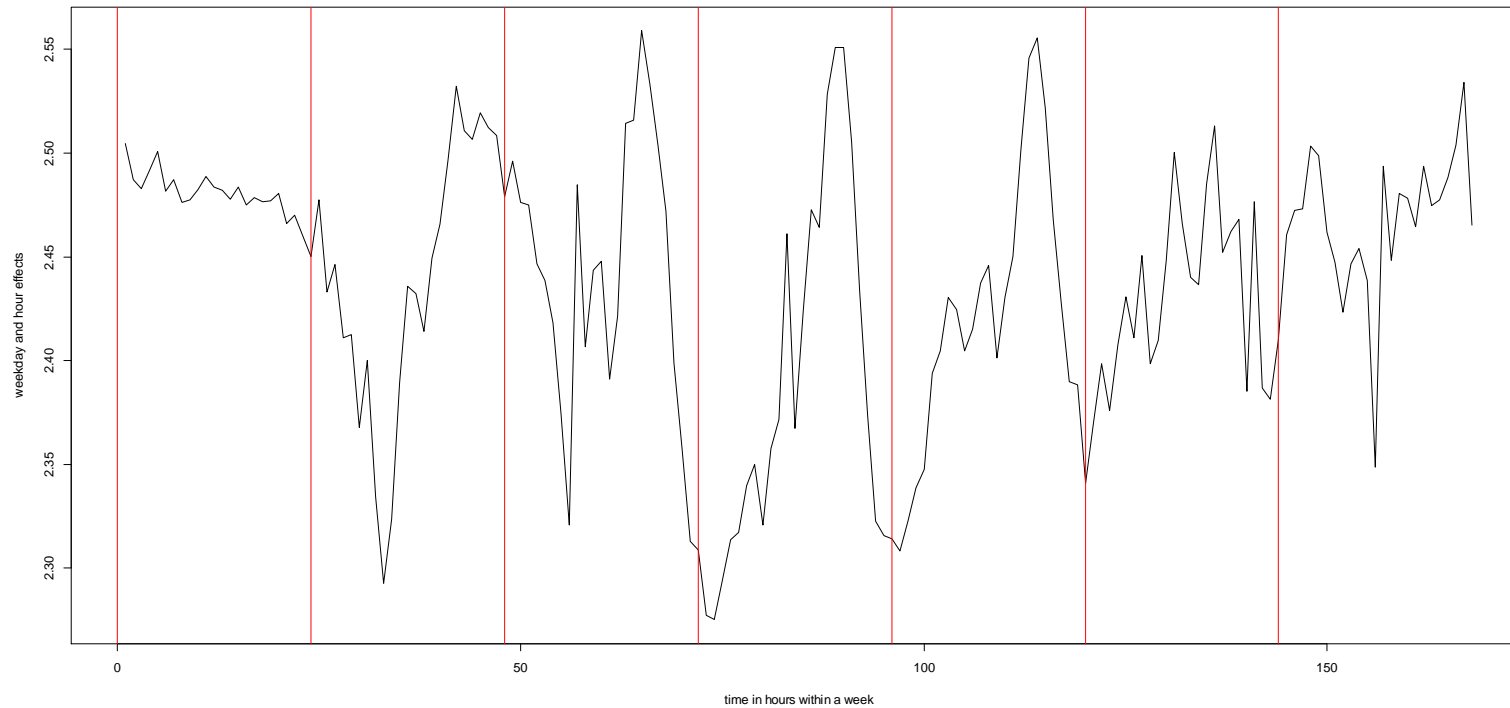
- Lag20 (minut)

$$\log(\mu_{jt}) = \omega_{j,h} + \beta \cdot \log(P_{j,t-20})$$

$$\hat{\beta} = 0.950 (0.004)$$

# Lag20 model, statická část

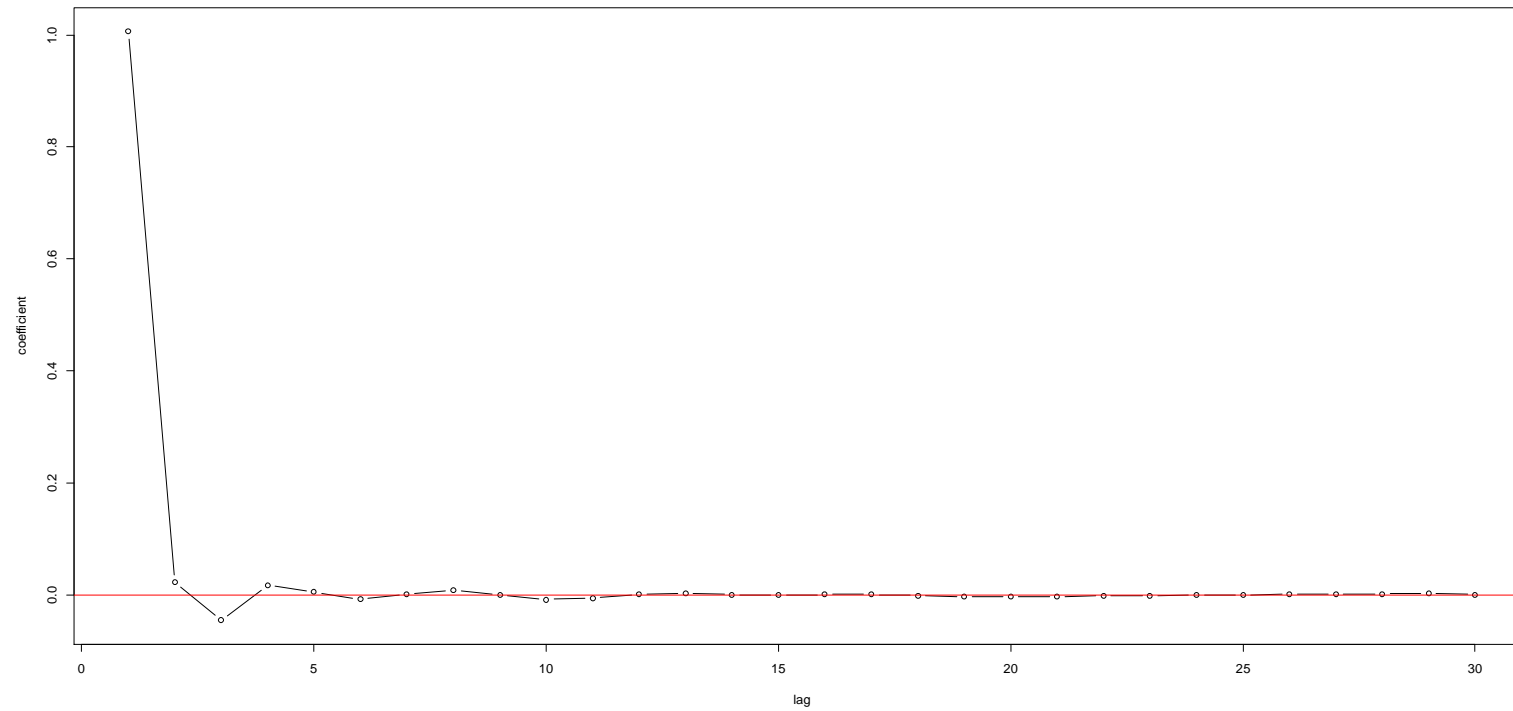
(ne-ortogonalita, přítomnost dynamické části deformuje tvar týdenní periodicity oproti plně statickému modelu)



## Použití delší historie?

- Získat na efektivitě predikcí pokud použijeme více lagů simultánně?
- Technicky náročné (blízké lags jsou velmi korelované).
- Jednou možností je použít ideu of Almonova modelu (populárního v Ekonometrii) a mírně jej zobecnit za použití B-splínové (namísto polynomiální) báze pro transformaci pořadových čísel lagů

# Almon model, (time invariant) filter



# Časově-proměnlivý koeficient pro pevně zvolený lag?

- Předchozí dynamické modely měly jeden nebo více lagů s pevným (časově ne-proměnlivým) koeficientem  
dynamická část pak sestává ze specifikace časově- neproměnlivého (byť nelineárního) filtru
- Lze ale uvažovat o konstrukci časově-proměnlivého filtru ve smyslu časově-proměnlivého koeficientu pro pevně daný lag  
Např. koeficient pro lag 1 či lag 20 se mění s časem (např. dle dne v týdnu a/nebo denní hodiny).
- Ideálně, den\*hodina interakce jak pro statickou tak dynamickou část  
Pak máme časově-proměnlivé absolutní členy i směrnice  
Ale: kolinearita jejich odhadů má tendenci likvidovat případné vylepšení vnesené obecnějším/flexibilnějším modelem



# Kompromis

- Jediný lag s časově-proměnlivým koeficientem (model bez čistě statické části)
- Odpovídá modelu s trojnou interakcí (na log škále máme den v týdnu\*hodina\*lagovaný počet, bez marginálních členů či nižších interakcí)
- Roughness penalizace nutná pro regularizaci koeficientů popisujících trajektorie

# Regularizovaný model s interakcí

- Poisson

$$P_{jt} \sim Poi(\mu_{jt})$$

- Lineární prediktor na (log) link škále

$$\log(\mu_{jt}) = \beta_{jh} \cdot \log(P_{j,t-20})$$

(časově-nehomogenní Markov Poisson model)

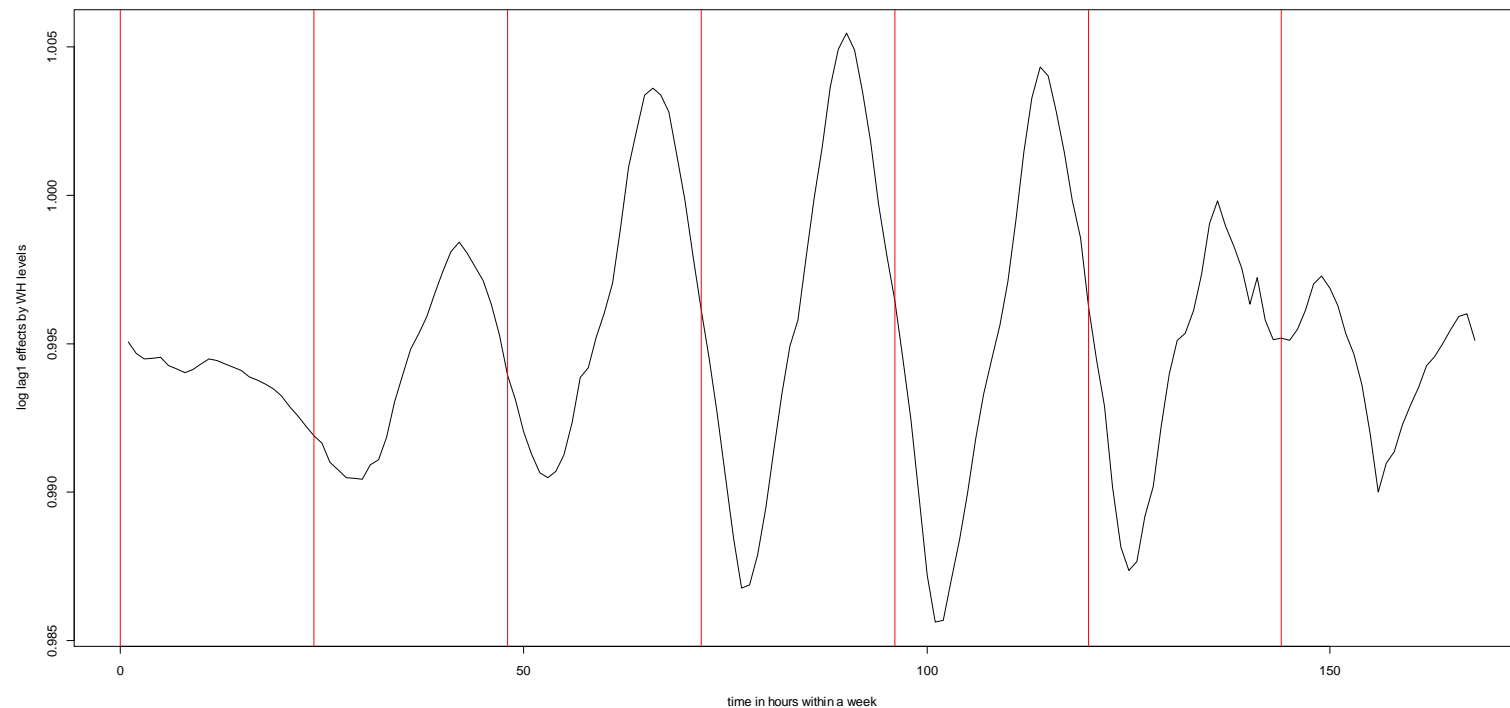
- Roughness penalizace koeficientů

$$L(\underline{\beta}) + \lambda \cdot (\underline{\beta} \cdot H) \cdot (\underline{\beta} \cdot H)$$

$$\mathbf{s} \quad \underline{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_{j1} \\ \vdots \\ \beta_{jH} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & -1 \\ -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

# Lag20, změny koeficientu uvnitř týdne



# Testování (prakticky motivovaných) hypotéz

- Může být užitečné využít info z předchozích parkovišť (proti směru jízdy)?
- Lineární prediktor expandován na
$$\log(\mu_{jt}) = \beta_{jh} \cdot \log(P_{j,t-20}) + \delta \cdot \log(P_{j-1,t-20})$$
- Přídavek členu odpovídajícímu lag20 opředchozího parkoviště lze snadno testovat (LRT)

$$\hat{\delta} = 0.419, (0.001), p\text{-value} < 0.0001$$